

مقایسه پایداری روش ادامه فروسوی میدان گرانی با بکارگیری عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته

عطا اسحق زاده" و عليرضا حاجيان ً

۱ – دانش آموخته کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران ۲- استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، اصفهان، ایران

دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۴/۱۶؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۹/۰۱

* نویسنده مسئول مکاتبات: eshagh@alumni.ut.ac.ir

واژگان کلیدی چکیدہ ادامه فروسوی میدان پتانسیل نقش مهمی در تفسیر میدانهای گرانی و مغناطیس دارد. بخاطر ناپایداری ذاتی ادامه فروسو، روشهای زیادی جهت ادامه فروسو میدانهای پتانسیل با پایداری و دقت بالا ارائه شده است. روش تنظیم تیخونوف یکی از این روشهای قدرتمند میباشد. این روش بر پایه اقتباس فیلتر پایین گذر در حوضه طیفی فوریه بوسیله حل مسئله کمینهسازی میباشد. در این مقاله، ما یک عملگر تنظیم بهبود یافته برای ادامه فروسوی دادههای میدان پتانسیل معرفی ادامه فروسو مینماییم. نخست، ما یک عدد موج ویژه بهنام عدد موج قطع تعریف مینماییم تا طیف میدان پتانسیل را به دو بخش سیگنال تنظيم تيخونوف و نوفه بر اساس طیف توان متوسط شعاعی دادههای میدان پتانسیل، تقسیم نماید. سپس، از عملگر ادامه فروسوی مرسوم عدد موج قطع برای ادامه فروسوی سیگنال و از عملگر تنظیم تیخونوف برای تضعیف و حذف نوفه استفاده می شود. بعلاوه، پارامترهای عملگر عملكر تنظيم بهبود يافته تنظيم بهبود يافته كه اهميت فيزيكي واضحى در فرآيند ادامه فروسو دارند، بوسيله عدد موج قطع تعريف مي شود. جهت کوہ نمک تعیین مقدار پارامتر lpha که در عملگر تنظیم تیخونوف استفاده می شود، نیاز است تا نرم c میدان پتانسیل محاسبه گردد. نرم c عملگر بهبود یافته نه تنها میتواند اثر نوفه با عدد موج بالا را حذف نماید، در عین حال از تضعیف سیگنال نیز جلوگیری میکند. در این مقاله ادامه فروسوی دو میدان گرانی مصنوعی، با و بدون نوفه تصادفی اضافه شده، و همچنین ادامه فروسوی ميدان گراني واقعي مربوط به كوه نمك واقع در استان قم، با هر دو عملگر تنظيم تيخونوف و عملگر تنظيم بهبود يافته مورد تحليل و مقايسه قرار مى گيرند. نتايج نشان مىدهند كه دقت عملگر تنظيم بهبود يافته از عملگر تنظيم تيخونوف بالاتر می باشد.

۱– مقدمه

ادامه فراسو یا فروسوی تحلیلی میدانهای پتانسیل بعنوان ابزاری قدرتمند در انتقال سطح میدانهای پتانسیل ژئوفیزیکی در نظر گرفته میشود. ادامه دادههای میدان پتانسیل به بالای سطح اندازه گیری بعنوان ادامه فراسو و انتقال دادههای میدان پتانسیل به سطحی پایین تر از سطح اندازه گیری به ادامه فروسو معروف میباشد. در طی پردازش و تفسیر داده میدان پتانسیل، ادامه فراسو، مولفههای منطفهای در دادههای اولیه را با تضعیف طول موجهای مربوط به چشمههای کم عمق، افزایش میدهد. از ادامه فروسو اغلب جهت آشکار کردن چشمههای کم عمق با استخراج بیهنجاریهای محلی و محاسبه عمق چشمههای کم عمق با کم عمق مهم استفاده میشود. ادامه فراسو روشی پایدار میباشد، در حالی که عملگر معکوس آن یعنی ادامه فروسو، بیهنجاریهای ژئوفیزیکی در میدانهای پتانسیل را نوک تیز و باریک میکند و نتایچ ناپایداری را در سطح های (عمق های) مختلف از ادامه فروسو، ارائه میدهد (عابدی و همکاران، ۲۰۱۳; Blakely, 1995).

روشهای بسیاری برای رفع این مشکل پیشنهاد شده است. روشهای مستقیم مانند پنجرههای صافی (فیلتر) (Ku et al., 1971)، تئورى فيلتر وينر (Pawlowski, 1995; Clarke, 1969; Trompat, تئورى فيلتر وينر et al., 2003) ، روش عناصر مرزى (Xu, 2001) ، روش لبه چند مقياسي (Trompat et al., 2003) ، روشهاي مشتق افقي يكپارچه و جبران (Cooper, 2004) و تئوری تنظیم تیخونوف (عابدی و همکاران، Pašteka, et 4Li, et al., 2013 (Ferguson, et al., 1988 (Y ·)W al., 2012) ، روشهای تکرار، روش تقریبی سری تیلور را شامل مى شوند (Peters, 1949؛ Fedi and Florio, 2002؛ مى شوند (Zhang, et al, 2013)، روش،هایی بر اساس تئوری لایه معادل (Dampney, 1969؛ Li : Leão and Silva, 1989 : Hansen and Miyazaki, 1984 Oliveira et al., 2013 ، and Oldenburg, 2010)، روش تابع نوار باریک' (Xia et al., 1993) بعلاوه چندین روش تکراری (Dmitriev Ma et al,. 2013 Guspi, 1987 and Dmitrieva, 2012 Zeng et al., 'Xu et al., 2007 'Strakhov and Devitsyn, 1965 .(2013

بر طبق تحلیل مقایسهای انجام شده بوسیله (Zeng et al., 2013) و (Zhang, et al., 2013)، عملکرد روش تنظیم تیخونوف تقریبا بهتر از تمامی روشهای تکرار میباشد. بعلاوه، بسیاری از روشهای تکرار چندین اشکال ذاتی دارند. برای مثال، خاصیت نیمه همگرایی نتایج در تعداد تکرار و معیارهای توقف این روشهای تکرار براحتی تعیین نمیشوند (خطای ادامه فروسوی این روشهای تکرار در اولین تکرار افزایش مییابد و بعد از آن نیز در هر تکرار این خطا زیاد میشود). البته، روش تنظیم تیخونوف در عمل سختیهایی دارد، مثلا اثر اشباع (بدین

معنی که درجه خطاها بین حلهای روش تنظیم تیخونوف محاسبه می شود و حلهای صحیح در نهایت نمی توانند همراه با پیشرفت خاصیتهای هموارسازی، بهبود پیدا کرده باشند (Engl et al., 1996) و انتخاب پارامتر تنظیم.

در این مطالعه یک عملگر تنظیم بهبود یافته برای ادامه فروسو بر اساس ویژگیهایی از طیف میدان پتانسیل ارائه می شود. نخست با یک مثال غیر واقعی، عدد موجی که عدد موج قطع نامیده می شود، تعریف می گردد تا طیف میدان پتانسیل را به دو بخش تقسیم و پارامترهای تنظیم را تعیین نماید.

۲ – ادامه فروسوی میدان پتانسیل

ادامه فروسوی تحلیلی، بعنوان انتگرال شناخته شده دریکله^۲، تعریف می گردد؛ و همچنین بعنوان معادله انتگرال فردهولم^۳ نوع اول نیز شناخته می شود (Blakely, 1995)

$$u(x, y, -h) = \frac{h}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\xi, \eta, 0)}{\left[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + h^2 \right]^{3/2}} d\xi d\eta \tag{1}$$

بطوریکه u(x, y, 0) و u(x, y, -h) بترتیب داده میدان پتانسیل در یک سطح مشاهده ای پایین تر و در فاصله عمودی h از بالا میباشند. با بکار بردن تبدیل فوریه دو بعدی برای معادله (۱) نتیجه می شود:

$$U(\omega_x, \omega_y, -h) = e^{-h\omega_r} U(\omega_x, \omega_y, 0)$$
^(Y)

بطوریکه ($\omega_x, \omega_y, -h$) بترتیب اشاره به تبدیل فوریه $U(\omega_x, \omega_y, 0)$ بطوریکه ($\omega_x, \omega_y, -h$) بطوریکه (u(x, y, 0) و u(x, y, -h) و u(x, y, -h) و u(x, y, -h) و $v_x = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$ و Y

مملگر ادامه فراسو و برعکس آن برای عملگر ادامه فروسو میباشد. میتوان نشان داد که برای ادامه فروسو، عدد موجهای بزرگ، میباشد. میتوان نشان داد که برای ادامه فروسو، عدد موجهای بزرگ، دامنههای بزرگ دارند و بنابراین هرگونه نوفهای که در دادهها، با عدد موج بالا بروز پیدا کند، تفسیر عملیات از نظر عددی ناپایدار است. میتوان با فرمول بندی فرآیند بعنوان یک مسئله وارون و استخراج یک عملگر تنظیم، بر این مشکل فائق آمد. عامل تنظیم تیخونوف بصورت زیر میباشد (عابدی و همکاران، ۲۰۱۳؛ 2013).

$$R = \frac{1}{1 + \alpha e^{2\hbar\omega_r}} \cdot e^{\hbar\omega_r} \tag{(7)}$$

که در آن lpha پارامتر تنظیم میباشد. واضح است که عملگر تنظیم شامل دو بخش میباشد: عملگر ادامه فروسوی سنتی $e^{h lpha_r}$ و فیلتر پایین گذر

¹ Spline function

² Dirichlet integral

³ Fredholm integral

فصلنامه پژوهشهای ژئوفیزیک کاربردی؛ بهار ۱۳۹۴؛ شماره ۱

بنابراین عدد موج قطع ω_c اجازه میدهد تا فیلتر پائین. گذر به ۰/۵ میل نماید. در نتیجه فیلتر پائین گذر منظم بهبود یافته در

:(Zeng et al., 2013) معادله (۴) بصورت زیر تغییر می کند (1) (۵) $filter = \begin{cases} 1 \rightarrow if \, \omega_r \leq \omega_c & (\Delta) \\ \frac{1}{1 + e^{2h(\omega_r - \omega_c)}} \rightarrow if \, \omega_r > \omega_c \end{cases}$



شکل ۱: طیف میدان پتانسیل برای چشمههایی در دو عمق متفاوت z1 و z2 . شیب خطوط متناسب با عمق میباشند و شیب بیشتر عمق بیشتر را نشان میدهد. نوفه بخش صاف را ساخته است. عدد موج ω_c' بخش سیگنال را از نوفه جدا میکند.

بهمنظور منظم کردن تابع ادامه فروسو بدون فیلتر بالاگذر یا پایین گذر کردن دادهها، نیاز است تا پارامترهای تنظیم، یعنی $\alpha \, _c \, _\omega \, _\omega$ که تابع ادامه را باریک می کنند، از نزدیک عدد موج ' $_\omega \, _\omega \, _\omega$ شروع شوند. بنابراین فیلتر پائین گذر تنظیم میتواند مقادیر بیشتری از سیگنال و مقادیر کمتری از نوفه را حفظ نماید. با این درک بنظر می رسد که منطقی باشد تا در معادله (۴) عدد موج قطع (برش) $_\omega \, _\omega$ را برابر عدد موج ' $_\omega \, _\omega \, _\omega$ فرض نماییم. ضمنا برای سادگی، میتوانیم بنویسیم گذر به α ۰ میل نماید. در نتیجه فیلتر پائین گذر منظم بهبود یافته در معادله (۴) بصورت زیر تغییر می کند (2013).

$$\left(1 \to if \,\omega_r \le \omega_c\right) \tag{(a)}$$

$$filter = \begin{cases} \frac{1}{1 + e^{2h(\omega_r - \omega_c)}} \to if \,\omega_r > \omega_c \end{cases}$$

بطوریکه ω_c بوسیله طیف توان میانگین شعاعی مشخص میشود. در این مقاله دادههای میدان گرانی مدلهای مصنوعی با دو روش تنظیم تیخونوف و روش تنظیم بهبود یافته مورد تجزیه و تحلیل قرار خواهند گرفت و نتایج با هم مقایسه میشوند.

۳- انتخاب پارامتر α فیلتر

 α کلید صافی (فیلتر) پائین گذر تنظیم در معادله (۴) انتخاب پارامتر α فیلتر میباشد. در مطالعات قبلی، Pašteka, et al نزدیک میباشد را معیار نرم C که بسیار به مفهوم معیار منحنی L نزدیک میباشد را ییشنهاد کردند تا بصورت بهینه مقدار پارامتر تنظیم را تعریف نماید. Li ییشنهاد کردند تا برای انتخاب و (۲۰۱۳) از معیار منحنی L برای انتخاب پارامتر تنظیم بهینه استفاده کردند. طرز کار این دو روش برای انتخاب

تنظیم $rac{1}{1+lpha e^{2\hbar\omega_r}}$ مشخص است که فیلتر پائین گذر تنظیم، اثر مولفههای عدد موج بزرگ را تضعیف میکند و پایداری و ثبات عملگر تنظیم را تامین می نماید. برای سادهسازی، همانطور که میدانیم، میدان پتانسیل مشاهدهای را اغلب می توان به دو میدان پتانسیل طول موج بزرگ مربوط به چشمه عمیق و میدان پتانسیل طول موج کوتاه مربوط به چشمه کم عمق تقسیم نمود. اثر چشمههای عمیقتر در بخش عدد موجهای پائین طیف و چشمههای کم عمق و نوفه سفید در بخش عدد موجهای بالای طیف نمود پیدا میکند. در این مطالعه، اثر میدان پتانسیل چشمههای عمیقتر بعنوان سیگنال بررسی میشود. بخشهای دیگر طیف، چشمههای کم عمق را نشان میدهند؛ همچنین نوسانات مربوط به خطای اندازه گیری بعنوان مولفههای نامطلوب میدان پتانسیل کلی در این بخش بررسی می گردد و بطور کلی نوفه فرض می شوند. بطور طبيعي، اگر بخواهيم يک فيلتر پائين گذر تنظيم بهتري را طراحي نماییم، انتظار میرود تا همه بخشهای سیگنال عبور کند، بطوریکه بخشهای مربوط به نوفه را حذف و خنثی نماید. در نتیجه فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته بصورت زیر پیشنهاد شده است (,Zeng et al. :(2013

$$1 \rightarrow if \omega_r \le \omega_c$$

(۴)

$$filter = \begin{cases} \frac{1}{1 + \alpha e^{2h\omega_r}} \to if \,\omega_r > \omega_c \end{cases}$$

بطوریکه $arphi_c$ عدد موج قطع میباشد که طیف میدان پتانسیل را به دو بخش تقسیم میکند.

بهمنظور منظم کردن تابع ادامه فروسو بدون فیلتر بالاگذر یا پایین گذر کردن دادهها، نیاز است تا پارامترهای تنظیم، یعنی α_c σ_c , ω_c که تابع ادامه را باریک میکنند، از نزدیک عدد موج σ_c' شروع شوند. بنابراین فیلتر پائین گذر تنظیم میتواند مقادیر بیشتری از سیگنال و مقادیر کمتری از نوفه را حفظ نماید. با این درک بنظر می رسد که منطقی باشد تا در معادله (۴) عدد موج قطع (برش) σ_c را برابر عدد موج σ_c' فرض نماییم. ضمنا برای سادگی، میتوانیم بنویسیم

پارامتر تنظیم بصورت خلاصه در زیر شرح داده میشود.

نخست، مقادیر استفاده شده از پارامتر α تنظیم که در یک سری هندسی که با نسبت بزرگتر از یک تغییر میکنند، با مقادیر بسیار کوچک شروع و مقادیر نسبتا بزرگ خاتمه مییابد. سپس بعد از انجام ادامه فروسو با α های مختلف بصورت تکرار، پارامترهای تنظیم بهینه بوسیله بعضی از ویژگیهای منحنیها بدست میآیند. برای مثال، کمترین مقدار از منحنی نرم Ω ، نقطه زاویه (گوشه) یا نقطه بیشترین انحنا برای منحنی L بنابراین محاسبه پارامتر تنظیم بهینه با این روشها، فرآیند وقت گیری بحساب میآیند. در این مقاله انتخاب بهینه پارامتر فیلتر بوسیله بررسی مشخصه های طیف دادههای میدان پتانسیل حاصل میشود.

الگوریتم محاسبه پارامتر آلفا بصورت زیر میباشد:

- محدوده آلفا و مقدار ارتفاع فروسو مشخص می شود
- ۲) برای هر آلفا با استفاده از روش تیخونوف ادامه فروسو محاسبه می گردد
- ۳) اختلاف بین دو میدان پتانسیل ادامه فروسو شدهی متوالی محاسبه می گردد
 - ۴) نرم c بخش ۳ محاسبه می شود
 - ۵) نرم Cهای محاسبه شده در برابر آلفاها ترسیم میگردد
- ۶) آلفای متناسب با کوچکترین نرم c بعنوان پارامتر تنظیم روش ادامه فروسوی تیخونوف (آلفای بهینه) در نظر گرفته می شود

۴- روش مقایسه نتایج حاصل از ادامه فروسو

جهت مقایسه کمّی نتایج حاصل از ادامه فروسو با دو روش تنظیم تیخونوف و روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته، خطاهای بین میدان پتانسیل ادامه فروسو شده Ucon و میدان پتانسیل واقعی Ur در همان ارتفاعی ادامه فروسو با استفاده از خطای جذر میانگین مربعات محاسبه می گردد

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} (U_{ir} - U_{con})^2}$$
(F)

و خطای نسبی (۷)

$$RE = \frac{\|U_{tr} - U_{con}\|^2}{\|U_{tr}\|^2}$$
(V)

که M وN بترتیب شمارههای ردیف و ستون از داده میدان پتانسیل میباشند.

۵ – بررسی مدلهای مصنوعی

در این بخش میدانهای گرانی مصنوعی محاسبه شده برای چشمههای هندسی کروی و مکعب مورد تحلیل و بررسی قرار می گیرند. جهت

محاسبه اثر گرانی کره از معادله زیر استفاده شده است (Telford,) 1917)

$$\Delta g_{z} = \frac{4}{3} \pi G \left(\frac{\Delta \rho a^{3}}{z^{2}} \right) \left[\frac{1}{\left(1 + \left(x / z \right)^{2} \right)} \right]^{3/2}$$
(A)

همچنین جهت محاسبه اثر گرانی مکعب با ابعادی که بین مختصات (z₁,y₁,x₁) و (z₂,y₂,x₂) قرار دارد از معادله زیر استفاده شده است (Gerkens, 1989):

$$g = G\rho \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \left[z_k arctg \frac{x_i y_j}{z_k R_{ijk}} - x_i \cdot \log(R_{ijk} + y_j) \right]$$

$$-y_j \log(R_{ijk} + x_i)$$

$$\sum_{k=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{2} \mu_{ijk} \left[z_k arctg \frac{x_i y_j}{z_k R_{ijk}} - x_i \cdot \log(R_{ijk} + y_j) \right]$$
(9)

$$\begin{split} R_{ijk} &= \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2} \\ \mu_{ijk} &= (-1)^i \left(-1\right)^j \left(-1\right)^k \\ a \; & \text{ solution} \; z \; \text{ and } p \; \text{ true } r \end{split}$$

شعاع چشمه بیهنجاری میباشد.

۵-۱ مدل مصنوعی کروی

شکل ۲ اثر گرانی دو کره همگن در عمق ۲۰۰۰ متری، بترتیب با شعاع و تباین چگالی ۵۰۰ متر و kg/m^3 ۱۰۰۰ درا نشان می دهد. ابعاد شبکه ۲۵×۲۵ کیلومتر و فاصله داده برداری ۵۰ متر می باشد. داده برداری در روی یک سطح صاف به ارتفاع 0=h صورت پذیرفته است. مختصات مرکز کرهها در نقطه (۱۲۵۰۰،۱۲۵۰۰) و(۱۵۰۰،۱۲۵۰۰) متر قرار دارد. در شکل ۳ پروفیل تغییرات میدان گرانی عبور کننده از بالای مراکز دو کره، نشان داده شده است. هدف گسترش میدان گرانی تا عمق مراکز دو کره، نشان داده شده است. هدف گسترش میدان گرانی تا عمق ۱۰۰۰ متر می باشد؛ بعبارتی سطح داده برداری تا عمق ۱۰۰۰ متر پایین برده شود. جهت محاسبه عدد موج قطع m، عدد موجهای شعاعی



شکل ۲: اثر گرانی دو کره همگن در عمق ۲۰۰۰ متری، بتر تیب با شعاع و تباین چگالی ۵۰۰ متر و ۱۰۰۰kg/m³ را نشان میدهد.

فصلنامه پژوهشهای ژئوفیزیک کاربردی؛ بهار ۱۳۹۴؛ شماره ۱



شکل ۵: منحنی نرم c محاسبه شده برای مدل شکل ۲ جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف



شکل ۶: نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری با دو عملگر تنظیم تیخونوف (منحنی سبز) و تنظیم بهبود یافته (منحنی قرمز) برای



شکل ۷: تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل شکل ۳ در حالتی که سطح داده برداری در عمق ۱۰۰۰ متری زمین واقع شده باشد

جدول ۱: نتایج تحلیل خطا برای مدل کروی

RE %	RMSE (mGal)	پارامتر فیلتر (α)	عملگر
١/•٣	•/۴۶۲	• / • • • ٣	تيخونوف
• /۴۳۷	•/•٢١٨	•/••١٣	بهبود يافته



شکل ۳: تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل عبور کننده از بالای مرکز کره نشان داده شده در شکل۲



شکل ۴: ترسیم طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای مدل شکل ۲. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع ۰/۰۰۱۳ بدست آمده است.

همانطور که در شکل ۴ دیده می شود، محل تلاقی خطوط برازش داده شده، عدد موج قطع مىباشد يعنى پارامتر روش بهبود يافته كه عدد ۰/۰۰۱۳ بدست آمده است. جهت ادامه فروسو با روش تنظیم تیخونوف نياز به تخمين پارامتر lpha مىباشد. بدين منظور محدوده آلفا را بين $^{ extsf{-} s}$ ۵ تا 1/1 در نظر گرفتیم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده در شکل نشان داده شده است. واحد نرم C میلی گال میباشد. با توجه به این منحنی مقدار آلفای بهینه ۰/۰۰۰۳ حاصل شده است. نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری با دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته برای پروفیل گرانی شکل ۳ در شکل ۶ نشان داده شده است. خط سبز رنگ حل با روش تیخونوف و خط قرمز رنگ حل با روش تنظیم بهبود یافته را نشان میدهند. همچنین تغییرات میدان گرانی واقعی در طول پروفیل شکل ۳ در حالتی که سطح داده برداری در عمق ۱۰۰۰ متری واقع شده باشد (بعبارتی دیگر عمق چشمه بیهنجاری ۱۰۰۰ متر باشد)، در شکل ۷ نمایش داده شده است. همانطور که قبلا ذکر شد، دادههای شکل ۷ جهت تحلیل خطا با استفاده از رابطه های ۶ و ۷ مورد نياز مىباشد.

نتایج تحلیل خطا برای هر دو روش ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری در جدول ۱ آورده شده است.

نتایج تحلیل خطا با توجه به جدول ۱ نشان میدهد که روش تنظیم بهبود یافته نسبت به روش تنظیم تیخونوف دارای دقت بالاتر میباشد و مقدار گرانی حاصل شده از ادامه فروسوی روش بهبود یافته به مقدار گرانی مورد انتظار در عمق ۱۰۰۰ متری زمین نزدیکتر است. در نتیجه عملگر فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته عملکرد بهتری را نسبت به عملگر تنظیم تیخونوف در فرآیند ادامه فروسوی میدان گرانی نشان میدهد. شکل ۸ میدان گرانی فروسو شده شکل ۲ تا عمق متر را نشان میدهد که با عملگر تنظیم بهبود یافته محاسبه شده است.



شکل ۸: میدان گرانی فروسو شده شکل ۲ تا عمق ۱۰۰۰ متر، محاسبه شده با روش ادامه فروسوی تنظیم بهبود یافته

۵-۲ مدل مصنوعی کروی نوفهدار

جهت بررسی بیشتر کارایی دو روش ادامه فروسوی معرفی شده، به داده گرانی شکل ۲، ۵ درصد نوفه تصادفی اضافه گردید (شکل ۹). در این حالت نیز پردازش ادامه فروسو به عمق ۱۰۰۰ متر مورد نظر میباشد. شکل ۱۰ تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل گذر کننده از بالای مرکز کره را نشان میدهد.

جهت محاسبه عدد موج قطع ω_c ، عدد موجهای شعاعی محاسبه و نمودار طیف توان در مقابل عدد موج ترسیم گردید (شکل ۱۱). همانطور که در شکل ۱۱ مشاهده میشود، عدد موجهای مربوط به نوفه و طول موجهای کوچک بزرگ میباشند و خط برازش داده شده به روش کمترین مربعات دارای شیب تقریبی صفر میباشد. همانطور که قبلا نیز گفته شد، محل تلاقی خطوط برازش، عدد موج قطع میباشد و طیف دادههای گرانی را به دو بخش طول موجهای بزرگ و کوچک تقسیم میکند. برای این مدل عدد موج قطع ۲۰۰۰۰ بدست آمده است.

محدوده آلفا را بین ^۸-۱۰ تا ۰/۰۱ در نظر گرفتیم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده در شکل ۱۲ نشان داده شده است. با توجه به این منحنی مقدار آلفای بهینه ۰/۰۰۰۲ حاصل شده است.



شکل ۹: داده گرانی شکل ۲ که به آن ۵ درصد نوفه تصادفی اضافه شده



شکل ۱۰: تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل گذر کننده از بالای مرکز کره در شکل ۹



شکل ۱۱: ترسیم طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای مدل شکل ۱۰. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع ۰/۰۰۰۷ بدست آمده است.

نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری با دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته برای پروفیل گرانی شکل ۱۰ در شکل ۱۳ نشان داده شده است. خط قرمز رنگ حل با روش تیخونوف و خط سبز رنگ حل با روش تنظیم بهبود یافته را نشان میدهند. نتایج تحلیل خطا برای هر دو روش ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری در جدول ۲ آورده شده است.



شکل ۱۲: منحنی نرم c محاسبه شده برای مدل شکل ۹ جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف

برای مدل کروی نوفهدار نیز با توجه به جدول ۲ نتایج تحلیل خطا نشان می دهد که عملگر تنظیم بهبود یافته نسبت به عملگر تنظیم تیخونوف دارای دقت بالاتر می باشد و مقدار گرانی حاصل شده از روش ادامه فروسوی بهبود یافته به مقدار گرانی مورد انتظار در عمق ۱۰۰۰ متری زمین نزدیکتر است. در نتیجه عملگر فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته عملکرد بهتری را نسبت به عملگر تنظیم تیخونوف در فرآیند ادامه فروسوی میدان گرانی این مدل مصنوعی نیز نشان می دهد. شکل ۱۴ میدان گرانی فروسو شده شکل ۹ تا عمق ۱۰۰۰ متر را نشان می دهد که با عملگر تنظیم بهبود یافته محاسبه شده است.

۵-۳ مدل مصنوعی مکعب

شکل ۱۵ اثر گرانی سه مکعب همگن، بترتیب از چپ به راست با ابعاد (۲۰۰۰×۲۰۰۰) متر، (۲۰۰×۲۰۰۰×۲۰۰) متر و (۲۰۰×۲۰۰۰) متر در عمق ۱۰۰ متری و با تباین چگالی ۲۰۰۰ kg/m^3 متر میباشد. داده ابعاد شبکه ۲۰×۳ کیلومتر و فاصله داده برداری ۱۰ متر میباشد. داده برداری در روی یک سطح صاف به ارتفاع 0=h صورت پذیرفته است. مختصات مرکز مکعب ها بترتیب از چپ به راست در نقاط محتصات مرکز مکعب ها بترتیب از چپ به راست در نقاط ۱۹۰۰ پروفیل تغییرات میدان گرانی عبور کننده از بالای مراکز مکعبها، نشان داده شده است. هدف ادامه فروسو میدان گرانی تا عمق ۵۰ متر میباشد؛ بعبارتی سطح داده برداری تا عمق ۵۰ متر پایین برده شود. جهت محاسبه عدد موج قطع $<math>\infty$ ، عدد موجهای شعاعی محاسبه و نمودار طیف توان در مقابل عدد موج ترسیم گردید (شکل ۱۷). خطوط



شکل ۱۳: نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰۰ متری با دو روش تنظیم تیخونوف (منحنی قرمز) و روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته (منحنی سبز) برای پروفیل گرانی شکل ۱۰.

جدول ۲: نتایج تحلیل خطا برای مدل کروی نوفهدار

RE %	RMSE (mGal)	پارامتر فيلتر	عملگر
١/٢٧	•/985	•/•••٢	تيخونوف
۰/ ۸۶ ۸	• /٨۵٣	•/•••¥	بهبود يافته

موجهای شعاعی برازش داده شد. محل تلاقی این خطوط مقدار عدد موج قطع $arphi_c = \cdot / \cdot \cdot \cdot \cdot \omega_c$ را مشخص می کند.



شکل ۱۴: میدان گرانی فروسو شده شکل ۳–۲۲ تا عمق ۱۰۰۰ متر، محاسبه شده با روش تنظیم بهبود یافته



شکل ۱۵: اثر گرانی سه مکعب همگن، بترتیب از چپ به راست با ابعاد (۲۰۰×۲۰۰×۵۰۰)متر، (۲۰۰×۲۰۰×۴۰۰)متر و (۲۰۰×۳۰۰×۳۰۰)متر در عمق ۱۰۰ متری و با تباین چگالی ۱۰۰۰kg/m³



شکل ۱۶: پروفیل تغییرات میدان گرانی عبور کننده از بالای مراکز مکعب ها. موقعیت و ابعاد مکعب ها در شکل نشان داده شده است



شکل ۱۷: ترسیم طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای مدل شکل ۱۵. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع ۰/۰۰۰۹ بدست آمده است

جهت ادامه فروسو با استفاده از عملگر تنظیم تیخونوف نیاز به تخمین پارامتر α میباشد. بدین منظور محدوده آلفا را بین $^{3-1}$ تا ۱۸ در نظر گرفتیم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده در شکل ۱۸ نشان داده شده است. با توجه به این منحنی مقدار آلفای بهینه (آلفای متناسب با کوچکترین نرم C) ۰/۰۰۰۳۵ حاصل شده است.

نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری با دو روش تنظیم تیخونوف

و روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته برای پروفیل گرانی شکل ۱۶ در شکل ۱۹ نشان داده شده است. خط قرمز رنگ حل با روش تیخونوف و خط سبز رنگ حل با روش تنظیم بهبود یافته را نشان میدهند. همچنین تغییرات میدان گرانی واقعی در طول پروفیل شکل ۱۶ در حالتی که سطح داده برداری در عمق ۵۰ متری واقع شده باشد (بعبارتی دیگر عمق چشمه بیهنجاری ۵۰ متر باشد)، در شکل ۲۰ نمایش داده شده است.

نتایج تحلیل خطا برای هر دو روش ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری در جدول ۳ آورده شده است.



شکل ۱۸: منحنی نرم c محاسبه شده برای مدل شکل ۱۵جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف

با توجه به جدول ۳ نتایج تحلیل خطا نشان میدهد که روش تنظیم بهبود یافته نسبت به روش تنظیم تیخونوف دارای دقت بالاتر میباشد و مقدار گرانی حاصل شده از ادامه فروسوی روش بهبود یافته به مقدار گرانی مورد انتظار در عمق ۵۰ متری زمین نزدیکتر است. در نتیجه عملگر فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته کارایی بهتری را نسبت به عملگر تنظیم تیخونوف در فرایند ادامه فروسوی میدان گرانی این مدل مصنوعی نیز نشان میدهد.



شکل ۱۹: نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری با دو روش تنظیم تیخونوف (منحنی قرمز) و روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته (منحنی سبز) برای پروفیل گرانی شکل ۱۶.



شکل ۲۰: تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل شکل ۱۶ در حالتی که سطح داده برداری در عمق ۵۰ متری زمین واقع شده باشد

جدول ٣: نتايج تحليل خطا براى مدل مكعب

RE %	RMSE (mGal)	پارامتر فيلتر	عملگر
•/١٣٩۴	•/۵•۶۴	•/•••۳۵	تيخونوف
•/•۵۵	• /٢	•/•••9	بهبود يافته

شکل ۲۱ میدان گرانی فروسو شده شکل ۱۵ تا عمق ۵۰ متر را نشان میدهد که با روش تنظیم بهبود یافته محاسبه شده است.



شکل ۲۱: میدان گرانی فروسو شده شکل ۱۵ تا عمق ۵۰ متر، محاسبه شده با عملگر تنظیم بهبود یافته

۵-۴ مدل مصنوعی مکعب نوفه دار

جهت بررسی بیشتر کارایی دو روش ادامه فروسوی معرفی شده، به داده گرانی شکل ۱۵، ۸ درصد نوفه تصادفی اضافه گردید (شکل ۲۲). در این حالت نیز انتقال میدان گرانی با روش ادامه فروسو به عمق ۵۰ متر مورد نظر میباشد.

شکل ۲۳ تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل گذر کننده از بالای مرکز مکعب ها را نشان میدهد.

فصلنامه پژوهشهای ژئوفیزیک کاربردی؛ بهار ۱۳۹۴؛ شماره ۱

جهت محاسبه عدد موج قطع $_{\sigma}^{O}$ ، عدد موجهای شعاعی محاسبه و نمودار طیف توان در مقابل عدد موج ترسیم گردید (شکل ۱۴). همانطور که در شکل ۱۴ مشاهده میشود، مقدار عدد موجهای مربوط به نوفه و طول موجهای کوچک، بزرگ میباشند و خط برازش داده شده به روش کمترین مربعات دارای شیب تقریبی صفر میباشد. همانطور که قبلا نیز گفته شد، محل تلاقی خطوط برازش، عدد موج قطع میباشد و طیف دادههای گرانی را به دو بخش طول موجهای بزرگ و کوچک تقسیم میکند. برای این مدل عدد موج قطع 0.000, بدست آمده است.



شکل ۲۲: داده گرانی شکل ۱۵ که به آن ۸ درصد نوفه تصادفی اضافه



شکل ۲۳: تغییرات میدان گرانی در طول پروفیل گذر کننده از بالای مرکز مکعبها در شکل ۲۲



شکل ۲۴: ترسیم طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای مدل شکل ۲۲ خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع ۰/۰۰۰۸ بدست آمده است.

محدوده آلفا را بین ^۲-۱۰ تا ۰/۰۱ در نظر گرفتیم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده در شکل ۲۵ نشان داده شده است. با توجه به این منحنی مقدار آلفای بهینه ۰/۰۰۰۶ حاصل شده است. نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری با دو عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته برای پروفیل گرانی شکل ۲۳ در شکل ۲۶ نشان داده شده است. خط قرمز رنگ حل با روش تیخونوف و خط سبز رنگ حل با روش تنظیم بهبود یافته را نشان میدهند. نتایج تحلیل خطا برای هر دو روش ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری در جدول ۴ آورده شده است.



شکل ۲۵: منحنی نرم c محاسبه شده برای مدل شکل ۲۲ جهت تعیین



شکل ۲۶: نتیجه ادامه فروسو تا عمق ۵۰ متری با دو روش تنظیم تیخونوف (منحنی قرمز) و روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته (منحنی سبز) برای پروفیل گرانی شکل ۲۳.

جدول ۴: نتایج تحلیل خطا برای مدل مکعب نوفهدار

RE %	RMSE (mGal)	پارامتر فيلتر	عملگر
•/1800	• /٣• ١١	•/•••۶۵	تيخونوف
•/•۵۳۹	•/•९४९	•/•••٨	ર્કાર

با توجه به جدول ۴ نتایج تحلیل خطا، میتوان دریافت که عملگر تنظیم بهبود یافته نسبت به عملگر تنظیم تیخونوف دارای دقت بالاتر میباشد و مقدار گرانی حاصل شده از ادامه فروسوی روش بهبود یافته به مقدار گرانی مورد انتظار در عمق ۵۰ متری زمین نزدیکتر است. در نتیجه روش فیلتر پائین گذر تنظیم بهبود یافته عملکرد بهتری را نسبت به روش تنظیم تیخونوف در فرایند ادامه فروسوی میدان گرانی این مدل مصنوعی نیز نشان میدهد.

شکل ۲۷ میدان گرانی فروسو شده شکل ۲۲ تا عمق ۵۰ متر را نشان میدهد که با روش تنظیم بهبود یافته محاسبه شده است.



شکل ۲۷: میدان گرانی فروسو شده شکل ۲۲ تا عمق ۵۰ متر، محاسبه شده با روش تنظیم بهبود یافته

۶- موقعیت منطقه مورد مطالعه (کوه نمک)

منطقه مورد نظر در منطقه ۳۹ شمالی مختصات UTM، بین طول های ۴۶۶۰۰۰ تا ۴۶۶۵۰۰ متر شرقی و عرض های ۳۸۴۰۰۰ تا ۳۸۵۰۰۰ تا ۳۸۵۰۰۰۰ متر شمالی، در یک منطقه ۱۰۵۰۰×۱۰۵۰۰ متر در شمال غربی شهر قم قرار دارد. شکل ۲۸ موقعیت و مورفولوژی منطقه مورد نظر که چهار گوشه آن با مکان نمای قرمز رنگ مشخص شده است را نسبت به شهرهای اطراف، در نرم افزار گوگل ارث نشان میدهد.



شکل ۲۸: موقعیت منطقه مورد مطالعه نسبت به شهر. کوه نمکی که در نتیجه بالا آمدن نمک حاصل شده است نیز نشان داده شده است.

۷- زمین شناسی منطقه مورد مطالعه

از نگاه زمین شناسی و پهنه های ساختاری – رسوبی استان قم بخشی از قلمروی ساختاری ایران مرکزی است که مورفولوژی حاکم بر آن شامل مجموعه ای از رشته کوهها و دشتهای نیمه موازی با روند شمال غربی جنوب شرقی است. دشت شمال باختری استان قسمتی از پایانه شمال غربی زمین های پست قم – اردکان است که بوسیله تپه ماهورها و بلندیهای کوشک نصرت به دو شاخه تقسیم گردیده که بخش شمالی آن دریاچه حوض سلطان را در بر دارد. مورفولوژی حاکم بر بخش مرکزی استان (پیرامون استان قم) نمایی تپه ماهوری دارد در حالیکه بلندیهای غرب – جنوب غربی قسمتی از رشته کوههای آتشفشانی ارومیه – بزمان است که بلندی آن در بعضی نقاط تا حدود ۲۰۰۰ متر از سطح دریا می رسد (آقانباتی، ۱۳۸۳).

بررسی واحدهای تکتونواستراتیگرافی نشان می دهد که کهنترین رخنمون های سنگی استان قم مجموعه ماگمایی ائوسن و جوانتر است که بصورت بخشی از نوار آتشفشانی ارومیه ـ بزمان در نواحی باختری استان برونزد دارد. رخنمون های کربناته آهکی سازند قم به سن الیگوسن ـ میوسن نشان می دهد که در این زمان دریا برای آخرین بار نواحی کم ارتفاع استان قم را پوشانده و ته نشستهای اساساً آهکی ومارنی سازند قم بجای گذاشته شده است. در اواخر میوسن زیرین رسوبهای ستبر قاره ای ـ کولابی سازند قرمز بالایی جانشین رخساره های دریایی قم گردیده و ضمناً نمودهای آتشفشانی نئوژن در طی دو فاز، با دو سیمای متفاوت شکل گرفته ان(آقانباتی، ۱۳۸۳).



شکل ۲۹: نقشه زمین شناسی منطقه مورد بررسی. smQ: نمک و رس سیلتی. Q¹²: پادگانه آبرفتی جوان. °Q: کفه رسی. Q¹¹ : پادگانه های آبرفتی کهن. ^{PICI}: کنگلومرا با میان لایه هایی از ماسه سنگ و رس. M: مارن، شیل و ماسه سنگ حفره دار. N: مجموعه ای از کنگلومرا، ماسه سنگ، شیل و مارل قرمز رنگ (برگرفته شده از نقشه ۱/۱۰۰۰۰۰ قم، سازمان زمین شناسی کشور)

از نظر لیتولوژی، منطقه تحت مطالعه شامل مارنهایی با رنگ قرمز (ناشی از رسوبگذاری در محیط اکسیدان قارهای) ، سبز ، سبز مایل به کرم با دانههایی به ابعاد سیلت تا ماسه و رگههایی از گچ و نمک دیده

فصلنامه پژوهشهای ژئوفیزیک کاربردی؛ بهار ۱۳۹۴؛ شماره ۱

می شود و در ادامه شامل تناوبی از شیلهای سیلتی قرمز و سبز رنگ ، مارنهای ژیپسدار ، ماسه سنگهای قرمز قهوهای ژیپسدار ، جریانهای آندزیتی وزیکولار (به همراه حفرات پرشده با کلسیت و کلریت) و مواد آذرآواری می باشد (آقانباتی، ۱۳۸۳). شکل ۲۹ نقشه زمین شناسی منطقه کوه نمک را نشان می دهد.

۸- پردازش و تحلیل میدان گرانی

شکل ۳۰ نقشه توپوگرافی منطقه تحت بررسی را نشان میدهد. یک بالاآمدگی در نتیجه صعود نمک در این شکل کاملا مشهود میباشد. با توجه به شکل ۲۹ مشخص است که این بالاآمدگی در رسوبات بین ارتفاعات شمال شرقی و جنوب غربی حادث شده است. شکل ۳۱ بیهنجاری بوگه منطقه مورد مطالعه را بعد از اعمال تصحیحات لازم نشان میدهد. منطقه دارای یک روند افزایش در مقدار گرانی از جنوب غربی به سمت شمال شرقی را نشان میدهد. با کم کردن اثر بیهنجاری منطفه ای از آنومالی بوگه، نقشه بیهنجاریهای محلی باقیمانده را با استفاده از نرم افزار ژئوسافت ترسیم نمودیم (شکل ۳۲).

در منطقه مورد مطالعه لایهها و تودههای گچ و نمک که دارای چگالی حجمی کمتری از رسوبات پیرامون خود می اشند، بوفور یافت می شود. اثر گرانی این تودههای کم چگال در روی نقشه بی هنجاری محلی بصورت آنومالی منفی آشکار می شود (شکل ۳۲). با توجه به شکل ۳۲ چندین بی هنجاری منفی در منطقه مورد نظر آشکار شده است که بی هنجاری منفی شمالی مربوط به کوه نمک می باشد.



شکل ۳۰: نقشه توپوگرافی منطقه تحت بررسی. بخش بالاآمدگی بر اثر فشار نمک در حال صعود به وضوح مشخص میباشد

اسحق زاده و حاجیان، مقایسه پایداری روش ادامه فروسوی میدان گرانی با بکارگیری عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته. صفحات ۱۰۷-۱۲۵.



شکل ۳۱: نقشه بی هنجاری گرانی بوگه منطقه کوه نمک



شکل ۳۲: نقشه بی هنجاری گرانی باقی مانده منطقه کوه نمک

۱-۸- ادامه فروسوی میدان گرانی فراسو شده

جهت بررسی کارآیی و پاسخ فیلترهای فروسوی بررسی شده در بخشهای قبلی، با استفاده از نرم افزار ژئوسافت، سطح اساس میدان گرانی محلی منطقه مورد بررسی را تا ارتفاعهای ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر از سطح زمین، افزایش میدهیم. نتیجه اعمال ادامه فراسوی ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر، بترتیب در نقشههای شکل ۳۳ و ۳۴ قابل مشاهده میباشد.

با اعمال فیلتر ادامه فراسو، بیهنجاریهایی با طول موجهای کوچکتر حذف، و بیهنجاریهای بزرگتر (دارای طول موج بزرگتر) بهتر آشکار میشوند. در نتیجه نقشههای حاصل از ادامه فراسو هموارتر و یکنواختتر میباشند و اختلاف بین بیشترین مقادیر مثبت و منفی کاهش مییابد. در واقع اثر ادامه فراسو مشابه صافی (فیلتر) پائین گذر میباشد.

بنابراین با افزایش ارتفاع، اثر میدان گرانی کاهش پیدا میکند. این امر در نقشههای فراسوی ۱۰۰ و ۵۰۰ متر شکل های ۳۳ و ۳۴ بخوبی قابل مشاهده میباشد.

اعمال فیلتر فروسو دقیقا اثری عکس فرایند ادامه فراسو بر روی میدان گرانی دارد و مشابه فیلتر بالا گذر عمل میکند. در نتیجه باعث افزایش اختلاف بین مقدار بیشینه و کمینه میدان گرانی میشود.

در ادامه با استفاده از روشهای ادامه فروسوی تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته و اعمال این روش ها بر روی دادههای میدان گرانی



شکل ۳۳: نقشه ادامه فراسوی ۱۰۰ متر



شکل ۳۴: نقشه ادامه فراسوی ۵۰۰ متر

فراسو شدهی شکل های ۳۳ و ۳۴، سطح اساس اندازه گیری گرانی را بترتیب به اندازه ۱۰۰ و ۵۰۰ متر کاهش دهیم، بعبارتی ادامه فروسوی ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر که در واقع دادهها را به همان سطح اصلی داده برداری گرانی انتقال میدهیم. بنابراین انتظار داریم که به نقشه تقریبی بیهنجاری باقیمانده و مهم تر از آن به گستره تغییرات میدان گرانی در روی ارتفاع صفر یعنی همان تغییرات میدان گرانی باقی مانده شکل ۳۲ برسیم.

بدین منظور نیاز است تا نخست جهت محاسبه عدد موج قطع ω_c ، عدد موجهای شعاعی محاسبه و نمودار طیف توان در مقابل عدد موج قطع و موج ترسیم گردد. لازم بذکر است که قبل از محاسبه عدد موج قطع و در ادامه محاسبه پارامتر α ، ۵ درصد نوفه تصادفی به دادههای گرانی فراسو شده اضافه گردید تا از اثر یکنواختی و همواری میدان کمی کاسته شود. محاسبات عدد موج قطع و پارامتر آلفا برای داده نوفهدار صورت پذیرفت.

شکل های ۳۵ و ۳۶ بترتیب نمودار طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی محاسبه شده برای میدان فراسو شده ۱۰۰ و ۵۰۰ متر را نشان میدهند. محل تلاقی خطوط برازش داده شده (خطوط قرمز رنگ) در شکل های اخیر، عدد موج قطع ω_c میباشد که بترتیب برای میدان گرانی ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر، ۵۰۰۰۸۵ و ۰/۰۰۰۰۶ حاصل شده است. جهت یادآوری قابل ذکر است که عدد موج قطع در روش تنظیم بهبود یافته بعنوان یک فیلتر عمل میکند.

فصلنامه پژوهشهای ژئوفیزیک کاربردی؛ بهار ۱۳۹۴؛ شماره ۱



شکل ۳۵: ترسیم لگاریتم طبیعی طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای میدان فراسو شده ۱۰۰ متر. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع ۰/۰۰۰۸۵ بدست آمده است.



شکل ۳۶: ترسیم لگاریتم طبیعی طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای میدان فراسو شده ۵۰۰ متر. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع ۰/۰۰۰۷۵ بدست آمده است.

همانطور که قبلا گفته شد، جهت ادامه فروسو با روش تنظیم تیخونوف نیاز به تخمین پارامتر α میباشد. بدین منظور محدوده آلفا را بین ^۸ ۱۰^{-۸} تا ۲۰۱۰ در نظر گرفتیم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده برای میدان فراسو شده ۲۰۰ و ۵۰۰ متر بترتیب در شکلهای ۳۷ و ۳۸ نشان داده شده است. با توجه به این منحنیها، مقدار آلفای بهینه (آلفای متناسب با کوچکترین نرم C) بترتیب برای میدان فراسو شدهی ۱۰۰ و ۵۰۰ متر جهت ادامه فروسو با عملگر تیخونوف تا عمق ۱۰۰ و ۵۰۰ متری ۸۰۰۰۰۰ و ۸۰۰ در ۲۰۰۰۰۰۰ حاصل شده است. واحد نرم C میلی گال میباشد.



شکل ۳۷: منحنی نرم c محاسبه شده برای میدان فراسو شدهی ۱۰۰ متر جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف



شکل ۳۸: منحنی نرم c محاسبه شده برای میدان فراسو شدهی ۵۰۰ متر جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف

نتیجه ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی فراسو شدهی ۱۰۰ متر، با عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته بترتیب در شکلهای ۳۹ و ۴۰ و نتیجه ادامه فروسوی ۵۰۰ متر میدان گرانی فراسو شدهی ۵۰۰ متر ، با عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته بترتیب در شکلهای ۴۱ و ۴۲ نشان داده شده است.

همانطور که در نقشههای حاصل از ادامه فروسو (شکل های ۳۹ الی ۴۰) دیده میشود، نتایج حاصل از دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته بسیار شبیه هم میباشند. جهت بررسی دقت دو نقشه ادامه فروسو ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر، مقدار خطای جذر میانگین مربعات و خطای نسبی بین نقشههای فروسو و نقشه میدان گرانی باقی مانده محاسبه گردید و نتایج در جدول های ۵ و ۶ آورده شده است.



شکل ۳۹: ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی شکل ۳۳ با عملگر تنظیم تیخونوف



شکل ۴۰: ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی شکل ۳۳ با عملگر تنظیم بهبود یافته

جدول ۵: نتایج تحلیل خطا برای نقشه ادامه فروسوی ۱۰۰ متر

RE %	RMSE (mGal)	پارامتر فيلتر	عملگر
۱/۵	• / ٣٣ ١	•/••••	تيخونوف
۱/۴	•/Y \ \	•/•••٨۵	بهبود يافته



شکل ۴۱: ادامه فروسوی ۵۰۰ متر میدان گرانی شکل ۳۴ با عملگر



شکل ۴۲: ادامه فروسوی ۵۰۰ متر میدان گرانی شکل ۳۴ با عملگر تنظیم بهبود یافته

ىوى ۵۰۰ متر	نقشه ادامه فروس	یج تحلیل خطا برای	جدول ۶: نتا
RE %	RMSE	بارامت فيلت	عملگ

RE %	(RNCSF)	پارامتر فيلتر	عملگر
٩/۴۶	۴/۵۷۸	•/•••••٨۵	تيخونوف
٩/۴٢	4/081	•/•••¥۵	بهبود يافته

۸–۲ ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی باقی مانده

در بخش قبلی میدانهای گرانی را با استفاده از روش تبدیل فوریه در نرم افزار ژئوسافت ادامه فراسو داده و با استفاده از دو روش فروسوی تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود پیدا کرده، سطح داده برداری را به سطح اساس (ارتفاع صفر) انتقال دادیم. در این بخش قصد داریم تا داده گرانی باقی مانده شکل ۳۲ را با استفاده از هر دو عملگر به عمق ۱۰۰ متر انتقال بدهیم (ادامه فروسوی ۱۰۰ متر). در این حالت بدلیل وجود جرم در داخل زمین، میدان گرانی از قانون پواسون تبعیت میکند. نخست عدد موجهای شعاعی محاسبه و نمودار طیف توان داده گرانی باقی مانده در مقابل عدد موج ترسیم میگردد (شکل ۴۳).



شکل ۴۳: ترسیم لگاریتم طبیعی طیف توان در مقابل عدد موج شعاعی (خط آبی) برای میدان گرانی باقی مانده. خطوط برازش با رنگ قرمز نشان داده شده است. مقدار عدد موج قطع ۰/۰۰۰۸۵ بدست آمده است

محدوده آلفا را بین ^۸-۱ تا ۱۰/۱ در نظر می گیریم. منحنی نرم C نهایی حاصل شده برای میدان گرانی باقی مانده در شکلهای ۴۴ نشان داده شده است. با توجه به این منحنی، مقدار آلفای بهینه (آلفای متناسب با کوچکترین نرم C) برای میدان گرانی باقی مانده جهت ادامه فروسو با روش تیخونوف تا عمق ۱۰۰ متر، ۰/۰۰۰۸۵ حاصل شده است.

نقشههای ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی باقی مانده شکل ۳۲ با استفاده از دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته بترتیب در شکل های ۴۵ و ۴۶ نشان داده شده است.



شکل ۴۴: منحنی نرم c محاسبه شده برای انتقال میدان گرانی باقی مانده به عمق ۱۰۰ متر جهت تعیین مقدار پارامتر آلفای بهینه در تنظیم تیخونوف



شکل ۴۵: نقشه ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی باقی مانده با



شکل ۴۶: نقشه ادامه فروسوی ۱۰۰ متر میدان گرانی باقی مانده با استفاده از روش تنظیم بهبود یافته

۹- بحث و نتیجه گیری

هر خطای موجود و شاید غیر مشهود در دادههای گرانی اندازه گیری شده، ممکن است در میدان فروسوی محاسبه شده، بصورت خیلی بزرگ و واضح آشکار گردد و حتی دارای تغییرات غیر واقعی باشد (بلکلی، ۱۹۹۵). در این مقاله دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته برای افزایش پایداری جوابهای ادامه فروسوی میدان گرانی، مورد

فصلنامه پژوهشهای ژئوفیزیک کاربردی؛ بهار ۱۳۹۴؛ شماره ۱

بررسی و مقایسه قرار گرفته شده است. عملگر تنظیم بهبود یافته بر اساس عدد موج قطع بعنوان معیار حذف یکسری از طول موجهای کوچکتر از آن که در میدان گرانی وجود دارند، عمل میکند. بنابراین انتظار میروی که در میدانهای فروسو شده با استفاده از عملگر تنظیم بهبود یافته، طول موجهای کوچک و نوفه کمتری نسبت به ادامه فروسوی متداول و ادامه فروسو با استفاده از عملگر تنظیم تیخونوف، بروز پیدا نماید.

نتایج تحلیل خطا برای مدلهای مصنوعی، با و بدون نوفه تصادفی اضافه شده به دادههای گرانی که در جدولهای ۱ الی ۴ آورده شده است، نشان میدهند که مقدار خطای جذر میانگین مربعات و خطای نسبی محاسبه شده بین مقادیر میدان گرانی فروسو شده بوسیله عملگر تنظیم بهبود یافته و میدان گرانی واقعی مورد انتظار در عمق مشابه، کمتر از مقدار خطای جذر میانگین مربعات و خطای نسبی محاسبه شده بین مقادیر میدان گرانی فروسو شده بوسیله عملگر تنظیم تیخنوف و میدان گرانی واقعی مورد انتظار در عمق مشابه، میباشد. بنابراین روش ادامه فروسوی تنظیم بهبود یافته دارای کارایی و نیز دقت قابل قبولی می باشد و از طرفی نسبت به روش تنظیم تیخنوف حساسیت کمتری به نوفه دارد.

نتایج تحلیل خطا برای میدانهای گرانی واقعی فروسو شده تا ارتفاع صفر که به ارتفاع ۱۰۰ متر و ۵۰۰ متر انتقال پیدا کرده بودند (شکلهای ۳۹، ۴۰، ۴۱ و ۴۲) عملکرد بهتر روش تنظیم بهبود یافته را نشان میدهند. این ادامه فروسو در خارج از سطح زمین که جرم وجود ندارد، صورت پذیرفته است. شکلهای ۴۵ و ۴۶، میدان گرانی انتقال یافته تا عمق ۱۰۰ متر بترتیب توسط عملگر تنظیم تیخونوف و عملگر تنظیم بهبود یافته را نشان میدهند. از آنجاییکه این انتقال سطح میدان در داخل زمین که جرم وجود دارد صورت پذیرفته است، طول موجهای کوچک و نوفه در این نقشهها نمایان میشوند. اما بوضوح میتوان دید که نقشه ادامه فروسوی حاصل شده از عملگر تنظیم بهبود یافته نسبت به نقشه ادامه فروسوی حاصل شده از عملگر تنظیم پیدا کردهاند. این مهم در نقشههای ادامه فروسوهای انجام شده در خارج پیدا کردهاند. این مهم در نقشههای ادامه فروسوهای انجام شده در خارج

در نقشه ادامه فروسو تا عمق ۱۰۰ متر اثر بیهنجاری منفی گنبد نمکی (کوه نمک) بخوبی دیده میشود، اما بیهنجاریهای منفی دیگر تا حدود زیادی تضعیف شدهاند که نشان میدهد عمق کوه نمک از ۱۰۰ متر بیشتر است.

هر دو عملگر تنظیم تیخونوف و تنظیم بهبود یافته تا حد زیادی پایداری میدان گرانی را در ادامه فروسو حفظ مینمایند. با توجه به نتایج ادامه فروسوی میدان گرانی واقعی میتوان گفت که کارایی این عملگرها برای انتقال میدانهای گرانی هوایی برداشت شده تا سطح زمین تقریبا یکسان میباشد. اما در انتقال میدان گرانی واقعی به عمق زمین، بخصوص زمانی که سطح نوفه در دادهها زیاد باشد، برتری عملگر تنظیم **اسحق زاده و حاجیان، مقایسه پایداری روش ادامه فروسوی میدان گرانی با بکارگیری عملکر تنظیم تیخونوف و عملکر تنظیم بهبود یافته. صفحات ۱۰۲–۱۲۵.** بهبود یافته به عملگر تنظیم تیخونوف کاملا مشهود است. 1174–1203.

۱۰- منابع

- Leão, J.W., Silva, J.B., 1989, Discrete linear transformations of potential field data. Geophysics 54, 497–507.
- Li, Y.G., Oldenburg, D.W., 2010, Rapid construction of equivalent sources using wavelets. Geophysics 75, L51–L59.
- Li, Y.G., Devriese, S.G., Krahenbuhl, R.A., Davis, K., 2013, Enhancement of magnetic data by stable downward continuation for UXO application. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 51, 3605–3614.
- Liu, D.J., Hong, T.Q., Jia, Z.H., Li, J.S., Lu, S.M., Sun, X.F., Xu, S.Z., 2009, Wave number domain iteration method for downward continuation of potential fields and its convergence. Chin. J. Geophys. 52, 1599–1605 (in Chinese).
- Ma, G., Liu, C., Huang, D., Li, L., 2013, A stable iterative downward continuation of potential field data. J. Appl. Geophys. 98, 205–211.
- Oliveira Jr., V.C., Barbosa, V.C., Uieda, L., 2013, Polynomial equivalent layer. Geophysics 78, G1–G13.
- Pašteka, R., Karcol, R., Kušnirák, D., Mojzeš, A. 2012, EGCONT: AMATLAB b sed program for stable downward continuation of geophysical potential fields using Tikhonov regularization. Comput. Geosci. 49, 278–289.
- Pawlowski, R.S., 1995, Preferential continuation for potential-field anomaly enhancement. Geophysics 60, 390–398.
- Peters, L.J., 1949, The direct approach to magnetic interpretation and its practical application. Geophysics 14, 290–320.
- Spector, A., Grant, F.S., 1970, Statistical models for interpreting aeromagnetic data. Geophysics 35, 293– 302.
- Strakhov, A.V., Devitsyn, V.N., 1965, The reduction of observed values of a potential field to values at a constant level. Akad. Nauk USSR Izv Fiziki Zemli 4, 256–261.
- Trompat, H., Boschetti, F., Hornby, P., 2003, Improved downward continuation of potential field data. Explor. Geophys. 34, 249–256.
- Wang, B.Z., 2006, 2D and 3D potential-field upward continuation using splines. Geophys. Prospect. 54, 199–209.

- آقانباتی ، علی .، ۱۳۸۳، زمین شناسی ایران، سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور.
- Abedi, M., Gholami, A., Norouzi, G.H., 2013, A stable downward continuation of airborne magnetic data: A case study for mineral prospectivity mapping in Central Iran. Comput. Geosci. 52, 269–280.
- Blakely, R.J., 1995, Potential theory in gravity and magnetic applications. Cambridge University Press.
- Clarke, G.K., 1969, Optimum second-derivative and downward-continuation filters. Geophysics 34, 424–437.
- Cooper, G., 2004, The stable downward continuation of potential field data. Explor. Geophys. 35, 260–265.
- Dampney, C., 1969, The equivalent source technique. Geophysics 34, 39–53.
- Dmitriev, V., Dmitrieva, I., 2012, Iterative method for analytical continuation of the gravity field. Comput. Math. Model. 23, 51–55.
- Engl, H.W., Hanke, M., Neubauer, A., 1996, Regularization of inverse problems, vol. 375. Springer.
- Fedi, M., Florio, G., 2002, A stable downward continuation by using the ISVD method. Geophys. J. Int. 151, 146–156.
- Ferguson, J.F., Felch, R.N., Aiken, C.L., Oldow, J.S., Dockery, H., 1988, Models of the Bouguer gravity and geologic structure at Yucca Flat, Nevada. Geophysics 53, 231–244.
- Gerkense A.J.C., 1989, Foundation of exploration Geophysics.
- Guspi, F., 1987, Frequency-domain reduction of potential field measurements to a horizontal plane. Geoexploration 24, 87–98.
- Hofmann Wellenhof. B and Moritz H. 2006, Physical Geodesy Verlag, Wien.
- Hansen, R.O., Miyazaki, Y., 1984, Continuation of potential fields between arbitrary surfaces. Geophysics 49, 787–795.
- Ku, C.C., Telford, W.M., Lim, S.H., 1971, The use of

فصلنامه پژوهشهای ژئوفیزیک کاربردی؛ بهار ۱۳۹۴؛ شماره ۱ plane. Geophys. Prospect. 55, 883-889.

- Zeng, X.N., Li, X.H., Su, J., Liu, D.Z., Zou, H.X., 2013, An adaptive iterative method for downward continuation of potential-field data from a horizontal plane. Geophysics 78, J43–J52.
- Zhang, H.L., Ravat, D., Hu, X.Y., 2013, An improved and stable downward continuation of potential field data: The truncated Taylor series iterative downward continuation method. Geophysics 78, J75–J86.
- Xia, J.Z., Sprowl, D.R., Adkins-Heljeson, D., 1993, Correction of topographic distortions in potential-field data: A fast and accurate approach. Geophysics 58, 515–523.
- Xu, S.Z., 2001, The boundary element method in geophysics. Soc. Explor. Geophys. 9.
- Xu, S.Z., Yang, J.Y., Yang, C.F., Xiao, P.F., Chen, S.C., Guo, Z.h, 2007, The iteration method for downward continuation of a potential field from a horizontal



JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS

(JRAG) 2019, VOL 5, No 1



(1)

(DOI): 10.22044/JRAG.2017.5978.1138

Comparison of the stability of the downward continuation of gravity field by using the Tikhonov regularization and improved regularization operators

Ata Eshaghzadeh^{1*} and Alireza Hajian²

1.Graduate student of geophysics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran 2. Department of Physics, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran

Received: 1 July 2017; Accepted: 22 November 2017

Corresponding author: eshagh@alumni.ut.ac.ir

Keywords	Extended Abstract	
	summary	
C-norm	Downward continuation of potential field data plays an important role in	
Cutoff wavenumber	interpretation of gravity and magnetic data. For its inherent instability, many	
Downward continuation	methods have been presented to downward continue stably and precisely. The	
Improved regularization operator	Tikhonov regularization approach is one of the most robust. It is based on a low-	
Kohe Namak	pass filter derivation in the Fourier spectral domain, by means of a minimization	
Tikhonov regularization	problem solution. In this manuscript, we propose an improved regularization	
	define a special wavenumber named the cutoff wavenumber to divide the potential field spectrum into the signal part and the noise part based on the radially averaged power spectrum of potential field data. Next, we use the conventional downward continuation operator to downward continue the signal	
	and the Tikhonov regularization operator to suppress the noise. Moreover, the	

parameters of the improved operator are defined by the cutoff wavenumber which has an obvious physical significance. For computing the α parameter, it is necessary that the C-norm of the potential field must be calculated. The improved operator can not only eliminate the influence of the high-wavenumber noise but also avoid the attenuation of the signal. Experiments through synthetic gravity and real gravity data from Kohe Namak region, Ghom province, Iran show that the downward continuation precision of the proposed operator is higher than the Tikhonov regularization operator. **Introduction**

Introduction

The analytical continuation of potential fields is recognized as being a powerful tool in the transformation of geophysical potential fields (mainly in gravity and geomagnetic fields). Continuation of the potential field data above the level of measurement is known as upward continuation and in the opposite direction (belowthe level of measurement but must be above sources), it is known as downward continuation. During the potential field data processing and interpretation, upward continuation is often used to enhance the regional components in the original data by attenuating shallow surface sources manifestation and downward continuation is often used to enhance the detection of shallower sources by extracting the local anomalies and calculate the depth of the important shallowest sources. From the point of view of potential theory, upward continua- tion is a stable transformation and it can be performed for any reasonable height level in the source free area (in the Fourier spectral domain, it is a low pass filter). A problem occurs in the case of downward continuation, as this is an unstable operation (e.g., Parker, 1977). It has been analytically derived from potential field theory by various authors (e.g., Baranov, 1975; p. 47–49), that we can only continue downwards an interconnected poten- tial field function to the depth of its nearest source (its upper edge).

Methodology and Approaches

The Tikhonov regularization operator has the following form (Abedi et al., 2013; Li et al., 2013; Zeng et al., 2013):

$$R = \frac{1}{1 + \alpha e^{2h\omega_r}} \cdot e^{h\omega_r}$$

where α is the regularization parameter. If we want to design a better regularization low-passfilter, it is desired to allpass the signal parts while at the same time suppressing the noise parts. As a result, we proposed the following

JRAG, 2019, VOL 5, NO 1.

improved regularization low-pass filter:

$$filter = \begin{cases} 1 \to if \,\omega_r \le \omega_c \\ \frac{1}{1 + \alpha e^{2h\omega_r}} \to if \,\omega_r > \omega_c \end{cases}$$
(2)

where ωc is the cutoff wavenumber which divides the potential field spectrum into two parts. The signal part of the spectrum is fit separately from the noise. At last, the noise is constrained to have zero slope, and both solutions are constrained to merge at the wavenumber $\omega c'$. Slope and intercept of the signal and mean noise level are fit by least squares to spectral samples partitioned at $\omega c'$. In order to regularize the downward continuation function without overfiltering or underfiltering the data, it is necessary to choose the regularization parameters, α and ωc , which taper the continuation function beginning near thewavenumber $\omega c'$. The improved regularization low-pass filter in Eq. (2) changes into:

$$filter = \begin{cases} 1 \to ij \ \omega_r \ge \omega_c \\ \frac{1}{1 + e^{2h(\omega_r - \omega_c)}} \to if \ \omega_r > \omega_c \end{cases}$$
(3)

where ωc is decided by the radially averaged power spectrum.

Results and Conclusions

The downward continuation of potential field data is an inverse problem that requires the use of regularization theory, especially when the noise is present in the data. In this manuscript, we presented an improved regularization operator and regularization parameter choice method to accomplish the downward continuation of potential field data based on the characteristic of the potential field spectrum. We demonstrate the proposed operator on noise corrupted gravity model and real aeromagnetic anomalies, and the results show that the proposed regularization operator can obtain more precise results compared to the Tikhonov regularization operator.