



مقایسه واهمامیخت تنک داده‌های لرزه‌ای به روش MM و حداقل مربعات با رویکرد تشخیص لایه‌های نازک

پروانه پاک منش^۱، علیرضا گودرزی^{۲*} و میثم کورکی^۲

۱- کارشناسی ارشد، دانشکده علوم و فناوری‌های نوین، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته کرمان
۲- استادیار، دانشکده علوم و فناوری‌های نوین، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته کرمان

دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۲۲؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۴/۰۶

* نویسنده مسئول مکاتبات: a.goudarzi@kgut.ac.ir

واژگان کلیدی

چکیده

واهمامیخت به مسائل تخمین ورودی مجهول سیستم LTI زمانی که سیگنال و پاسخ سیستم معلوم باشد؛ اطلاق می‌شود. در عمل سیگنال خروجی با نوفه همراه است. برای بعضی سیستم‌ها مسئله واهمامیخت ساده است؛ با این حال برای سیستم‌های معکوس ناپذیر مسئله کمی پیچیده می‌شود. استفاده از معکوس سیستم منجر به تقویت نوفه می‌شود. اگر انتظار داریم یا می‌دانیم ورودی مجهول سیگنال به یک سیستم LTI تنک است؛ آنگاه واهمامیخت تنک رویکرد مناسبی برای تخمین x است. هدف، افزایش قدرت تفکیک زمانی در مقطع لرزه‌ای است؛ به طوری که لایه‌های نازک قابل تشخیص باشند. در پژوهش حاضر روش واهمامیخت بر اساس الگوریتم MM ارائه شده است و برتری آن نسبت به روش حداقل مربعات که روشی مرسوم است، مشاهده می‌شود. در روش حداقل مربعات، تابع هزینه بر اساس نرم l_2 کمینه خواهد شد. در روش الگوریتم MM، کمینه تابع هزینه با استفاده از نرم l_1 و l_2 تعریف می‌شود. الگوریتم MM از مزیت ساختار نواری ماتریس‌هایی که در مسائل واهمامیخت وجود دارد استفاده کرده است. همچنین پس از اعمال این الگوریتم بر داده مصنوعی و واقعی نسبت به روش حداقل مربعات افزایش قدرت تفکیک لایه‌ها و بازیابی فرکانس‌های از دست رفته قابل مشاهده است. پس از اعمال نشانگرهای لرزه‌ای بر مقطع پس از برانبارش، طیف فرکانس و دامنه افزایش قدرت تفکیک را نشان می‌دهند. به این صورت که حضور لایه‌ها بهتر درک می‌شود. دنبال کردن مسیر لایه‌ای که قبلاً میسر نبود، امکان‌پذیر شده است. همچنین لایه‌هایی که قبلاً وجود نداشتند در حال حاضر به وضوح دیده می‌شوند.

واهمامیخت
الگوریتم MM
وارون سازی
تنکی
سیستم LTI
منظم سازی
روش حداقل مربعات

۱- مقدمه

به طور کلی، در مقوله‌ی اکتشاف نفت و گاز، رهیافت‌های اندازه‌گیری پارامترهای فیزیکی را می‌توان، به دودسته‌ی بزرگ، رهیافت‌های مستقیم و رهیافت‌های غیرمستقیم تقسیم کرد.

در رهیافت‌های مستقیم، توصیف و شناسایی پارامترهای فیزیکی با استفاده از روش‌های مستقیمی همچون استفاده از مغزه‌ها، بررسی نمونه‌های دست‌خورده و نخورده از چاه‌ها، بررسی زمین‌شناسی منطقه، مطالعه‌ی رهنمون‌ها و نیز نگاره‌های چاه پیمایی صورت می‌پذیرد؛ اما در رهیافت‌های غیرمستقیم با استفاده از روابط ریاضی و وارون کردن مسئله پاسخ به دست می‌آید. در لرزه‌شناسی انعکاس‌ها را با استفاده از فرستادن یک پالس موجک از سطح به اعماق، امواج منعکس‌شده از مرزهای لایه‌های زیر سطح زمین، توسط آرایه‌ای از حسگرها در سطح، به‌عنوان تابعی از زمان و موقعیت فضایی، ثبت می‌گردد (Yilmaz, 1990). امواج ثبت شده حاصل همامیخت (Convolution) موجک لرزه‌ای و سری ضرایب بازتاب زمین است. امواج ثبت شده به همراه نوفه تصادفی نیز است (Robinson and Treitel, 1967).

جذب، جزئی از واقعیت زمین است و تابعی از فرکانس است. اصطلاحاً می‌گویند که زمین یک فیلتر پایین گذر است (Sheriff et al., 1995) که بر روی امواج عمل می‌کند؛ یعنی دامنه‌ی فرکانس‌های بزرگ نسبت به دامنه‌ی فرکانس‌های کوچک بیشتر کاهش می‌یابد. لذا جایی که جذب صورت می‌گیرد، فرکانس غالب در طیف دامنه- فرکانسی که بیشترین دامنه را دارد- به سمت فرکانس‌های کمتر می‌رود؛ و انتظار است که در رد لرزه‌ی ثبت شده، طول موجک بیشتر شود. در واقع پهنای موجک ارسال‌شده به داخل زمین، بعد از دریافت مجدد روی زمین بیشتر خواهد شد.

این موضوع سبب می‌شود که قدرت تفکیک زمانی کاهش یابد. اگر هدف این باشد که موجک دریافتی در حوزه‌ی زمان فشرده باشد؛ باید در حوزه‌ی فرکانس، باند فرکانسی موجک وسیع شود؛ که در این صورت، با توجه به جمع شدن موجک؛ مسئله‌ی تداخل یا همان کاهش رزولوشن زمانی رخ نخواهد داد. فشرده شدن موجک منجر به افزایش رزولوشن زمانی و افزایش قدرت تفکیک لایه‌های زمین می‌شود.

با توجه به اطلاعات مشاهده و اندازه‌گیری شده بر روی سطح زمین و سپس با معکوس کردن آن (Deconvolution) به مشخصات لایه‌های زمین می‌توان دست‌یافت. بازیابی ضرایب بازتاب زمین از داده‌های لرزه‌ای با استفاده از اپراتور واهمامیخت انجام می‌پذیرد.

یکی از روش‌های مرسوم در واهمامیخت با فرض گوسی بودن ضرایب بازتاب زمین به حل مسائل واهمامیخت می‌پردازد (Wiener, 1949; Mendel, 1983)؛ که این فرض صحیحی برای دستیابی به تنکی (Sparse) نیست.

یکی دیگر از روش‌های مرسوم در واهمامیخت، روش حداقل

مربعات (least square solution) است.

روش حداقل مربعات در زمینه منظم سازی تنها از نرم برای حل مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌کند (Yilmaz, 1990; Selesnick, 2012; Berkhout, 1977). البته روش حداقل مربعات، به عنوان روش مرسوم، فرم تنگ‌کنندگی خوبی ندارد و تنها نقش هموار کردن داده را ایفا می‌کند و این موضوع یکی از معایب این روش است.

الگوریتم واهمامیخت اسپایک پراکنده با استفاده از حداقل کردن تابع هزینه با نرم l_1 به بازیابی ضرایب بازتاب زمین می‌پردازد. کشف لایه‌های زمین، با استفاده از الگوریتم‌های واهمامیخت برای اولین بار در سال ۱۹۷۳ مطرح شد (Dossal et al., 2005). این روش با استفاده از نرم به کمینه کردن تابع بهینه‌سازی می‌پردازد (Selesnick et al., 2012). پس از آن، مقالات ارزشمند بسیاری در زمینه پردازش تصویر ارائه شد؛ که با استفاده از نرم به حل معادلات خود می‌پردازند (O'Brein et al., 1994; Goldstein et al., 2009; Donoho et al., 2003; Donoho et al., 2006).

اگر موجک و سری ضرایب معلوم نباشد؛ این حالت به فرم دیکانولوشن کور نوشته می‌شود و یک مسئله معکوس و غیرخطی خواهد بود. این نوع مشکلات به طور کلی به فرم بد وضع خواهند بود و موجک به فرم تنگ فرض خواهد شد (Lopes et al., 2001; Repetti et al., 2015; Nose-Filho et al., 2015).

در این مقاله، الگوریتم MM بر روی داده‌های لرزه‌ای اعمال می‌شود. الگوریتم MM، به طور همزمان از نرم l_1 و l_2 برای عمل بهینه‌سازی استفاده می‌کند؛ که نرم l_1 به عنوان پارامتر منظم سازی ایفای نقش خواهد کرد (Selesnick, 2012). در پایان، نتیجه حاصل از اعمال الگوریتم MM بر داده‌های مصنوعی و حقیقی، با اعمال روش حداقل مربعات بر روی همین داده‌ها مقایسه خواهد شد. اعمال الگوریتم MM و روش حداقل مربعات بر روی داده لرزه حقیقی پس از برابارش اعمال می‌شود. در نتایج نشان داده خواهد شد؛ که روش حداقل مربعات توانایی لازم را برای افزایش قدرت تفکیک زمانی بر داده پس از برابارش را ندارد؛ اما روش الگوریتم MM با افزایش قدرت تفکیک زمانی مقطع لرزه‌ای، به بالاترین حالت تنکی در سری ضرایب بازتاب زمین رسیده است و لایه‌های نازک به تفکیک قابل مشاهده می‌باشند.

در روش پژوهش حاضر، موجک به فرم پایا و فیلتر اعمال شده به صورت ناپایا (Time variant) عمل می‌کند.

۲- تئوری مسئله

فرض کنید که اطلاعات نوفه‌دار به شکل زیر باشند:

$$y(n) = (h * x)(n) + w(n) \quad (1)$$

تخمین $x(n)$ از اطلاعات $y(n)$. مسئله بهینه‌سازی زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\arg \min \frac{1}{2} \|y - Hx\|_2^2 + \lambda \|x\|_1 \quad (۶)$$

استفاده از نرم l_1 به عنوان پارامتر منظم‌سازی دربرگیرنده این موضوع است؛ که $x(n)$ تنگ است. نرم l_1 تنها راه اندازه‌گیری تنگ بودن نیست؛ ولی طبیعی‌ترین انتخاب برای توابع محدب/مقعر است. پارامتر منظم‌سازی $\lambda > 0$ را باید با سطح واریانس نوفه انتخاب کرد. در واقع پارامتر منظم‌سازی میزان نوفه موجود در سیگنال را کنترل می‌کند.

تعیین پارامتر منظم‌سازی بزرگ، تخمین نوفه کمتری به ما می‌دهد؛ ولی سیگنال تغییر شکل بیشتری پیدا می‌کند. تعیین پارامتر منظم‌سازی کوچک‌تر منجر به تخمین با نوفه بیشتر می‌شود. درنهایت برای تخمین درستی از λ از رابطه استفاده می‌شود:

$$\lambda = 3\sigma \sqrt{\sum |h(n)|^2} \quad (۷)$$

مسئله بهینه‌سازی (رابطه ۶) را نمی‌توان به طور مستقیم حل کرد. با این حال تابع هزینه مورد نظر تابعی محدب است و می‌توان از تئوری بهینه‌سازی محدب برای آن استفاده کرد. برای کمینه کردن تابع $F(x)$ ، رویکرد MM از یک سری مسائل بهینه‌سازی دنباله‌دار بهره می‌برد (Figueiredo et al., 2006).

که $h(n)$ پاسخ ضربه سیستم LTI، $x(n)$ سیگنال تنگ و $w(n)$ نوفه سفید گاوسی است. علامت * نشان‌دهنده آمیختگی است. فرض است که سیستم LTI با یک معادله بازگشتی توصیف شود که فرم ماتریسی آن به شکل زیر نشان داده می‌شود.

$$Ay = BX \quad (۲)$$

که A و B ماتریس‌های نواری هستند. خروجی سیستم را می‌توان به شکل زیر دوباره بازنویسی کرد:

$$y = A^{-1}Bx = Hx \quad (۳)$$

که ماتریس H برابر است با:

$$H = A^{-1}B \quad (۴)$$

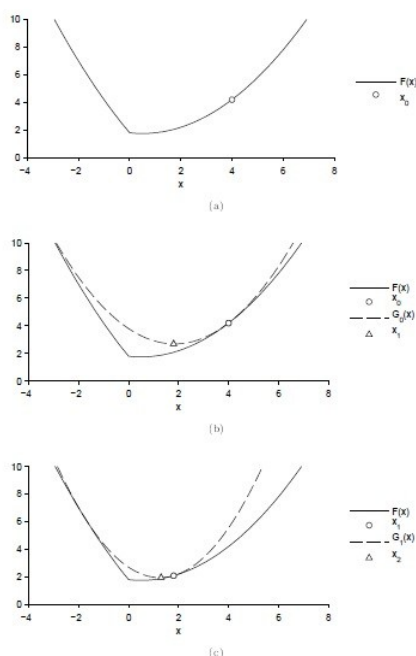
اطلاعات مدل در دسترس را می‌توان به شکل زیر نوشت

(Selesnick et al., 2012)

$$y = Hx + w \quad (۵)$$

۱-۲- بهینه‌سازی

با توجه به این که تعداد معادلات از تعداد مجهولات ما بیشتر است، سیستم بی‌نهایت جواب دارد. هدف تخمین x است؛ به نحوی که y به Hx نزدیک شود. همچنین انتظار است که x تنگ باشد. از لحاظ ریاضی هدف کمینه کردن $\|x\|_1$ و $\|y - Hx\|_2^2$ است (Claerbout, Jon F., and Francis Muir, 1973). به منظور



شکل ۱: شرایط بهینه‌سازی را نشان می‌دهد. مورد (a) تابع هزینه $F(x)$ با نقطه‌ی شروع x_0 کمینه می‌شود (b) تکرار اول را نشان می‌دهد. تابع $G(x)$ در نقطه‌ی x_0 بر $F(x)$ منطبق است و x_1 حداقل تابع $G(x)$ را نشان می‌دهد. (c) در تکرار دوم، تابع $G(x)$ و $F(x)$ در نقطه x_1 بر هم منطبق شده و کمینه تابع $G(x)$ ، x_2 خواهد بود. همگرایی x در هر تکرار منجر به کمینه شدن تابع هدف یا همان $F(x)$ خواهد شد (Figueiredo et al., 2006).

$$x^{(k+1)} = (B^T (AA^T)^{-1} B + \Lambda_k)^{-1} B^T A^{-T} y \quad (14)$$

هرچند معادله بالا از لحاظ ریاضی معتبر است؛ در بروز رسانی آن دو مشکل به وجود می‌آید. اول این‌که اگر اعضای x به سمت صفر

میل کنند؛ المان‌های Λ_k به سمت بی‌نهایت می‌روند و به روزرسانی معادله از لحاظ عددی دقیق نیست. دوم این‌که برای حل معادلات سیستم‌های بزرگ خطی از لحاظ محاسباتی هزینه‌بر است. با استفاده از معکوس ماتریکس لما داریم:

$$\left(\underbrace{B^T (AA^T)^{-1} B + \Lambda_k}_{\text{not banded}} \right)^{-1} = \Lambda_k^{-1} - \Lambda_k^{-1} B^T \left(\underbrace{AA^T + B \Lambda_k^{-1} B^T}_{\text{banded!}} \right)^{-1} B \Lambda_k^{-1} \quad (15)$$

آنگاه می‌توان نوشت:

$$\left(\underbrace{B^T (AA^T)^{-1} B + \Lambda_k}_{\text{not banded}} \right)^{-1} = W_k - W_k B^T \left(\underbrace{AA^T + B W_k B^T}_{\text{banded!}} \right)^{-1} B W_k \quad (16)$$

با استفاده از معادله بالا داریم:

$$g \leftarrow B^T (AA^T)^{-1} \quad (17)$$

$$W_k \leftarrow \frac{1}{\lambda} \text{diag} \left(\|x^{(k)}\| \right) \quad (18)$$

$$x^{(k+1)} \leftarrow W_k \left[g - B^T \left(\underbrace{AA^T + B W_k B^T}_{\text{banded!}} \right)^{-1} B W_k g \right] \quad (19)$$

معادلات بالا حلقه تکرار الگوریتم MM را تشکیل می‌دهند. توجه داریم که تمام ماتریس‌های درون معادلات بروز رسانی نواری هستند (Selesnick et al., 2012).

۲-۳- اعمال نشانگرهای لرزه‌ای بر داده‌ی واقعی

به هر نوع اندازه‌گیری از داده لرزه‌ای در حیطه زمان و فرکانس که به صورت لحظه‌ای یا پنجره‌ای استخراج شود، نشانگر لرزه‌ای گفته می‌شود (Taner et al., 1979). تانر و همکارانش پنج نشانگر لرزه‌ای شامل دامنه لحظه‌ای، فاز لحظه‌ای، پلاریته لحظه‌ای، فرکانس لحظه‌ای و فرکانس میانگین وزن‌دار را معرفی کرده‌اند؛ که در این مقاله تنها به بحث در مورد فرکانس و دامنه لحظه‌ای شده است. تانر (Taner, 1995) نشانگرهای لرزه‌ای را به دو دسته هندسی و فیزیکی تقسیم کرد. در نشانگر فیزیکی به دنبال استخراج اطلاعات فیزیکی از مخزن از جمله یافتن ضرایب بازتاب زمین، محل حضور هیدروکربن و ... از داده‌های لرزه‌ای هستند (Yilmaz et al., 1995). در این مقاله هدف مطالعه نشانگر لحظه‌ای در دسته‌ی پس از برانبارش است.

اگر $F(t)$ ردلرزه مختلط باشد؛ آنگاه به صورت زیر نوشته خواهد شد (Chopra et al., 2005).

$$F(t) = f(t) + if^*(t) \quad (20)$$

هدف این است که تابع هزینه F کمینه شود. برای انجام این مهم از x_0 آغاز می‌شود. در تکرار اول یک تابع majorizer G_0 جستجو می‌شود؛ که دارای شروط زیر باشد (Figueiredo et al., 2006).

$$G_k(x) \geq F(x), \quad \forall x \quad G_k(x^{(k)}) = F(x^{(k)}) \quad (8)$$

حال تابع به دست آمده کمینه می‌شود و از نقطه x_1 به دست آمده برای به دست آوردن تابع جدید G_1 استفاده می‌شود. در مرحله بعد این تابع کمینه شده و نقطه x_2 به دست می‌آید. در این مرحله نقطه به دست آمده جدید با نقطه قبلی مقایسه می‌شود. اگر معیار همگرایی برقرار باشد؛ فرایند خاتمه یافته و در غیر این صورت محاسبات دوباره تکرار می‌شوند. توجه داریم که انتخاب تابع G باید به نحوی باشد که کمینه کردن آن راحت باشد. در مطالعه حاضر از majorizer برای نرم l_1 استفاده شده است (Figueiredo et al., 2006).

$$\frac{1}{2} x^T \Lambda x + \frac{1}{2} \|v\|_1 \geq \|x\|_1, \quad [\Lambda]_{n,n} = \frac{1}{|v(n)|} \quad (9)$$

حالت تساوی زمانی برقرار است که $x=v$ باشد. سمت چپ معادله ۱۶ majorizer $\|x\|_1$ است. ماتریکس Λ ماتریس قطری با المان‌های $1/v$ است.

۲-۲- الگوریتم تکرار

قصد کمینه کردن تابع هزینه $F(x) = \frac{1}{2} \|y - Hx\|_2^2 + \lambda \|x\|_1$ است. تابع majorizer را می‌توان با majorize کردن l_1 نرم به دست آورد:

$$G_k(x) = \frac{1}{2} \|y - Hx\|_2^2 + \frac{1}{2} x^T \Lambda_k x + \frac{\lambda}{2} \|x^{(k)}\| \quad (10)$$

که در آن ماتریس Λ_k ماتریس قطری است که اعضای آن $\frac{\lambda}{|x^{(k)}|}$ بر روی قطر است:

$$[\Lambda_k]_{n,n} = \frac{\lambda}{|x^{(k)}(n)|} \quad (11)$$

الگوریتم MM برای به دست آوردن $x^{(k+1)}$ از رابطه زیر استفاده می‌کند:

$$x^{(k+1)} = \arg \min_x \left[\frac{1}{2} \|y - Hx\|_2^2 + \frac{1}{2} x^T \Lambda_k x \right] \quad (12)$$

آخرین عبارت $G_k(x)$ حذف شده است؛ زیرا به x بستگی ندارد. حل معادله بالا را می‌توان به صورت صریح به شکل زیر نوشت:

$$x^{(k+1)} = (H^T H + \Lambda_k)^{-1} H^T y \quad (13)$$

و یا بر حسب A و B :

است. در این مقاله این روش بر روی داده‌های لرزه‌ای اعمال شده است.

۳- اعمال الگوریتم بر داده‌های لرزه‌ای

۳-۱- اعمال الگوریتم بر داده مصنوعی

اعمال الگوریتم بر ردلرزه مصنوعی: تولید ردلرزه به فرم مصنوعی، با استفاده از هم‌امیخت موجک ریکر با فرکانس ۴۰ هرتز در ماتریس مورد نظری که به‌عنوان سری ضرایب زمین فرض شده است، اعمال می‌شود. سپس نوفه به‌صورت تصادفی به داده اضافه می‌شود (Dossal et al., 2005). برای اعمال الگوریتم MM بر روی ردلرزه ایجاد شده، پارامتر منظم سازی با مقدار ۱/۸ انتخاب و میزان ۵۰۰ تکرار در نظر گرفته می‌شود.

اعمال الگوریتم بر مقطع مصنوعی: حاصل کانولوشن موجک و سری ضرایب بازتاب زمین در اختیار فیلتری قرار می‌گیرد؛ که تا حدی عمل منظم سازی را بر داده اعمال می‌کند. پس از آن با اعمال الگوریتم MM بر آن، فشرده‌سازی موجک به بهترین حالت ممکن تا حدی که به سیگنال مورد نظر آسیبی نرسد. مدل زمین به گونه‌ای انتخاب می‌شود که بتواند لایه‌های نازک در زمین را نیز به نمایش بگذارد.

برای بررسی توانایی الگوریتم ارائه شده داده مصنوعی تولید شد که تنها دو نمونه حاوی مقدار غیر صفر داشت. در حالت ابتدایی فاصله این دو نمونه از یکدیگر ۱۰ نمونه به نحوی که موجک مدنظر ما با این سری بازتاب با هم‌امیخت شد و تداخل در اثر نزدیکی لایه‌ها قابل مشاهده است. سپس با استفاده از الگوریتم‌های مطرح شده عمل واهم‌امیخت یافت شد. نتایج نشان‌دهنده قدرت الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم حداقل است. در مرحله بعد فاصله این دو نمونه به ۵ تقلیل داده شد (شکل ۲-ب). پس از پیاده‌سازی، الگوریتم به خوبی توانست که فشرده‌سازی را انجام داده و رویدادها را از یکدیگر تفکیک کند. در ادامه این فاصله تا سه نمونه کاهش یافت (شکل ۲-ج)؛ همان‌طور که مشخص است، الگوریتم توانایی تفکیک لایه‌هایی با ضخامت کمتر از سه نمونه را در مثال فوق‌الذکر ندارد.

در ادامه برای بررسی حساسیت الگوریتم‌های مطرح شده به نوفه، داده‌هایی با همان شرایط تولید شد؛ سپس عملگرهای واهم‌امیخت بر آن‌ها اعمال شد (شکل ۲-د). پس از پیاده‌سازی مشاهده می‌شود که فشرده‌سازی قابل قبولی اتفاقی افتاده است. پس از آن نوفه به داده اضافه شد و همان‌طور که مشخص است، الگوریتم در حضور نسبت سیگنال به نوفه ۸ دسی‌بل (شکل ۲-ه) به خوبی توانسته است فشرده‌سازی را انجام دهد. باز هم میزان نوفه افزایش داده شد تا نسبت سیگنال به نوفه به ۲ دسی‌بل گردد (شکل ۲-و). در این بخش هم الگوریتم توانسته است کارایی خوبی در زمینه فشرده‌سازی در حضور نوفه داشته باشد؛ اما به دلیل نوفه عوارضی هم وجود دارد. در هر صورت قدرت الگوریتم در حضور نوفه نشان‌دهنده دقت و صحت روش است.

که $f(t)$ ردلرزه حقیقی و $f^*(t)$ تبدیل هیلبرت ردلرزه حقیقی (قسمت موهومی) خواهد بود. اگر قسمت حقیقی ردلرزه به صورت $f(t) = A \cos(\omega t + \theta)$ نوشته شود، آنگاه تبدیل هیلبرت آن به صورت $F(t) = A \sin(\omega t + \theta)$ نوشته می‌شود و در نهایت ردلرزه مختلط به فرم زیر نوشته خواهد شد:

$$F(t) = f(t) + if^*(t) = A(t)e^{j\theta(t)} \quad (21)$$

که $A(t)$ دامنه لحظه‌ای و نمایانگر میزان بیشینه دامنه در هر لحظه و $\theta(t)$ فاز لحظه‌ای میزان چرخش لازم برای رسیدن به این مقدار خواهد بود؛ که به این شکل نوشته خواهند شد (Chopra et al., 2005):

$$A(t) = [f^2(t) + f^{*2}(t)] \quad (22)$$

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left[\frac{f^*(t)}{f(t)} \right] \quad (23)$$

فرکانس لحظه‌ای نیز از محاسبه نرخ تغییرات فاز به زمان تعیین خواهد شد (Chopra et al., 2005):

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} [\tan^{-1} \frac{f^*(t)}{f(t)}] \quad (24)$$

با توجه به هر دو روش و معادلات مطرح شده، مزایای الگوریتم روش MM در مقایسه با روش حداقل مربعات را می‌توان به صورت زیر ارائه داد:

۱- تنها تفاوت این دو در عملگر به توان دو رساندن است. توجه داشته باشید وقتی مجموعه‌ای از مقادیر مجذور و با هم جمع می‌شوند، مجموع آن‌ها به بزرگ‌ترین مقدار آن مجموعه حساس است؛ بنابراین وقتی کمینه می‌شود، خیلی مهم است که بزرگ‌ترین مقدار x کوچک شود؛ زیرا که بیشتر از کوچک‌ترین مقادیر به حساب می‌آید. به همین دلیل جوابی که از کمینه کردن نرم l_2 به دست می‌آید، دارای مقادیر کوچک بسیاری است؛ که مهم نیستند. در نتیجه حل حداقل مربعات معمولاً تنک نیست؛ بنابراین وقتی انتظار است که حل تنک باشد، بهتر است که از نرم l_1 به جای نرم l_2 استفاده شود (Selesnick et al., 2012).

۲- با توجه به این‌که الگوریتم MM تابعی از نرم l_1 و l_2 است، علاوه بر کمینه کردن داده برای رسیدن به جواب درست، عمل منظم سازی نیز انجام می‌دهد؛ در صورتی که در روش حداقل مربعات تنها از نرم l_2 استفاده می‌شود.

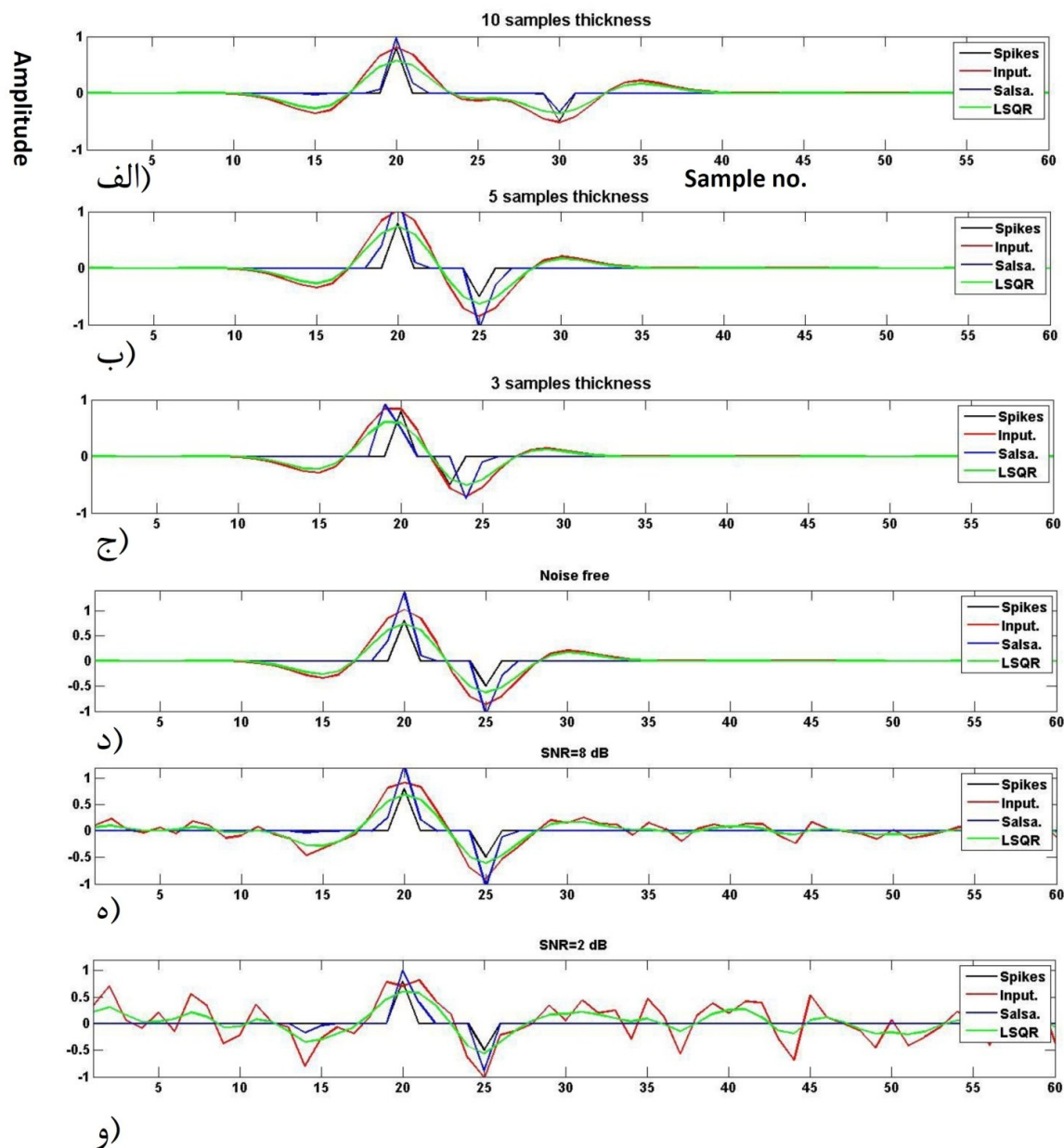
۳- در روش MM، قدرت تفکیک‌پذیری لایه‌ها بیشتر است. به گونه‌ای که حضور لایه‌ها بهتر درک می‌شود و قابلیت تفکیک لایه‌ها در این روش به واضح است.

۴- در روش MM و اعمال آن بر داده واقعی، طیف فرکانسی مقطع به صورت چشم‌گیری افزایش می‌یابد؛ که این حالت از مزایای این روش است.

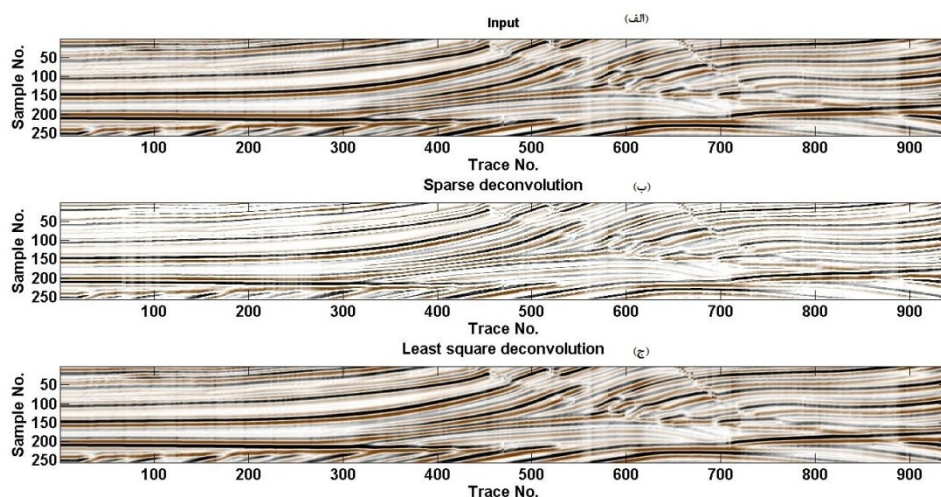
۵- الگوریتم MM پیش از این در پردازش تصویر کاربرد داشته

پاک منش و همکاران، مقایسه واهمامیخت تنگ داده‌های لرزه‌ای به روش MM و حداقل مربعات با رویکرد تشخیص لایه‌های نازک، صفحات ۲۶-۱۵.

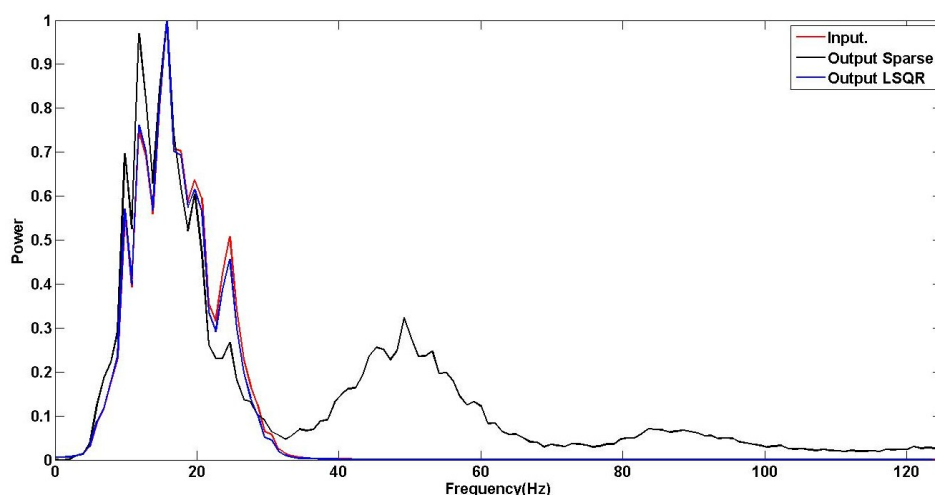
در حقیقت هدف به دست آوردن سری ضرایب زمین به صورت
فشرده و تنگ است؛ تا در آن لایه‌ها به خوبی قابل تمایز باشد.
مربعیات نمایش داده شده است؛ که بهبود مقطع مصنوعی به وضوح
قابل رؤیت است.
مدل مصنوعی پس از اعمال الگوریتم MM و روش حداقل



شکل ۲: الف) فاصله دو رویداد ۱۰ نمونه است ب) فاصله دو رویداد ۵ نمونه است ج) فاصله دو رویداد ۳ نمونه است د) داده بدون نوفه ه) نسبت سیگنال به نوفه ۸ دسی‌بل و) نسبت سیگنال به نوفه ۲ دسی‌بل).



شکل ۳: (الف) داده ورودی (مقطع مصنوعی) (Input) را نشان می‌دهد. شکل (ب) اعمال الگوریتم MM بر مقطع مصنوعی (Sparse Deconvolution) و شکل (ج) اعمال روش حداقل مربعات به عنوان روش مرسوم بر داده ورودی (مقطع مصنوعی) (Least square) را نمایش می‌دهد.



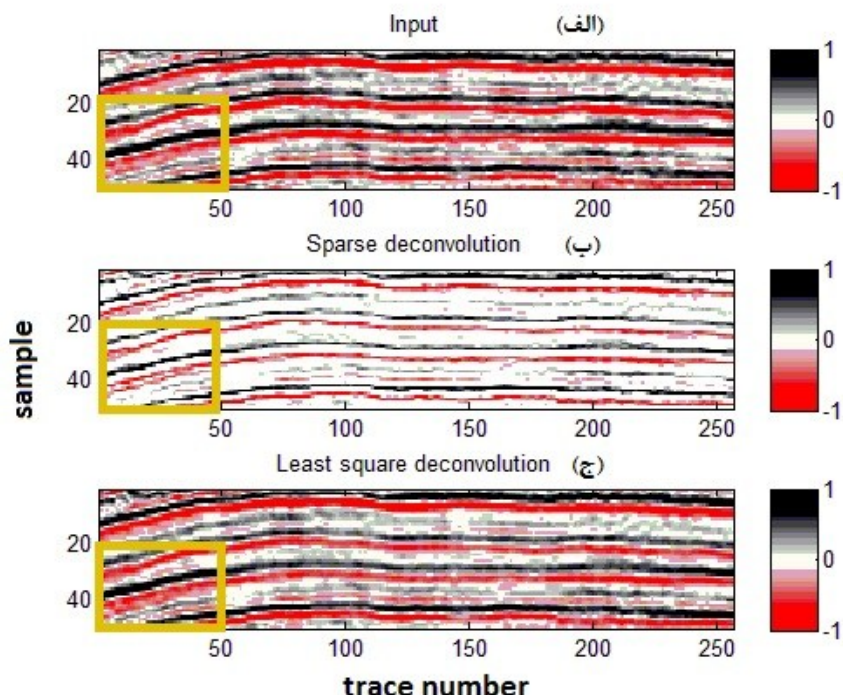
شکل ۴: طیف بسامدی در مقطع مصنوعی: رنگ قرمز طیف بسامدی مقطع قبل از واهمامیخت (طیف بسامدی داده مصنوعی) و رنگ مشکی، طیف بسامدی مقطع مصنوعی پس از اعمال روش MM و رنگ آبی، طیف بسامدی مقطع مصنوعی پس از اعمال روش حداقل مربعات را نشان می‌دهد.

۳-۲- اعمال الگوریتم بر داده‌های واقعی

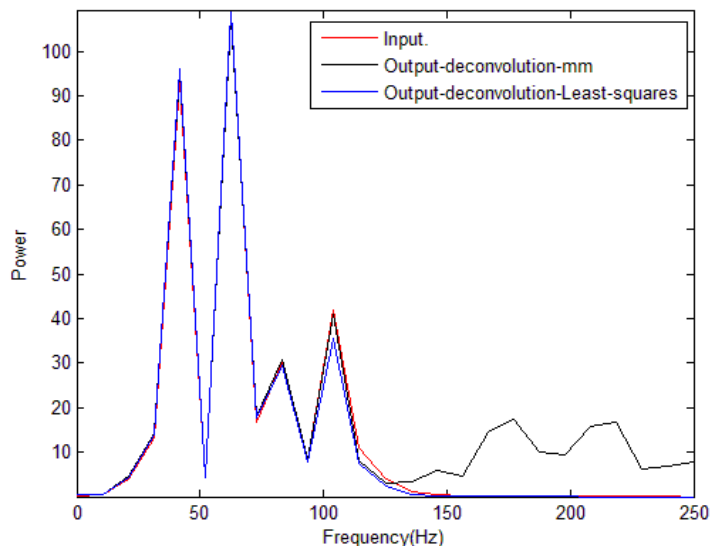
در نهایت با اعمال الگوریتم مورد نظر با پارامتر منظم سازی $1/8$ و تعداد ۵۰۰ تکرار برای اجرای الگوریتم، بر روی مقطع پس از برانبارش یکی از مخازن جنوب ایران، به نتایج آتی خواهیم رسید. پیش از این گفته شد که زمین یک فیلتر پایین گذر است؛ که بر روی امواج عمل می‌کند. همان‌طور که در شکل ۶ قابل مشاهده است؛ دامنه‌ی فرکانس‌های بالاتر نسبت به دامنه‌ی فرکانس‌های کمتر، بیشتر کاهش می‌یابد؛ اما پس از اعمال الگوریتم MM،

فرکانس‌های بالاتر بهبود پیدا کرده و بازسازی شده‌اند.

استفاده از الگوریتم سالسا در حل مسئله وارون BPD برای اهداف لرزه‌ای تشخیص لایه نازک به نحوی صورت پذیرفته است؛ که فشرده‌سازی باعث آسیب به سیگنال‌ها به ویژه در لایه‌های نازک نواحی مخزن نشده است. در واقع بیشترین فشرده‌سازی با حفظ رویدادها هدف اصلی بوده است. در سایر روش‌ها، فشرده‌سازی حداکثری به معنای نادیده گرفتن جزئیات است و وجود جزئیات به معنای نادیده گرفتن فشرده‌سازی حداکثری است.



شکل ۵: شکل (الف) داده‌ی ورودی یکی از مخازن جنوبی ایران است. (ب) اعمال الگوریتم MM بر داده‌ی واقعی که به بیشترین مقدار فشرده‌سازی در این روش رسیده است (sparse deconvolution) و در شکل (ج)، اعمال روش حداقل مربعات بر داده‌ی ورودی به عنوان یک روش مرسوم (Least square deconvolution) - کادر زرد رنگ ۵۰ ردلرزه اول و تعداد ۲۰ نمونه را نشان می‌دهد؛ که در آن تفکیک لایه‌ها با الگوریتم MM قابل مشاهده است.



شکل ۶: طیف بسامدی در مقطع واقعی: رنگ قرمز طیف بسامدی مقطع قبل از واهمامیخت (داده ورودی)، رنگ مشکی، طیف بسامدی مقطع پس از اعمال الگوریتم روش MM و رنگ آبی طیف بسامدی مقطع پس از اعمال روش مرسوم حداقل مربعات را نشان می‌دهد.

... از داده‌های لرزه‌ای هستند. در این مقاله هدف مطالعه‌ی نشانگر لحظه‌ای در دسته‌ی پس از برانبارش است؛ که در این روش، محاسبه‌ی آن داده به داده است و بیانگر تغییرات لحظه‌ای پارامترهای مختلف شامل پوش تریس (دامنه لحظه‌ای) و فرکانس لحظه‌ای خواهد بود. دامنه لحظه‌ای: مقدار پوش تریس یا شدت

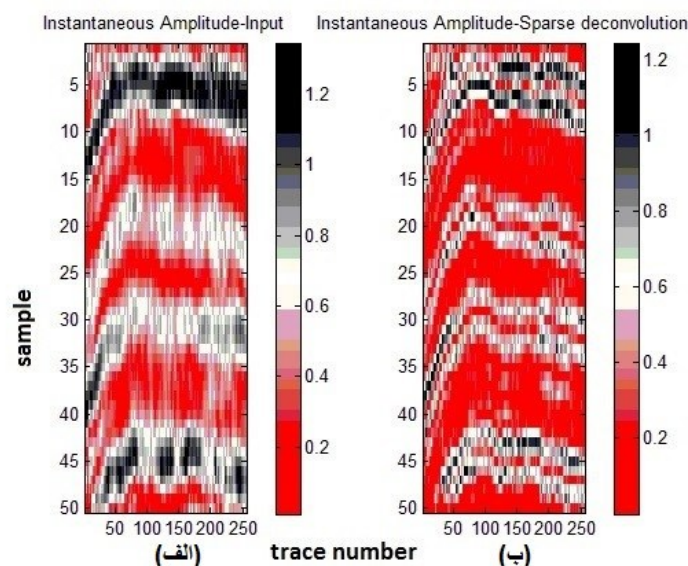
۳-۳- اعمال پیش نشانگرهای لرزه‌ای بر داده‌های واقعی

به هر نوع اندازه‌گیری داده‌های لرزه‌ای در حیطه زمان و فرکانس که به صورت لحظه‌ای یا پنجره‌ای استخراج شود، نشانگر لرزه‌ای گفته می‌شود. در نشانگر فیزیکی به دنبال استخراج اطلاعات فیزیکی از مخزن از جمله یافتن ضرایب بازتاب زمین، محل حضور هیدروکربن و

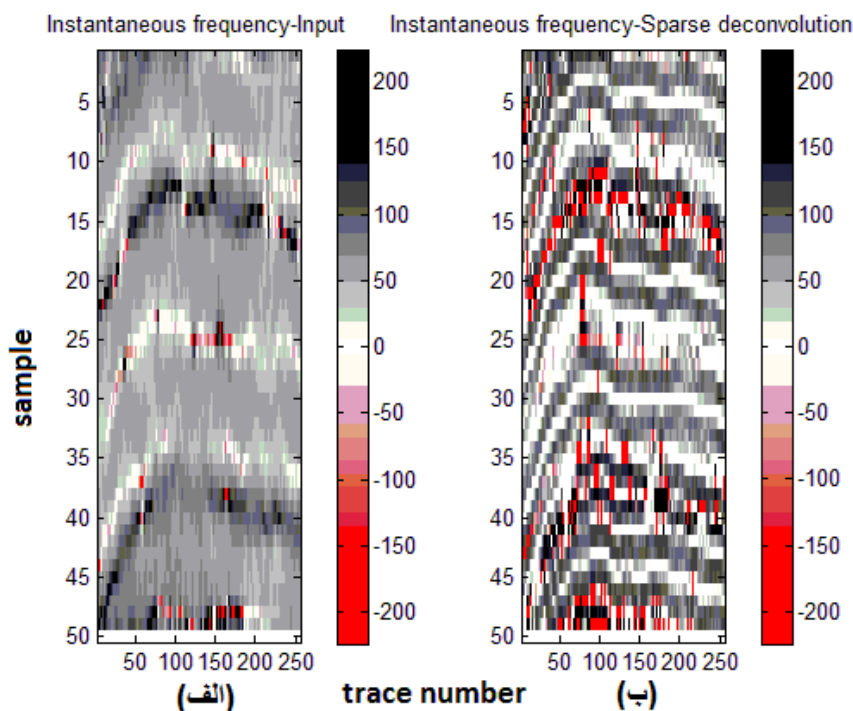
نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۴، شماره ۱، ۱۳۹۷.

می‌آید. فرکانس لحظه‌ای در تشخیص تضعیف کننده‌های غیر عادی به کار می‌آید. جاذب های فرکانسی غیر عادی از لحاظ اکتشافی می‌توانند مرز بین آب شور و هیدروکربن، مخازن هیدروکربنی باشند (Chopra et al., 2005). شکل ۸ اعمال نشانگر فرکانس لحظه‌ای بر مقطع واقعی پس از بر انبارش را نشان می‌دهد.

بازتاب کاملاً مستقل از فاز است. تغییرات محلی شدید در شدت بازتاب نیز می‌تواند نمایانگر محل غسل یا تجمع هیدروکربنی باشد (Chopra et al., 2005). شکل ۷ اعمال نشانگر لحظه‌ای دامنه بر مقطع واقعی قبل و بعد از اعمال الگوریتم MM است. فرکانس لحظه‌ای: به وسیله مشتق فاز لحظه‌ای به دست



شکل ۷: (الف) اعمال نشانگر لحظه‌ای دامنه بر مقطع لرزه‌ای قبل از اعمال الگوریتم MM و (ب) اعمال نشانگر لحظه‌ای دامنه پس از اعمال الگوریتم MM بر روی مقطع واقعی است.



شکل ۸: (الف) اعمال نشانگر لحظه‌ای فرکانس بر مقطع واقعی قبل از اعمال الگوریتم MM و (ب) اعمال نشانگر لحظه‌ای فرکانس بر مقطع واقعی پس از اعمال الگوریتم را نشان می‌دهد.

In Image Processing, 2006 IEEE International Conference on IEEE, pp. 2633-2636.

۴- نتیجه‌گیری

در الگوریتم MM به علت وجود دو بخش متفاوت در تابع هزینه و وجود l_1 و l_2 نرم، می‌توان روند کار را بهبود بخشید. در پژوهش حاضر روشی جدید برای واهمامیخت بر اساس الگوریتم MM ارائه شده است. اگر انتظار داریم یا می‌دانیم ورودی مجهول سیگنال به یک سیستم LTI تنک است، آنگاه واهمامیخت تنک رویکرد مناسبی برای تخمین x است؛ که در آن بدون این که آسیبی به سیگنال وارد شود، حداکثر فشردگی بر آن اعمال می‌شود. الگوریتم MM و حداقل مربعات بر مقطع لرزه‌ای پس از برانبارش اعمال شده است. همان‌طور که از نتایج پیداست، روش حداقل مربعات تأثیر زیادی بر داده ورودی نداشته است. چون این روش پس از برانبارش، قدرت چندانی برای بازیابی فرکانس‌های از دست رفته ندارد؛ اما روش الگوریتم MM، این امکان را فراهم می‌کند که حتی در روش واهمامیخت تنک تا حد زیادی، دستیابی به لایه‌های نازک فراهم شود و لایه‌های زمین به دلیل افزایش قدرت تفکیک زمانی در مقطع نمایش داده شوند. همچنین پس از اعمال پیش‌نشانگرهای لحظه‌ای دامنه و فرکانس بر مقطع لرزه‌ای واقعی، تفکیک لایه‌ها مشاهده می‌گردد. با این روش دنبال کردن مسیر لایه‌ای که قبلاً میسر نبود، امکان‌پذیر شده است. همچنین، لایه‌هایی که قبلاً وجود نداشتند؛ با وضوح مشاهده می‌شوند.

۵- منابع

- Berkhout, A.J., 1977, Least-squares inverse filtering and wavelet deconvolution, *Geophysics*, 42 (7), 1369-1383.
- Chopra, S. and Marfurt, K.J., 2005, Seismic attributes-A historical perspective, *Geophysics*, 70 (5), 3SO-28SO.
- Claerbout, J.F. and Muir, F., 1973, Robust modeling with erratic data, *Geophysics*, 38 (5), 826-844.
- Donoho, D.L. and Elad, M., 2003, Optimally sparse representation in general (no orthogonal) dictionaries via ℓ_1 minimization, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 100 (5), 2197-2202.
- Donoho, D.L., 2006, For most large underdetermined systems of linear equations the minimal ℓ_1 -norm solution is also the sparsest solution, *Communications on pure and applied mathematics*, 59 (6), 797-829.
- Dossal, C. and Stéphane, M., 2005, Sparse spike deconvolution with minimum scale. *Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations (SPARS workshop)*.
- Figueiredo, M.A., Dias, J.B., Oliveira, J.P. and Nowak, R.D., 2006, On total variation denoising: A new majorization-minimization algorithm and an experimental comparison with wavelet denoising, *In Image Processing, 2006 IEEE International Conference on IEEE*, pp. 2633-2636.
- Figueiredo, Mário AT, et al. 2006. On total variation denoising: A new majorization-minimization algorithm and an experimental comparison with wavelet denoising. *International Conference on Image Processing*. IEEE.
- Goldstein, T. and Osher, S., 2009, The split Bregman method for L1-regularized problems, *SIAM journal on imaging sciences*, 2 (2), 323-343.
- Lopes, R.R. and Barry, J.R., 2001, Blind iterative channel identification and equalization, In *Communications, ICC 2001. IEEE International Conference on IEEE*, Vol. 7, pp. 2256-2260.
- Mendel, J.M., 1983, *Optimal Seismic Deconvolution: An Estimation-Based Approach*, New York and Academic Press.
- Nose-Filho, K., Takahata, A.K., Lopes, R. and Romano, J.M., 2015, A fast algorithm for sparse multichannel blind deconvolution, *Geophysics*, 81 (1), V7-V16.
- O'Brien, M.S., Sinclair, A.N. and Kramer, S.M., 1994, Recovery of a sparse spike time series by $L_{1/\text{norm}}$ deconvolution, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42 (12), 3353-3365.
- Repetti, A., Pham, M.Q., Duval, L., Chouzenoux, E. and Pesquet, J.C., 2015, Euclid in a Taxicab: Sparse Blind Deconvolution with Smoothed Regularization, *IEEE Signal Processing Letters*, 22 (5), 539-543.
- Robinson, E.A. and Treitel, S., 1967, Principles of digital Wiener filtering, *Geophysical Prospecting*, 15 (3), 311-332.
- Selesnick, I., 2012, Introduction to sparsity in signal processing, *Connexions*.
- Selesnick, I., 2012, Sparse deconvolution (an MM algorithm), *Connexion*.
- Sheriff, R.E. and Geldart, L.P., 1995, *Exploration seismology*, Cambridge university press.
- Taner, M.T., Koehler, F. and Sheriff, R.E., 1979, Complex seismic trace analysis, *Geophysics*, 44 (6), 1041-1063.
- Wiener, N., 1949, *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*, New York, Wiley.
- Yilmaz, E., Ilgit, E. and Taner, D., 1995, Primitive persistent carotid basilar and carotid vertebral anastomoses: A report of seven cases and a review of the literature, *Clinical Anatomy*, 8 (1), 36-43.
- Yilmaz, Engin, Erhan Ilgit, and Dogan Taner. 1995. Primitive persistent carotid-basilar and carotid-vertebral anastomoses: A report of seven cases and a review of the literature. *Clinical Anatomy* 8.1: 36-43.
- Yilmaz, Ö., 2001, Seismic data analysis: Processing, inversion, and interpretation of seismic data. *Society of exploration geophysicists*.



Shahrood University of Technology



Comparison of the MM algorithm and least squares deconvolution method for the recognition of thin layers

Parvaneh Pakmanesh¹, Alireza Goudarzi^{2*} and Meisam Kourki²

1- M.Sc., Faculty of Sciences and Modern Technologies, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran

2- Assistant Professor, Faculty of Sciences and Modern Technologies, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran

Received: 12 May 2017; Accepted: 27 June 2017

Corresponding author: a.goudarzi@kgut.ac.ir

Keywords

Deconvolution
MM Algorithm
Inversion
Sparse
LTI System
Regularization
Least Squares Resolution

Extended Abstract

Summary

Deconvolution problems involve estimating an unknown input when the signal and the response of an LTI system are known and lead to wavelet compression and increase the temporal resolution. However, in practice, the output signal is noisy. For some systems, the deconvolution problem is simple, but for the non-invertible or almost non-invertible systems, the problem is more complex. The use of the exact inverse of the systems leads to the amplification of the noise. The reflectivity sequence is the representation of the layers of the earth. The resulted compression leads to a high-resolution

image of the earth. The outcomes exhibit that the reflection coefficient significantly improves after application of the MM algorithm on synthetic and real data, compared to the least squares and the frequency spectrum methods after the application of the algorithm.

Introduction

On the observed and measured data at the surface, the properties of the lower layers can be obtained using an inversion operation. Deconvolution can be used to calculate the coefficient of reflectivity of the Earth. The sparse spiking deconvolution calculates the coefficient of reflectivity by minimizing the L1 norm.

Absorption is a function of frequency, and the earth acts as a low-pass filter, reducing the amplitude of higher frequencies than the lower frequencies. Therefore, where absorption occurs, the dominant frequency in the spectral range goes to lower frequencies, and an increase in wavelength are expected.

In fact, the time width of the wavelet that is propagated through the earth, increases after it is received again at the surface. It can lead to a reduction in temporal resolution. If the compressed wavelet in the time domain is desired, the width of the frequency spectrum should increase. Wavelet compression could lead to an increase in the temporal resolution of the layers.

Methodology and Approaches

Least squares method

One of the general methods of solving inverse problems is to minimize the energy of X:

$$\arg \min_x \|x\|_2^2$$

where $y = Ax$ and the solution of $\|x\|_2^2 = \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2$ is written as below:

$$x = A^H (AA^H)^{-1} y$$

In the above equation A^H is the transpose of the complex conjugate of the matrix A . When y is noisy it is not desired to solve the inverse problem exactly. In this case, the approximate solution of $y = Ax$ is to minimize the cost function

$$\arg \min_x \|y - Ax\|_2^2 + \lambda \|x\|_2^2$$

The solution of the above equation is written as below:

$$x = (A^H A + \lambda I)^{-1} A^H y$$

Each equation system is looking ahead to the solution system of linear equation in signal processing; the equation could be significant since y and x are long signals (or pictures). For an efficient algorithm, a fast and efficient method to solve the system of equations is necessary. In most cases, the system of equations has properties and structures that the fast resolution method can be used. For example, sometimes the Fourier transform can be utilized; otherwise, the repetitive algorithms should be employed.

Sparse solution

Another solution of inverse problems is to minimize the summation of the absolute value of x:

$$\arg \min_x \|x\|_1$$

where $y=Ax$, $\|x\|_1$ is the L_1 norm. This equation is called basis pursuit or BP.

Unlike the least squares problem, the BP problem cannot be solved explicitly. The solution of the BP problem is obtained using numerical iterative algorithms. When y is noisy, it is not logical to solve the inverse problem. In this case, the minimization of the cost function makes it possible to obtain the approximate solution:

$$\arg \min_x \|y - Ax\|_2^2 + \lambda \|x\|_1$$

This equation is called basis pursuit denoising or BPD.

Results and Conclusions

In the MM algorithm, there are two different parts in the cost function, and the existence of standards or norms L_1 and L_2 can improve deconvolution. Least squares method as a common method does not have the ability to increase data compression. Least squares method only smoothes the data, and this is a disadvantage of this method. After applying the MM algorithm, the physical attributes on the real section are shown, and this algorithm leads to significant improvement in spectral phases and amplitudes.
