JRAG
نشریه پژوهش های ژئوفیزیک کاربردی
دوره ۲، شماره ۲، ۱۳۹۵، صفحات ۱۱۲–۱۰۳
شناسه دیجیتال (DOI): 10.22044/JRAG.2016.746

محاسبه اثر گرانی ساختار دوبعدی با مقطع اختیاری و تغییرات چگالی خطی در راستای افقی و قائم و مقایسه آن با حالت چگالی ثابت

وحید انتظار سعادت[1] و سید هانی متولی عنبران[2*]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران
۲- استادیار، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۷/۰۲؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۷/۱۸

* نویسنده مسئول مکاتبات: **motavalli@ut.ac.ir**

واژگان کلیدی

مدل‌سازی دوبعدی
آنومالی گرانی
تغییرات خطی چگالی

چکیده

در مطالعات ژئوفیزیکی هنگام مواجهه با رسوبات ضخیم، توده‌ها و یا مدل‌سازی گوشته، چگالی به صورت یکنواخت نیست و دارای تغییرات در راستاهای مختلف است. این تغییرات ممکن است با افزایش عمق و یا در راستای افقی به صورت افزایش یا کاهشی باشند. در این تحقیق با استفاده از مطالعات پیشین، رابطه‌ای برای محاسبه آنومالی گرانی افقی و قائم حاصل از چندضلعی دوبعدی با سطح مقطع اختیاری و نامنظم و دارای تغییرات خطی چگالی در راستای افقی و قائم توسعه داده شده است. در ادامه کدی در محیط برنامه‌نویسی متلب و بر اساس فرمول توسعه داده شده، تهیه شده است و آنومالی گرانی را برای ساختارهایی که دارای چگالی خطی متغیر و یا چگالی ثابت هستند، محاسبه می‌کند. مدل مصنوعی به کار برده شده در این تحقیق، مدل مصنوعی دوبعدی است که دارای شکلی نامنظم است. در این مدل مصنوعی یک‌بار چگالی به صورت خطی در راستای قائم به طور افزایشی تغییر یافته است و سپس چگالی به صورت خطی و در راستای افقی به صورت افزایشی تغییر یافته و در هر دو حالت با مدلی که میانگین چگالی به کل توده نسبت داده، مقایسه شده است. نتایج محاسبات و مدل‌سازی بیان می‌دارد که مقدار این تفاوت محسوس است و نمی‌تواند نادیده گرفته شود. لذا در مواردی که نیاز به محاسبات اثر گرانی‌سنجی با دقت بالاتری است و یا در مطالعات بزرگ مقیاس که نیاز به مدل‌سازی گوشته است، می‌توان از اشکال دوبعدی چندوجهی با تغییرات خطی چگالی در راستاهای مختلف استفاده کرد.

۱- مقدمه

روش‌های زیادی برای محاسبه آنومالی گرانی دوبعدی برای توده‌های با مقطع غیریکنواخت و چگالی ثابت با استفاده از محاسبات رایانه‌ای پیشنهاد شده است (تالوانی و همکاران، ۱۹۵۹؛ تالوانی و اوینگ، ۱۹۶۰؛ مورثی، ۱۹۶۷؛ باتاچاریا و ناولیو، ۱۹۷۵ و ۱۹۷۶؛ ون و بویس، ۱۹۸۷). روشی که به طور مرسوم و بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش چندضلعی تالوانی و همکاران (۱۹۵۹) است؛ به صورتی که پیرامون توده با یک N ضلعی معادل‌سازی می‌شود و آنومالی گرانی مدل با استفاده از انتگرال خطی هوبرت (۱۹۴۸) محاسبه می‌شود. جنبه جالب روش چندضلعی آن است که تغییر مقدار مختصات رئوس منجر به تغییر شکل مدل می‌شود و این تغییر را به سادگی می‌توان توسط برنامه‌های رایانه‌ای اجرا نمود و در مطالعات پیشرو و وارون بکار برد (کاربراتو، ۱۹۶۵؛ کورشی و مولا، ۱۹۷۱).

چگالی سنگ‌های پوسته و گوشته با تغییر عمق تغییر می‌کنند؛ به گونه‌ای که برای سنگ‌های پوسته چگالی با افزایش عمق به صورت نمایی یا خطی افزایش می‌یابد (آتی، ۱۹۳۰) و برای گوشته چگالی با افزایش عمق به صورت خطی کاهش می‌یابد. کوردل (۱۹۷۳) مشاهده کرد که تباین چگالی در ساختارهای کم‌عمق به صورت نمایی و در ساختارهای با عمق متوسط به صورت خطی تغییر می‌کند. روش‌های معدودی (باتاچاریا و چان، ۱۹۷۷؛ گندزویل، ۱۹۷۰) وجود دارند که آنومالی گرانی را برای اجسام با چگالی متغیر تعیین کنند.

اولین قدم در فرایند مدل‌سازی ساختن هندسه مدل است که بر پایه اطلاعات زمین‌شناسی و ژئوفیزیکی است. مدل‌های دوبعدی با استفاده از پروفیل‌هایی با مختصات (x,z) که عمود بر ساختار هستند، ساخته می‌شوند و شامل مجموعه‌ای از چندضلعی‌ها هستند و هندسه مدل را تعیین می‌کنند. بدیهی است هر چه تعداد اضلاع چندضلعی بیشتر باشد، دقت مدل‌سازی نیز بیشتر می‌شود و همین‌طور مدل‌سازی با استفاده از چندضلعی بسیار راحت‌تر از مدل‌سازی با بلوک‌های مستطیلی است. این چندضلعی‌ها در راستای محور y تا بی‌نهایت گسترش یافته‌اند و یا به یک مقدار مشخصی محدود شده‌اند (۲/۵ بعدی). مدل تا زمانی که بهترین انطباق بین داده‌های محاسبه‌ای و داده‌های اندازه‌گیری شده حاصل شود، تغییر می‌کند و تغییر مدل تنها با تغییر مختصات مدل به سادگی قابل اجراست.

۲- روش تحقیق

در این مقاله از معادله تالوانی و همکاران (۱۹۵۹) که برای توده‌های غیریکنواخت دوبعدی و با چگالی ثابت تهیه شده‌اند، استفاده می‌شود و معادله‌ای محاسبه می‌شود که دارای تغییرات خطی چگالی در راستای افقی و قائم است.

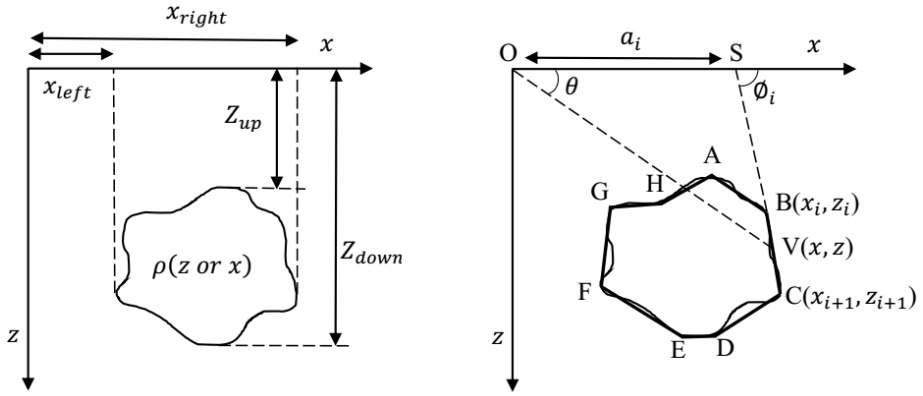
در شکل ۱ چندضلعی ABCDEFGH بر توده منطبق شده است و نقطه O در واقع نقطه‌ای است که باید اثر گرانی توده در آن محاسبه شود. θ به صورت ساعت‌گرد افزایش می‌یابد و محور z به سمت پایین مثبت در نظر گرفته می‌شود. هوبرت (۱۹۸۴) نشان داد که می‌توان اثر گرانشی قائم و افقی هر چندضلعی دوبعدی بسته را با انتگرال‌گیری خطی حول محیط آن به دست آورد:

$$\Delta g_z = 2G\rho\int z d\theta$$
$$\Delta g_x = 2G\rho\int x d\theta \qquad (۱)$$

که در آن؛G ثابت جهانی گرانش و ρ چگالی توده است. در رابطه بالا چگالی به صورت ثابت در نظر گرفته شده است و لذا از انتگرال خارج شده است. حال اگر چگالی با عمق به صورت خطی تغییر کند، می‌توان نوشت:

$$\rho(z) = \rho_{up} + \gamma_z z$$
$$\rho(x) = \rho_{left} + \gamma_x x \qquad (۲)$$

که در آن؛ρ_{up} چگالی بالاترین نقطه توده است و γ_z ضریب افزایش چگالی با افزایش عمق و γ_x ضریب افزایش چگالی با افزایش فاصله افقی است.



شکل ۱: شکل شماتیک توده زمین‌شناسی و نحوه منطبق کردن چندضلعی بر روی آن و همین‌طور نمایش نمادهای به کار رفته در رابطه شماره ۱۰.

در نتیجه برای چگالی غیرثابت رابطه (۱) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\Delta g_{zz} = 2G\int \rho(z)\, z\, d\theta \quad \Delta g_{zx} = 2G\int \rho(x)\, z\, d\theta$$

(۳)

$$\Delta g_{xz} = 2G\int \rho(z)\, x\, d\theta \quad \Delta g_{xx} = 2G\int \rho(x)\, x\, d\theta$$

که در آن؛ Δg_{zz} و Δg_{xz}، مقدار اثر گرانی قائم و افقی با چگالی متغیر خطی در راستای قائم و Δg_{zx} و Δg_{xx} به ترتیب مقدار اثر گرانی قائم و افقی با چگالی متغیر خطی در راستای افقی است. تالوانی و همکاران (۱۹۵۹) نشان دادند که با توجه به شکل ۱ هر نقطه اختیاری مانند V بر روی چندضلعی دارای مختصات x و z است و می‌توان این مختصات را به صورت زیر تعریف کرد:

$$z = x \tan\theta \tag{۴}$$

و نیز نشان دادند که با توجه به شکل ۱ می‌توان نوشت:

$$z = (x - a_i)\tan\phi_i$$
$$\phi_i = \tan^{-1}\frac{z_{i+1} - z_i}{x_{i+1} - x_i} \tag{۵}$$
$$a_i = x_{i+1} + z_{i+1}\frac{x_{i+1} - x_i}{z_i - z_{i+1}}$$

و در نهایت از روابط (۴) و (۵) به روابط زیر رسیدند:

$$z = \frac{a_i \tan\theta \tan\phi_i}{\tan\phi_i - \tan\theta}$$
$$x = \frac{a_i \tan\phi_i}{\tan\phi_i - \tan\theta} \tag{۶}$$

در مطالعات پیشین چگالی ثابت فرض می‌شد و با استفاده از معادلات به دست آمده از رابطه (۶) انتگرال‌های معادله (۱) حل می‌شد. در این مطالعه چگالی ثابت نیست و به صورت خطی تغییر می‌کند. لذا باید برای محاسبه آنومالی گرانی افقی و قائم، انتگرال‌های معادله (۳) حل شوند. برای حل انتگرال‌های معادله (۳) باید این انتگرال‌ها برای تک تک اضلاع چندضلعی محاسبه شوند و در نهایت باهم جمع شوند (هوبرت، ۱۹۸۴). برای مثال برای حل انتگرال روی ضلع BC، با جایگذاری روابط (۶) و (۲) در معادله (۳) خواهیم داشت:

$$\int_{BC} \rho(z)\, z\, d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \left(\rho_{up} + \gamma_z \frac{a_i \tan\theta \tan\phi_i}{\tan\phi_i - \tan\theta}\right) \frac{a_i \tan\theta \tan\phi_i}{\tan\phi_i - \tan\theta} d\theta = Z_{iz}$$

$$\int_{BC} \rho(x)\, z\, d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \left(\rho_{left} + \gamma_x \frac{a_i \tan\phi_i}{\tan\phi_i - \tan\theta}\right) \frac{a_i \tan\theta \tan\phi_i}{\tan\phi_i - \tan\theta} d\theta = Z_{ix}$$

(۷)

$$\int_{BC} \rho(z)\, x\, d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \left(\rho_{up} + \gamma_z \frac{a_i \tan\theta \tan\phi_i}{\tan\phi_i - \tan\theta}\right) \frac{a_i \tan\phi_i}{\tan\phi_i - \tan\theta} d\theta = X_{iz}$$

$$\int_{BC} \rho(x)\, x\, d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \left(\rho_{left} + \gamma_x \frac{a_i \tan\phi_i}{\tan\phi_i - \tan\theta}\right) \frac{a_i \tan\phi_i}{\tan\phi_i - \tan\theta} d\theta = X_{ix}$$

که در آن؛ $X_{ix,z}$ و $Z_{ix,z}$ انتگرال‌های خطی هستند؛ که در طول iامین ضلع امینضلعی گرفته شده‌اند و علائم به کار رفته در رابطه (۷) به قرار زیر است:

$$\theta_i = \tan^{-1}\frac{z_i}{x_i} \quad \text{و} \quad \theta_{i+1} = \tan^{-1}\frac{z_{i+1}}{x_{i+1}}$$
$$\gamma_z = \frac{\rho_{down} - \rho_{up}}{z_{down} - z_{up}} \quad \text{و} \quad \gamma_x = \frac{\rho_{right} - \rho_{left}}{x_{right} - x_{left}} \tag{۸}$$

اثر گرانی قائم و افقی یک چندضلعی با جمع اثر گرانی همه اضلاع آن به صورت زیر به دست می‌آید (هوبرت، ۱۹۸۴):

$$\Delta g_{zz} = 2G\sum_{i=1}^{n} Z_{iz} \quad \Delta g_{zx} = 2G\sum_{i=1}^{n} Z_{ix}$$
$$\Delta g_{xz} = 2G\sum_{i=1}^{n} X_{iz} \quad \Delta g_{xx} = 2G\sum_{i=1}^{n} X_{ix} \tag{۹}$$

که در آن؛ n تعداد کل رئوس توده است و G ثابت جهانی گرانش. در نهایت با حل معادلات معادله (۷) و جایگذاری آن‌ها در روابط معادله (۹) به نتایج زیر می‌رسیم:

$$\Delta g_{zz} = G\sum_{i=1}^{n}\left(\begin{array}{l} 2\left(A_z+\gamma_z\times z_{obs}\right)\left(\begin{array}{l}\dfrac{\left(tan^{-1}\left(\dfrac{z_i}{x_i}\right)-tan^{-1}\left(\dfrac{z_{i+1}}{x_{i+1}}\right)\right)\left(x_{i+1}-x_i\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2}+\\ \dfrac{1}{2}\dfrac{\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)\left(z_{i+1}-z_i\right)log\left(\dfrac{x_{i+1}^{\ 2}+z_{i+1}^{\ 2}}{x_i^{\ 2}+z_i^{\ 2}}\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2}\end{array}\right)\\ -\gamma_z\dfrac{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2-\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)^2\left(tan^{-1}\left(\dfrac{z_i}{x_i}\right)-tan^{-1}\left(\dfrac{z_{i+1}}{x_{i+1}}\right)\right)}{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)^2}\\ -\gamma_z\dfrac{\left(x_{i+1}-x_i\right)\left(z_{i+1}-z_i\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)^2 log\left(\dfrac{x_{i+1}^{\ 2}+z_{i+1}^{\ 2}}{x_i^{\ 2}+z_i^{\ 2}}\right)}{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)^2}\\ +\gamma_z\dfrac{\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2}\end{array}\right)$$

$$\Delta g_{xz} = G\sum_{i=1}^{n}\left(\begin{array}{l} 2\left(A_z+\gamma_z\times z_{obs}\right)\left(\begin{array}{l}-\dfrac{\left(tan^{-1}\left(\dfrac{z_i}{x_i}\right)-tan^{-1}\left(\dfrac{z_{i+1}}{x_{i+1}}\right)\right)\left(z_{i+1}-z_i\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2}+\\ \dfrac{1}{2}\dfrac{\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)\left(x_{i+1}-x_i\right)log\left(\dfrac{x_{i+1}^{\ 2}+z_{i+1}^{\ 2}}{x_i^{\ 2}+z_i^{\ 2}}\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2}\end{array}\right)\\ +2\gamma_z\dfrac{\left(x_{i+1}-x_i\right)\left(z_{i+1}-z_i\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)^2\left(tan^{-1}\left(\dfrac{z_i}{x_i}\right)-tan^{-1}\left(\dfrac{z_{i+1}}{x_{i+1}}\right)\right)}{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)^2}\\ -\dfrac{1}{2}\gamma_z\dfrac{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2-\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)^2 log\left(\dfrac{x_{i+1}^{\ 2}+z_{i+1}^{\ 2}}{x_i^{\ 2}+z_i^{\ 2}}\right)}{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)^2}\\ +\gamma_z\dfrac{\left(z_{i+1}-z_i\right)\left(x_{i+1}-x_i\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2}\end{array}\right)$$

$$\Delta g_{zx} = G\sum_{i=1}^{n}\left(\begin{array}{l} 2\left(A_x+\gamma_x\times x_{obs}\right)\left(\begin{array}{l}\dfrac{\left(tan^{-1}\left(\dfrac{z_i}{x_i}\right)-tan^{-1}\left(\dfrac{z_{i+1}}{x_{i+1}}\right)\right)\left(x_{i+1}-x_i\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2}\\ +\dfrac{1}{2}\dfrac{\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)\left(z_{i+1}-z_i\right)log\left(\dfrac{x_{i+1}^{\ 2}+z_{i+1}^{\ 2}}{x_i^{\ 2}+z_i^{\ 2}}\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2}\end{array}\right)\\ +2\gamma_x\dfrac{\left(x_{i+1}-x_i\right)\left(z_{i+1}-z_i\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)^2\left(tan^{-1}\left(\dfrac{z_i}{x_i}\right)-tan^{-1}\left(\dfrac{z_{i+1}}{x_{i+1}}\right)\right)}{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)^2}\\ -\dfrac{1}{2}\gamma_x\dfrac{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2-\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)^2 log\left(\dfrac{x_{i+1}^{\ 2}+z_{i+1}^{\ 2}}{x_i^{\ 2}+z_i^{\ 2}}\right)}{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)^2}\\ +\gamma_x\dfrac{\left(x_{i+1}-x_i\right)\left(z_{i+1}-z_i\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2}\end{array}\right)$$

$$\Delta g_{xx} = G\sum_{i=1}^{n}\left(\begin{array}{l} 2\left(A_x+\gamma_x\times x_{obs}\right)\left(\begin{array}{l} -\dfrac{\left(tan^{-1}\left(\dfrac{z_i}{x_i}\right)-tan^{-1}\left(\dfrac{z_{i+1}}{x_{i+1}}\right)\right)\left(z_{i+1}-z_i\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2} \\ +\dfrac{1}{2}\dfrac{\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)\left(x_{i+1}-x_i\right)log\left(\dfrac{x_{i+1}^2+z_{i+1}^2}{x_i^2+z_i^2}\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2} \end{array}\right) \\ +\gamma_x\dfrac{\left(x_{i+1}-x_i\right)\left(z_{i+1}-z_i\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)^2 log\left(\dfrac{x_{i+1}^2+z_{i+1}^2}{x_i^2+z_i^2}\right)}{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)^2} \\ -\gamma_x\dfrac{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2-\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)^2\left(tan^{-1}\left(\dfrac{z_{i+1}}{x_{i+1}}\right)-tan^{-1}\left(\dfrac{z_i}{x_i}\right)\right)}{\left(\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2\right)^2} \\ +\gamma_x\dfrac{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2\left(x_i z_{i+1}-x_{i+1}z_i\right)}{\left(x_{i+1}-x_i\right)^2+\left(z_{i+1}-z_i\right)^2} \end{array}\right)$$

$$A_z=\rho_{up}-\gamma_z\times z_{min} \text{ و } A_x=\rho_{left}-\gamma_x\times x_{left} \qquad (۱۰)$$

که در آن؛ اندیس‌های i و i+1 به ترتیب بیان‌کننده نقاط رئوس توده در جهت ساعت‌گرد و x و z به ترتیب فاصله افقی و قائم رئوس توده تا نقطه مشاهده‌ای هستند (شکل ۱). n تعداد کل رئوس توده، G ثابت جهانی گرانش، z_{obs} مختصات ارتفاع نقاط مشاهده‌ای، x_{obs} مختصات افقی نقاط مشاهده‌ای و ρ_{up} و ρ_{down} به ترتیب چگالی مربوط به بالاترین و پایین‌ترین رأس مدل و ρ_{left} و ρ_{right} به ترتیب چگالی مربوط به کمترین و بیشترین مختصات افقی رأس مدل، z_{up} و z_{down} به ترتیب کمترین و بیشترین مختصات ارتفاع رئوس مدل و x_{left} و x_{right} به ترتیب کمترین و بیشترین مختصات افقی رئوس مدل است (شکل ۱).

مطابق رابطه (۸)، γ_z ضریب تغییر چگالی با تغییر عمق است و در ارتباط با چگالی بالاترین و پایین‌ترین نقاط توده و همین‌طور عمق بالاترین و پایین‌ترین نقاط توده است. در صورتی که ضریب γ_z صفر باشد و چگالی بالا و پایین توده یکسان باشد، یعنی تغییرات چگالی وجود ندارد و چگالی ثابت و برابر چگالی بالاترین نقطه توده است. می‌توان تعریف مشابهی را برای γ_x در نظر گرفت و با صفر کردن آن تغییرات چگالی را در راستای افقی از بین برد.

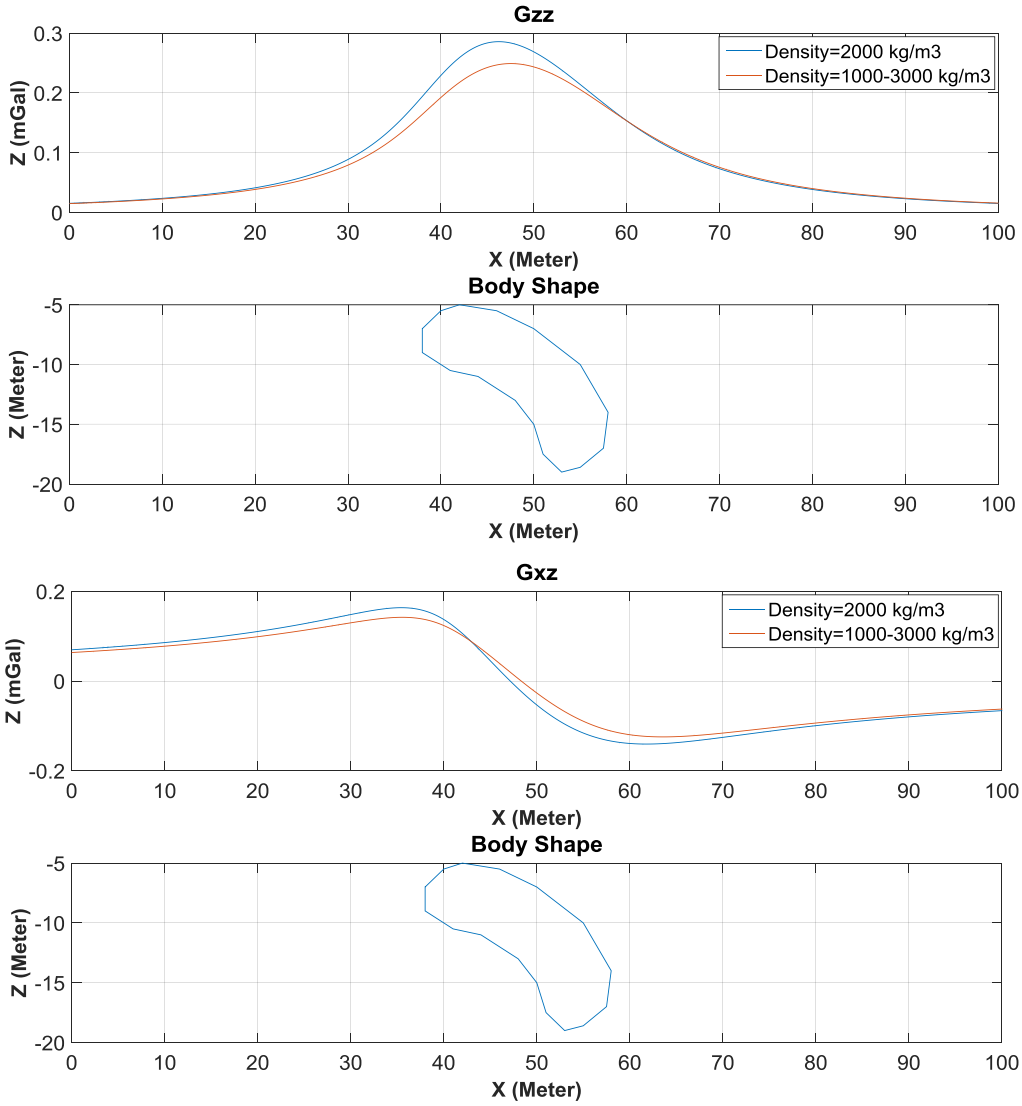
به منظور بررسی مقدار تغییر آنومالی گرانی در حالتی که چگالی به صورت خطی تغییر می‌کند نسبت به حالتی که چگالی ثابت است، برنامه‌ای در محیط متلب تهیه گردیده است و روابط به دست آمده از این مطالعه، یعنی روابط معادله (۱۰)، در آن گنجانده شده است. تغییرات اثر گرانی برای مدل مصنوعی به کار برده شده که مشخصات آن در جدول‌های ۱ و ۲ قرار داده شده، در شکل‌های ۲ و ۳ قابل رؤیت است.

جدول ۱: مشخصات توده مصنوعی به کار برده شده در شکل ۲.

شماره مدل	$z_{up}(m)$	$z_{down}(m)$	$\rho_{up}\left(\frac{g}{cm^3}\right)$	$\rho_{down}\left(\frac{g}{cm^3}\right)$
۱	۵	۱۹	۱	۳
۲	۵	۱۹	$\rho_{mean}=۲$	

جدول ۲: مشخصات توده مصنوعی به کار برده شده در شکل ۳.

شماره مدل	$x_{left}(m)$	$x_{right}(m)$	$\rho_{left}\left(\frac{g}{cm^3}\right)$	$\rho_{right}\left(\frac{g}{cm^3}\right)$
۳	۳۸	۵۸	۱	۳
۴	۳۸	۵۸	$\rho_{mean}=۲$	

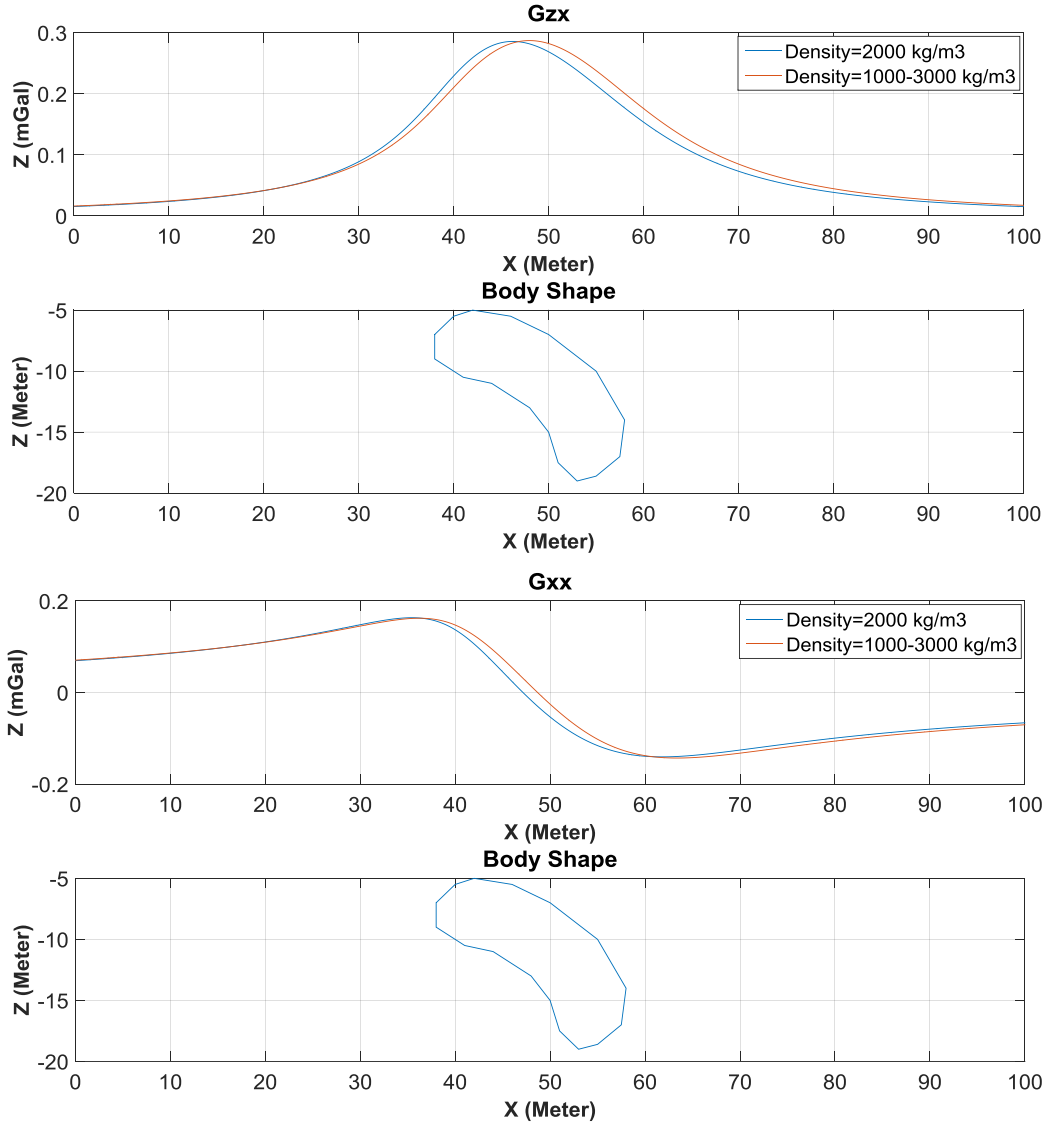


شکل ۲: نتیجه محاسبه آنومالی گرانی برای مدل شماره یک و دو جدول ۱. نمودار قرمز رنگ در ارتباط با مدل شماره یک و نمودار آبی رنگ در ارتباط با مدل شماره دو است. در مدل شماره یک چگالی به صورت خطی و در امتداد قائم از $۱\frac{g}{cm^3}$ تا $۳\frac{g}{cm^3}$ افزایش می‌یابد. در حالی که در مدل شماره دو چگالی ثابت و برابر چگالی میانگین $۲\frac{g}{cm^3}$ فرض شده است. نمودار بالایی، نمودار آنومالی گرانی قائم و نمودار پایینی، نمودار آنومالی گرانی افقی است.

همان‌طور که در شکل ۲ ملاحظه می‌شود، تغییر مقدار چگالی به صورت خطی در راستای قائم، اثر قابل‌توجهی را بر روی آنومالی گرانی می‌گذارد. به طوری که حدفاصل بین بیشترین و کمترین مقادیر گرانی قائم مدل شماره یک برابر ۲۳۴ میکروگال و برای مدل دو ۲۷۰ میکروگال است و نیز حدفاصل بین بیشترین و کمترین مقادیر گرانی افقی مدل شماره یک برابر ۲۷۶ میکروگال و برای مدل دو ۳۰۴ میکروگال است. ملاحظه می‌شود که در شکل ۳ افزایش خطی مقدار چگالی در راستای افقی نسبت به حالتی که چگالی ثابت است، باعث تفاوت آشکاری در آنومالی گرانی شده است. لازم به ذکر است که روابط معادله (۱۰) به گونه‌ای هستند که می‌توان چگالی را در راستای قائم و یا افقی، افزایش یا کاهش خطی داد و هیچ محدودیتی در راستای افزایش یا کاهش چگالی وجود ندارد.

برای مقایسه بیشتر بین حالت‌های چگالی ثابت و متغیر، مدل مصنوعی دوبعدی دیگری با سطح مقطع مستطیل و ابعاد و اعماق مختلف، در نظر گرفته شده است؛ که مشخصات آن در جدول ۳ آمده است.

برای مدل مصنوعی جدول ۳ اختلاف بین مقادیر بیشینه و کمینه آنومالی گرانی افقی و قائم در حالت‌های چگالی ثابت (چگالی میانگین برابر ۲ گرم بر سانتی مترمکعب) و متغیر (افزایش خطی در راستای قائم از ۱ تا ۳ گرم بر سانتی مترمکعب) محاسبه شده است؛ که نتایج آن در جدول‌های ۴ و ۵ آمده است.



شکل ۳: نتیجه محاسبه آنومالی گرانی برای مدل شماره سه و چهار جدول ۲. نمودار قرمز رنگ در ارتباط با مدل شماره سه و نمودار آبی رنگ در ارتباط با مدل شماره چهار است. در مدل شماره سه چگالی به صورت خطی و در امتداد افقی از $۱ \frac{g}{cm^3}$ تا $۳ \frac{g}{cm^3}$ افزایش می‌یابد. در حالی که در مدل شماره چهار چگالی ثابت و برابر چگالی میانگین $۲ \frac{g}{cm^3}$ فرض شده است. نمودار بالایی، نمودار آنومالی گرانی قائم و نمودار پایینی، نمودار آنومالی گرانی افقی است.

جدول ۳: مشخصات توده‌های مصنوعی با سطح مقطع مستطیل.

شماره مدل	$z_{up}\,(km)$	$z_{down}\,(km)$	پهنا (km)
۱	۶	۱۴	۸
۲	۴	۱۶	۱۲
۳	۲	۱۸	۱۶
۴	۰	۲۰	۲۰

جدول ۴: اختلاف بین بیشینه و کمینه آنومالی گرانی قائم برای مدل مصنوعی جدول ۳ با چگالی ثابت و افزایشی در راستای قائم.

شماره مدل	اختلاف بین بیشینه و کمینه آنومالی گرانی قائم برای توده با چگالی ثابت (میلی گال)	اختلاف بین بیشینه و کمینه آنومالی گرانی قائم برای توده با چگالی متغیر (میلی گال)
۱	۱۶۳	۱۵۲
۲	۳۵۸	۳۲۵
۳	۶۰۵	۵۴۱
۴	۸۸۳	۷۸۱

جدول ۵: اختلاف بین بیشینه و کمینه آنومالی گرانی افقی برای مدل مصنوعی جدول ۳ با چگالی ثابت و افزایشی در راستای قائم.

شماره مدل	اختلاف بین بیشینه و کمینه آنومالی گرانی افقی برای توده با چگالی ثابت (میلی گال)	اختلاف بین بیشینه و کمینه آنومالی گرانی افقی برای توده با چگالی متغیر (میلی گال)
۱	۱۷۱	۱۶۰
۲	۳۸۷	۳۵۰
۳	۷۰۵	۶۱۱
۴	۱۲۰۸	۹۷۴

همان‌طور که در جدول‌های ۴ و ۵ دیده می‌شود، با بزرگ‌تر شدن توده، تفاوت بین مقادیر به دست آمده برای آنومالی گرانی در حالت‌های چگالی ثابت و متغیر بیشتر می‌شود و لزوم استفاده از تغییرات خطی چگالی در مواقع مورد نیاز برای مدل‌سازی، بیشتر به چشم می‌خورد.

۳- نتیجه‌گیری

روش چندضلعی روشی است که در آن پیرامون توده با یک N ضلعی معادل‌سازی می‌شود و آنومالی گرانی مدل با استفاده از روش انتگرال خطی محاسبه می‌شود. اثر گرانی افقی و قائم برای توده‌ای با چگالی ثابت در مطالعات پیشین به دست آمده است. در این مقاله سعی شده است تا اثر گرانی برای توده‌ای محاسبه شود که دارای تغییرات چگالی به صورت خطی در راستای افقی و قائم است. این تغییرات چگالی می‌تواند در راستای افقی یا قائم به صورت افزایشی یا کاهشی باشد. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که لحاظ کردن تغییرات چگالی، دقت مدل‌سازی را افزایش می‌دهد و گامی رو به جلو در مدل‌سازی و اکتشافات گرانی‌سنجی است. همچنین می‌توان روش مشابهی را برای محاسبه آنومالی مغناطیس توده‌ای که دارای تغییرات مغناطیس‌پذیری خطی در راستای افقی یا قائم است به کار برد.

۴- سپاس‌گزاری

نویسندگان این تحقیق بر خود لازم می‌دانند از معاونت محترم پژوهشی مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران بابت مساعدت لازم در پیشبرد این پژوهش کمال تشکر و قدردانی را انجام دهند.

۵- منابع

Athy, L.F., 1930, Density, porosity and compaction of sedimentary rocks, AAPG Bulletin, 14 (1), 1-24.

Bhattacharyya, B.K. and Chan, K.C., 1977, Computation of gravity and magnetic anomalies due to inhomogeneous distribution of magnetization and density in a localized region, Geophysics, 42 (3), 602-609.

Bhattacharyya, B.K. and Navolio, M.E., 1975, Digital convolution for computing gravity and magnetic anomalies due to arbitrary bodies, Geophysics, 40 (6), 981-992.

Bhattacharyya, B.K. and Navolio, M.E., 1976, A fast Fourier transform method for rapid computation of gravity and magnetic anomalies due to arbitrary bodies, Geophysical Prospecting, 24 (4), 633-649.

Corbato, C.E., 1965, A least-squares procedure for gravity interpretation, Geophysics, 30 (2), 228-233.

Cordell, L., 1973, Gravity analysis using an exponential density-depth function-San Jacinto Graben, California, Geophysics, 38 (4), 684-690.

Gendzwill, D.J., 1970, The gradational density contrast as a gravity interpretation model, Geophysics, 35 (2), 270-278.

Hubbert, M.K., 1948, A line-integral method of computing the gravimetric effects of two-dimensional masses, Geophysics, 13 (2), 215-225.

Murthy, I.V.R., 1967, A simple method for the rapid computation of gravity and magnetic anomalies of two dimensional bodies, Journal of Indian Geophysics Union, 4, 31-40.

Qureshi, I.R. and Mula, H.G., 1971, Two-dimensional mass distributions from gravity anomalies: a computer method, Geophysical Prospecting, 19 (2), 180-191.

Rabinowitz, P.D. and Ryan, W.B., 1970, Gravity anomalies and crustal shortening in the eastern Mediterranean, Tectonophysics, 10 (5), 585-608.

Talwani, M. and Ewing, M., 1960, Rapid computation of gravitational attraction of three-dimensional

submarine fracture zone, Journal of geophysical research, 64 (1), 49-59.

Won, I.J. and Bevis, M., 1987, Computing the gravitational and magnetic anomalies due to a polygon: Algorithms and FORTRAN subroutines, Geophysics, 52 (2), 232-238.

bodies of arbitrary shape, Geophysics, 25 (1), 203-225.

Talwani, M., Worzel, J.L. and Landisman, M., 1959, Rapid gravity computations for two-dimensional bodies with application to the Mendocino

Shahrood University of Technology

JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS

(JRAG)

2017, VOL 2, NO 2

(DOI): 10.22044/JRAG.2016.746

Computation of gravity effect of a two-dimensional body with arbitrary cross-section and linear density variation in horizontal and vertical directions and its comparison with the case of constant density

Vahid Entezar Saadat[1] and Seyed-Hani Motavalli Anbaran[2*]

1- M.Sc. Student, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran
2- Assistant Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

Received: 23 September 2016; Accepted: 9 October 2016

Corresponding author: motavalli@ut.ac.ir

Keywords

2D Modeling
Gravity Anomaly
Linear Density Variation

Extended Abstract

Summary

We present a formula for computing the horizontal and vertical gravitational anomalies due to an arbitrary n-sided polygon in a two-dimensional (2D) space with a linear density variation in horizontal and vertical directions. In the analysis of gravity data over thick sedimentary basins or lithospheric scale studies, density contrast can sometimes be approximated by a continuous function decreasing or increasing linearly with depth. We developed a MATLAB code to calculate the gravitational anomaly of an n-sided polygon having linear density variation and compare the anomaly with that of a same n-sided polygon having mean constant density. There is a significant difference in the amount of anomalies that cannot be ignored.

Introduction

When we face geological structures, which are approximately linear, the problem can be solved by analysis of 2D forms. Any 2D body of irregular cross section can be approximated by a polygon and for gravity modeling, an algorithm can be developed based on this polygon. It is well recognized that density of sedimentary rocks increases with depth, and also, there is a linear density decreasing with depth in mantle structure. We present a modified algorithm for computing the gravitational acceleration due to a polygon with linear density variation in horizontal or vertical directions. Considering some geological assumptions, a theoretical geometrical model will be constructed. 2D models are constructed in (X,Z) coordinates and are composed of a series of polygons whose apices define the model geometrically. This is the first stage in the modeling process. The second stage is to modify the shape of the body until a best fit is obtained between the theoretical and observed anomalies. A change in the shape of the body is easily accomplished by computer in the polygon method by changing the coordinates of the vertices.

Methodology and Approaches

It is known that the vertical and horizontal component of gravitational attraction due to a 2D body is equal to the line integral being taken along its perimeter. Using this method, it is possible to model the geological structures by polygons. If we assume a constant amount for the density contrast, the density gets out from the integration but if there is a variable density, it should be taken into account in the integration. Many methods have been suggested for calculation of gravity anomalies due to irregular 2D bodies having a uniform density contrast. In this paper, we solve the line integral with linear density variation in horizontal or vertical directions and use these results in a MATLAB code in order to compute the vertical and horizontal gravitational anomalies.

Results and Conclusions

To compare the differences in gravitational anomalies due to a model having linear density variation in horizontal or vertical directions and a model having mean uniform density, we construct a 2D synthetic model containing arbitrary cross section. The results show that the differences are noticeable in both horizontal and vertical gravity attraction. A similar method can be developed for computation of magnetic anomalies of a body having linear magnetic susceptibility variations in horizontal or vertical directions.