



واهمامیخت ناپایا در حضور نوفه گوسی و اسپایکی با روش واهمامیخت گابور تصویر شده

سید حسین سید آقامیری^{۱*} و علی غلامی^۲

۱- دانشجوی دکتری، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

۲- دانشیار، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۰۶؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۰۳

* نویسنده مسئول مکاتبات: h.aghmiry@ut.ac.ir

چکیده

واژگان کلیدی

موجک منتشر شده در زمین که از لایه‌های مختلف بازتاب می‌شود، ناپایا است و با انتشار در درون زمین به خاطر جذب و پدیده‌های دیگر تغییر می‌کند. واهمامیخت لرزه‌ای برای استخراج سری ضرایب بازتاب زمین از ردلرزه ثبت شده و یا به عبارتی حذف اثر موجک از ردلرزه است. در تئوری واهمامیخت پایا فرض می‌شود که موجک منتشر شده پایا بوده و تغییر نمی‌کند؛ پس نمی‌تواند راه حل خوبی برای یک ردلرزه ناپایا باشد. روش واهمامیخت گابور یک مسئله ناپایا را به چند زیر مسئله تقسیم کرده و فرض می‌کند که هر کدام پایا باشد و با استفاده از واهمامیخت پایا، سری ضرایب بازتاب هر بخش را تخمین زده و در نهایت با تصویر کردن آن‌ها تقریبی از سری ضرایب بازتاب زمین ایجاد می‌کند. واهمامیخت گابور به دلیل خطاهای سیستماتیک ناپایدار است و از طرفی چون مسئله وارون برای هر زیر مسئله جداگانه حل می‌شود؛ منظم سازی مسئله وارون بسیار وقت گیر است و اعمال قید مناسب و اطلاعات اولیه در حل مسئله وارون دشوار است. روش واهمامیخت گابور تصویر شده با جابجایی ترتیب انجام واهمامیخت پایا و عملگر تصویر کردن، علاوه بر این که باعث کاهش خطای سیستماتیک و در نتیجه پایداری بهتر مسئله وارون می‌شود؛ کاهش چشم‌گیری در زمان انجام محاسبات به همراه دارد؛ زیرا نیاز است تنها یک مسئله وارون حل شود. همچنین می‌توان قیدهای مورد نظر یا اطلاعات اولیه را به راحتی وارد مسئله وارون کرد. در این مقاله راه حلی برای واهمامیخت ناپایا در حضور نوفه گوسی و اسپایکی بر مبنای روش گابور تصویر شده ارائه می‌شود. نتایج اعمال این روش بر مثال‌های مصنوعی و داده‌های واقعی نشان می‌دهد که واهمامیخت گابور تصویر شده جواب دقیق‌تر و پایدارتری نسبت به واهمامیخت گابور دارد.

واهمامیخت ناپایا
واهمامیخت گابور
واهمامیخت گابور تصویر شده
جذب
مدل Q ثابت
تخمین موجک ناپایا

۱- مقدمه

اگر زمین یک سیستم خطی تغییر ناپذیر با زمان (Linear time invariant) به اختصار LTI در نظر گرفته شود (که البته در بازه‌های زمانی کوتاه فرضی صحیح است)؛ هدف نهایی از واهمامیخت (Deconvolution)، به دست آوردن پاسخ ضربه این سیستم LTI است. چنانچه چشمه یک ضربه (Impulse) ایجاد می‌کرد و با انتشار درون زمین هیچ تغییری نمی‌کرد، ردلرزه (Trace) ثبت شده در آن حالت برابر پاسخ ضربه زمین بود. ولی از آنجایی که موجک تولید شده توسط چشمه نمی‌تواند ضربه باشد و موجک با انتشار درون زمین به خاطر پدیده‌های مختلف از جمله جذب و چندگانه‌های کوتاه مسیر دستخوش تغییر می‌شود؛ ردلرزه ثبت شده از پاسخ ضربه دور می‌افتد (Sheriff and Geldart, 1995). واهمامیخت به عنوان یکی از مراحل پردازش داده‌های لرزه‌ای، تلاش می‌کند تا ردلرزه ثبت شده را به پاسخ ضربه زمین نزدیک کند (Robinson, 1954).

روش Robinson and Treitel (1967) بر پایه یک مدل ساده برای ردلرزه لرزه‌ای استوار است. در این مدل ساده موجک لرزه‌ای که بدون تغییر در زمین منتشر می‌شود، با پاسخ ضربه زمین همامیخته (convolve) می‌شود. حال اگر نوفه محیط نیز در نظر گرفته شود، مدل ریاضی آن به صورت زیر خواهد بود:

$$y(t) = w(t) * r(t) + n(t) \quad (1)$$

$t = 0, 1, \dots, N-1$ بوده و N تعداد نمونه‌ها را نشان می‌دهد. همچنین $y(t)$ ردلرزه ثبت شده، $w(t)$ موجک انتشار یافته در زمین، $r(t)$ سری ضرایب بازتاب زمین و $n(t)$ نوفه است. فرم ماتریس-بردار رابطه (۱) به صورت زیر است:

$$y = Wr + n \quad (2)$$

که y و r بردارهایی عضو R^N هستند که به ترتیب نشان‌دهنده ردلرزه ثبت شده، سری ضرایب بازتاب زمین و نوفه تصادفی می‌باشند و همچنین W ساختار توپلیتری موجک $w(t)$ است.

مسئله واهمامیخت تلاش برای پیدا کردن $r(t)$ از ردلرزه ثبت شده است. حتی اگر نوفه هم وجود نداشته باشد، چون هم $r(t)$ و هم $w(t)$ مجهول هستند؛ مسئله واهمامیخت حل یک معادله و دو مجهول است که بی‌نهایت جواب دارد. برای پیدا کردن جواب مورد نظر لازم است فرض‌هایی در مورد مجهولات در نظر گرفته شود.

در روش Robinson and Treitel (1967) فرض می‌شود نوفه تصادفی وجود ندارد و موجک منتشر شده در زمین کمینه فاز است و همچنین سری ضرایب بازتاب زمین ماهیت تصادفی دارد. فرض تصادفی بودن کمک می‌کند که طیف دامنه موجک از طیف دامنه ردلرزه به دست آید (Yilmaz, 2001). فرض کمینه فاز بودن موجک نیز به محاسبه طیف فاز موجک تخمین زده شده از طیف

دامنه کمک می‌کند (Yilmaz, 2001). پس با داشتن $w(t)$ می‌توان سری ضرایب بازتاب زمین را از یک ردلرزه پایا به دست آورد. ولی واقعیت زمین به این سادگی نیست. دامنه موج با انتشار درون زمین به دلیل پدیده‌های مختلف تغییر می‌کند. یکی از این پدیده‌ها تضعیف غیرالاستیک (Anelastic Attenuation) است؛ که می‌تواند با استفاده از تئوری Q ثابت شرح داده شود (Kjartansson, 1979).

تضعیف غیرالاستیک وابسته به فرکانس و زمان بوده و تقریباً کمینه فاز است و در اثر آن دامنه موج به صورت نمایی نسبت به زمان و فرکانس تضعیف می‌شود (Futterman, 1962).

مکانیسم تضعیف دیگر که اثری مشابه تضعیف غیرالاستیک دارد، اثر چندگانه‌های طول مسیر کوتاه (short path multiple) است. زمانی که این چندگانه‌ها به وجود می‌آیند، اثری مشابه اعمال فیلتر پایین گذر بر داده لرزه‌ای دارند (Sheriff and Geldart, 1995). درست است که چندگانه‌های کوتاه مسیر و تضعیف غیرالاستیک پدیده‌هایی کاملاً مجزا هستند؛ ولی نحوه تضعیف آن‌ها تقریباً یکسان است و در عمل اثر آن‌ها همزمان حذف می‌شود (Margrave et al., 2011).

به دلیل همین مکانیسم‌های جذب دامنه، موجک انتشار یافته در زمین پایا (stationary) نیست و با انتشار درون زمین تغییر می‌کند. پس مدل بیان شده در رابطه (۱) برای تشریح ردلرزه ثبت شده مناسب نیست.

تلاش‌های زیادی برای حذف اثر جذب حین واهمامیخت و یا به صورت جدا انجام شده است؛ که می‌توان آن‌ها را به دو دسته عمده تقسیم کرد:

۱- واهمامیخت متغیر با زمان (time varying deconvolution)

۲- فیلتر وارون Q (Inverse Q filtering).

اساس روش‌های دسته اول مدل همامیخت ناپایا است که در ادامه توضیح داده می‌شود. Clarke (1968) مدل همامیخت ناپایا را پیشنهاد داد و با استفاده از فیلتر وینر (wiener filtering)، فیلتری بهینه طراحی کرد و واهمامیخت ناپایا را به طور مستقیم در حوزه زمان انجام داد. روش واهمامیخت گابور و واهمامیخت گابور تصویر شده نیز که در این مقاله بررسی می‌شوند؛ جز این دسته می‌باشند.

روش‌های دسته دوم به دنبال تخمین و حذف اثر جذب در یک مرحله جداگانه هستند. از آنجایی که عکس جذب به صورت نمایی نسبت به زمان و فرکانس رشد می‌کند؛ این فیلترها ناپایدارند. هرچند تاکنون تلاش‌های زیادی برای حل این مسئله انجام شده است (Hargreaves and Bichel and Natarajan, 1985, Wang, 2008, calvert, 1991, Zhang and Ulrych, 2007). روشی ساده برای انجام مستقیم

اگر $\delta_r(f)$ برای زمان‌های مختلف در ستون‌های یک ماتریس قرار داده شود؛ آنگاه:

$$\hat{\Delta} = [\delta_0(f) \ \delta_1(f) \dots \ \delta_{N-1}(f)] \quad (4)$$

$\hat{\Delta}$ اپراتور جذب را در حوزه فوریه نشان می‌دهد. اگر از ستون‌های این ماتریس عکس تبدیل فوریه گرفته شود؛ اپراتور جذب در حوزه زمان تولید می‌شود:

$$\Delta = F^{-1} \hat{\Delta} \quad (5)$$

که Δ اپراتور جذب در حوزه زمان و F^{-1} اپراتوری است که از ستون‌های یک ماتریس عکس تبدیل فوریه می‌گیرد. اگر r سری ضرایب بازتاب زمین بدون اثر جذب باشد، $x = \Delta r$ سری ضرایب بازتاب زمین بعد از اعمال اثر جذب خواهد بود. در حالتی که اثر جذب وجود دارد، می‌توان ردلرزه ثبت شده را به صورت حاصل همایخت موجک لرزه‌ای و سری ضرایب بازتاب جذب شده (x) نوشت؛ که نوفه تصادفی نیز به آن اضافه شده است.

$$y(t) = w(t) * x(t) + n(t) \quad (6)$$

$y(t)$ و $t = 0, 1, \dots, N-1$ ردلرزه ثبت شده با اثر جذب، $w(t)$ موجک ارسال شده به زمین، $x(t)$ سری ضرایب بازتاب جذب شده زمین و $n(t)$ نوفه تصادفی می‌باشند. در فرم ماتریس-بردار می‌توان نوشت:

$$y = Wx + n \quad (7)$$

که در آن x ، n و بردارهایی عضو R^N هستند؛ که به ترتیب نشان‌دهنده ردلرزه ثبت شده با اثر جذب، سری ضرایب بازتاب جذب شده زمین و نوفه تصادفی می‌باشند. همچنین W ساختار توپلیتری موجک $w(t)$ است.

می‌توان با جایگذاری معادل x رابطه (۷) را به صورت زیر نوشت:

$$y = W\Delta r + n = Gr + n \quad (8)$$

که در آن $G = W\Delta$. در واقع ستون τ ماتریس G موجک جذب شده در زمان τ است.

در حالتی که جذب وجود دارد؛ به عمل تخمین r از y ، واهمایخت ناپایا می‌گویند. در عمل Δ و W نامشخص هستند و برای حل مسئله به آن‌ها نیاز است. در بعضی از روش‌های واهمایخت ناپایا، قبل از حل مسئله وارون، آن‌ها را تخمین می‌زنند (Margrave et al., 2011 و Zhang and Ulrych, 2007) و بعضی دیگر حین فرایند وارون سازی آن‌ها را تخمین می‌زنند (Gholami, 2015).

۲-۲- واهمایخت گابور

می‌توان ردلرزه ناپایا را به بخش‌هایی با طول ثابت که هر کدام تقریباً پایا هستند تقسیم کرد. ایده اصلی در واهمایخت گابور همین فرض است. حل واهمایخت ناپایا با شکستن مسئله به زیر مسئله‌هایی تقریباً پایا و انجام واهمایخت پایا برای هر کدام از این

واهمایخت ناپایا پیشنهاد داد. بر این اساس اگر ردلرزه ناپایا به ردلرزه‌های کوچک تقسیم شود؛ تقریباً هر کدام از آن‌ها را می‌توان پایا در نظر گرفت و به روشی شبیه روش Robinson and Treitel (1967) موجک مناسب برای هر کدام از آن‌ها را استخراج کرده و با وارون سازی، اثر آن را حذف کرد و سری ضرایب بازتاب مربوط به آن بخش را استخراج نمود. در نهایت تصویر کردن آن‌ها باعث ایجاد تقریبی از سری ضرایب بازتاب زمین می‌شود. روش Margrave et al. (2011) که به واهمایخت گابور (Gabor deconvolution) مشهور است، به دلیل تقریب‌های استفاده شده ناپایدار است و حتی زمانی که نوفه وجود نداشته باشد و اثر چشمه و جذب هم معلوم باشند؛ به دلیل خطاهای سیستماتیکی که از تقریب ناشی شده‌اند؛ نتیجه واهمایخت گابور به سری ضرایب بازتاب اولیه منجر نمی‌شود. در ادامه صحت این ادعا با مثال‌هایی نشان داده شده است. همچنین یکی دیگر از مشکلات واهمایخت گابور حل یک مسئله بهینه‌سازی برای شکل‌دهی مناسب به سری ضرایب بازتاب زمین است؛ که بسیار زمان‌گیر خواهد بود.

Gholami (2016) روش واهمایخت گابور را اصلاح کرد و روش واهمایخت گابور تصویر شده (Projected gabor deconvolution) را پیشنهاد داد؛ که علاوه بر حل کردن مشکل ناپایداری آن، توانست مشکل زمان‌گیر بودن حین بهینه‌سازی را حل کند و نتایج بهتری ارائه دهد.

در این مقاله از روش گابور تصویر شده برای انجام واهمایخت ناپایا در حضور نوفه گوسی و اسپایکی استفاده شده است و نتایج با روش گابور مرسوم مقایسه شده است. مثال‌های عددی نشان‌دهنده عملکرد خوب این روش می‌باشند. همچنین در این مقاله موجک اولیه و اثر جذب مشخص نبوده و با استفاده از روشی که در بخش مربوطه توضیح داده می‌شود؛ تخمین زده می‌شوند.

۲- تئوری روش

۲-۱- همایخت ناپایا

چنانچه یک تابع ضربه (delta function) در محیط جاذب منتشر شود، پس از گذشت زمان τ دیگر شکل اولیه را نداشته و تحت تأثیر جذب وابسته به زمان و فرکانس قرار می‌گیرد. می‌توان طبق یک رابطه بازگشتی در حوزه فرکانس، تابع ضربه را در لحظه τ به لحظه $\tau-1$ ارتباط داد:

$$\delta_r(f) = Z(f) \delta_{r-1}(f) \quad (9)$$

که $\delta_r(f)$ تابع ضربه در حوزه فرکانس در زمان انتشار τ و فرکانس f است. همچنین $\delta_0(f) = 1$ بوده و $Z(f) = \exp\left(\frac{-\pi\beta(f)}{Q} - \frac{i2\pi f}{N}\right)$ است. N نیز تعداد نمونه‌ها و

$i^2 = -1$ است. همچنین $\beta(f)$ یک تابع مختلط از فرکانس است؛ که باعث علی بودن تابع جذب می‌شود (Gholami, 2015).

$\hat{W}(f, \tau)$ ، تبدیل زمان-فرکانس گابور سری ضرایب بازتاب را به دست می‌آورد. حال با گرفتن عکس تبدیل زمان-فرکانس گابور، سری ضرایب بازتاب به دست می‌آیند:

$$\tilde{r}(t) = \sum_{\tau} F^{-1} \left[\frac{\hat{Y}(f, \tau)}{\hat{W}(f, \tau) + \mu(\tau)} \right] \quad (15)$$

که $\tilde{r}(t)$ تقریب به دست آمده از سری ضرایب بازتاب $r(t)$ است. $\sum_{\tau} F^{-1}$ عملگر تصویر کردن بوده و $\sum_{\tau} F^{-1}$ عکس تبدیل زمان-

فرکانس گابور است. همچنین $\mu(\tau) > 0$ پارامتر پایداری (stabilizing parameter) است. از آنجایی که ممکن است طیف موجک در یک τ خاص (یک ستون)، فرکانس خاصی را نداشته باشد؛ در هنگام تقسیم مشکل تقسیم عدد بر صفر و ناپایداری به وجود می‌آید. از این رو با اضافه کردن یک عدد کوچک (پارامتر پایداری) این مشکل رفع می‌شود.

در عمل $\hat{W}(f, \tau)$ مجهول است و می‌توان برای تقریب آن از روش‌های پیشنهادی Margrave et al. (2002) و Margrave (2004) et al. استفاده کرد که در بخش (۲-۴) این روش‌ها تشریح شده‌اند.

۲-۳- واهمامیخت گابور تصویر شده

تقریب استفاده شده در واهمامیخت گابور برای تشریح ردلرزه (رابطه (۱۳)) می‌تواند اختلاف زیادی با رابطه (۸) داشته باشد؛ که این اختلاف باعث ایجاد خطای سیستماتیک حین فرایند وارون‌سازی می‌شود. این ادعا در بخش‌های بعدی توسط مثال‌هایی نشان داده می‌شود. همچنین از آنجایی که در فرایند وارون‌سازی واهمامیخت گابور، پنجره شده‌های سری ضرایب بازتاب را به دست می‌آوریم، این مسئله ناپایدار است. از طرف دیگر بهینه‌سازی مسئله وارون نیز بسیار زمان‌گیر است؛ چرا که باید تعداد زیادی مسئله بهینه‌سازی شوند و در صورتی که مسئله غیرخطی باشد؛ اوضاع بدتر هم می‌شود.

Gholami (2016) روشی به نام واهمامیخت گابور تصویر شده را پیشنهاد داد؛ که مشکلات واهمامیخت گابور را حل می‌کند. فرض واهمامیخت گابور شکستن مسئله ناپایا به چندین زیر مسئله پایا و حل جداگانه هر کدام از آن‌ها و تصویر کردن آن‌ها برای تولید سری ضرایب بازتاب زمین بود؛ یعنی می‌توان گفت:

$$\sum_{\tau} \text{solve} [Y(t, \tau) \approx W(t, \tau) *_{\tau} R(t, \tau)] \quad (16)$$

که solve به واهمامیخت پایا اشاره دارد.

Gholami (2016) نشان داد که می‌توان اپراتور واهمامیخت پایا و تصویر کردن ($\sum_{\tau}$) را جابه‌جا کرد و رابطه را به صورت زیر نوشت:

$$\text{solve} \sum_{\tau} [Y(t, \tau) \approx W(t, \tau) *_{\tau} R(t, \tau)] \quad (17)$$

بخش‌ها و نهایتاً تصویر کردن آن‌ها همراه است.

اگر $\omega(t)$ پنجره‌ای گوسی با طول N و محمل L (support) باشد؛ ($L < N$) و $\omega(t - \tau)$ جابجا شده $\omega(t)$ به اندازه τ باشد؛ می‌توان با ضرب نقطه به نقطه $\omega(t - \tau)$ در سیگنال اصلی، بخشی از آن را جدا کرد.

$$y_{\tau}(t) = \omega(t - \tau) \circ y(t) \quad (9)$$

که $\circ$ به ضرب نقطه به نقطه اشاره دارد. در این رابطه $y_{\tau}(t)$ بخشی از ردلرزه $y(t)$ است؛ که توسط پنجره‌ای که حول زمان τ متمرکز است، جدا شده است. بدیهی است که اگر شرط $\sum_{\tau} \omega(t - \tau) = 1$ برقرار باشد، می‌توان ردلرزه اولیه را از جمع تمام $y_{\tau}(t)$ ها به دست آورد:

$$y(t) = \sum_{\tau} y_{\tau}(t) \quad (10)$$

چنانچه L کوچک باشد، می‌توان $y_{\tau}(t)$ را با تقریب خوبی پایا در نظر گرفت و آن را به صورت حاصل همایخت یک موجک و یک سری ضرایب بازتاب محلی نوشت.

$$y_{\tau}(t) \approx w_{\tau}(t) * r_{\tau}(t) \quad (11)$$

که در این رابطه، $w_{\tau}(t)$ موجکی پس از τ ثانیه انتشار است؛ که اثر جذب روی آن اعمال شده و $r_{\tau}(t)$ پنجره شده سری ضرایب بازتاب توسط پنجره $\omega(t - \tau)$ است.

از قرار دادن $y_{\tau}(t)$ در ستون‌های یک ماتریس به ازای τ های مختلف می‌توان ماتریس $Y(t, \tau)$ را ایجاد کرد:

$$Y(t, \tau) = [y_0(t) \ y_1(t) \dots \ y_N(t)] \quad (12)$$

اگر به همین صورت ماتریس‌هایی برای $w_{\tau}(t)$ و $r_{\tau}(t)$ هم ایجاد شود؛ می‌توان رابطه (۱۱) را به صورت زیر نوشت:

$$Y(t, \tau) \approx W(t, \tau) *_{\tau} R(t, \tau) \quad (13)$$

که $W(t, \tau)$ از قرار دادن موجک‌های جذب شده در ستون‌هایش ایجاد شده است و با $W(t, \tau)$ که ساختار توپلیتزی موجک بود فرق دارد و می‌توان گفت $W(t, \tau) = G(t + \tau, \tau)$. همچنین $R(t, \tau)$ ماتریسی است که $r_{\tau}(t)$ با τ های متفاوت در ستون‌های آن قرار دارد.

طبق نمایش همایخت در حوزه فوریه، می‌توان رابطه (۱۳) را به صورت زیر نوشت:

$$\hat{Y}(f, \tau) \approx \hat{W}(f, \tau) \circ \hat{R}(f, \tau) \quad (14)$$

که $\hat{Y}(f, \tau)$ ، $\hat{W}(f, \tau)$ و $\hat{R}(f, \tau)$ به ترتیب با فوریه گرفتن از ستون‌های $Y(t, \tau)$ ، $W(t, \tau)$ و $R(t, \tau)$ به دست می‌آیند. همچنین می‌توان گفت $\hat{Y}(f, \tau)$ و $\hat{R}(f, \tau)$ به ترتیب تبدیل زمان-فرکانس گابور $y(t)$ و $r(t)$ با پنجره $\omega(t)$ می‌باشند. روش واهمامیخت گابور از رابطه (۱۴) استفاده می‌کند. در این روش با تقسیم عنصر به عنصر تبدیل زمان-فرکانس ردلرزه بر

فاز هم از اندازه طیف فرکانس با استفاده از رابطه کلمگروف (Kolmogoroff) به دست می‌آید (Sheriff and Geldart, 1995).

یکی از روش‌های پیشنهادی Margrave (2002)، همامیخت دو بعدی نمایش زمان-فرکانس گابور ردلرزه با یک تابع جعبه دوبعدی است. اگر سری ضرایب بازتاب تصادفی باشند؛ نمایش زمان-فرکانس گابور آن $(\hat{R}(f, \tau))$ تقریباً ثابت است. پس در رابطه (۱۳) می‌توان گفت $|\hat{W}(f, \tau)|$ تقریباً شبیه $|\hat{Y}(f, \tau)|$ است؛ که اندکی اعوجاج دارد. پس اگر $|\hat{Y}(f, \tau)|$ با یک تابع جعبه دو بعدی هموار شود؛ تقریبی از $|\hat{W}(f, \tau)|$ به دست آمده است و با فرض کمینه فاز بودن $\hat{W}(f, \tau)$ می‌توان فاز را از $|\hat{W}(f, \tau)|$ به دست آورد.

روش دیگر که Margrave (2004) پیشنهاد داد و در این مقاله استفاده شده، روش هموار کردن روی مسیرهای هذلولی در صفحه زمان-فرکانس است. ایده این روش از آنجا می‌آید که $|\hat{W}(f, \tau)|$ در رابطه (۳) را می‌توان به صورت $|\hat{W}(f)| |\hat{\Delta}(f, \tau)|$ نوشت که $|\hat{W}(f)|$ طیف دامنه موجک است.

$|\hat{\Delta}(f, \tau)|$ برای مدل Q ثابت به صورت $\exp\left(\frac{-\pi|f|\tau}{Q}\right)$ خواهد بود (Aki and Ricards, 2002). مقدار تابع تضعیف $|\hat{\Delta}(f, \tau)|$ روی مسیرهایی که حاصلضرب f در τ آن‌ها مقدار ثابتی باشد، باید یکسان باشد. این مسیرها هذلولی‌هایی در صفحه زمان-فرکانس هستند. پس اگر روی مسیرهای هذلولی از $|\hat{Y}(f, \tau)|$ میانگین گرفته شود؛ می‌توان تقریبی از $|\hat{\Delta}(f, \tau)|$ به دست آورد. اگر $I_n(f, \tau)$ نشان‌دهنده هذلولی n ام در صفحه زمان-فرکانس باشد؛ می‌توان میانگین روی مسیر هذلولی n ام را به صورت زیر تعریف کرد:

$$a_n = \text{mean}_{f\tau} [|\hat{Y}(f, \tau)| \circ I_n(f, \tau)] \quad (19)$$

که $\text{mean}_{f\tau}$ عمگری است که روی تمام صفحه زمان-فرکانس میانگین می‌گیرد. حال می‌توان $|\hat{\Delta}(f, \tau)|$ تخمین زده شده را به صورت زیر نوشت:

$$|\hat{\Delta}(f, \tau)| \approx \sum_{n=1}^{N_Q} a_n I_n(f, \tau) \quad (20)$$

که n به شماره مسیر هذلولی اشاره دارد و مقداری بین ۱ تا N_Q دارد. این هذلولی‌ها به صورت $f\tau = c_n$ تعریف می‌شوند؛ که c_n ثابتی است که به هذلولی n ام ربط دارد (Margrave, 2004). اگر $|\hat{Y}(f, \tau)|$ به $|\hat{\Delta}(f, \tau)|$ تخمین زده شده تقسیم شود؛ خواهیم داشت:

چون در این روش واهمامیخت بعد از تصویر کردن رخ می‌دهد؛ روش جدید واهمامیخت گابور تصویر شده نامیده شد. می‌توان با اندکی ساده سازی، رابطه (۱۷) را به صورت زیر نوشت (Gholami, 2016):

$$\text{solve}[y = G'r] \quad (18)$$

که $G' = \text{diag}(\omega_g(t)) ** G$ در اینجا $\text{diag}(\omega_g(t))$ ماتریسی قطری است؛ که پنجره گوسی $\omega_g(t)$ روی قطر اصلی آن قرار دارد و $**$ نشان‌دهنده همامیخت دوبعدی است. می‌توان متناسب با نوفه موجود در ردلرزه و خانواده سری ضرایب بازتاب و دیگر اطلاعات اولیه (prior information) از منظم سازی مناسب برای حل این دستگاه معادلات خطی و استخراج سری ضرایب بازتاب زمین نیز بهره جست.

در واهمامیخت گابور تصویر شده، ماتریس G' از هموار کردن ماتریس G در راستای قطر توسط یک پنجره گوسی به دست می‌آید. در اصل این هموارسازی در راستای قطر، یک مسئله ناپایا را به یک مسئله که از چند بخش پایا با موجک‌های متفاوت در کنار هم ساخته شده است، تبدیل می‌کند.

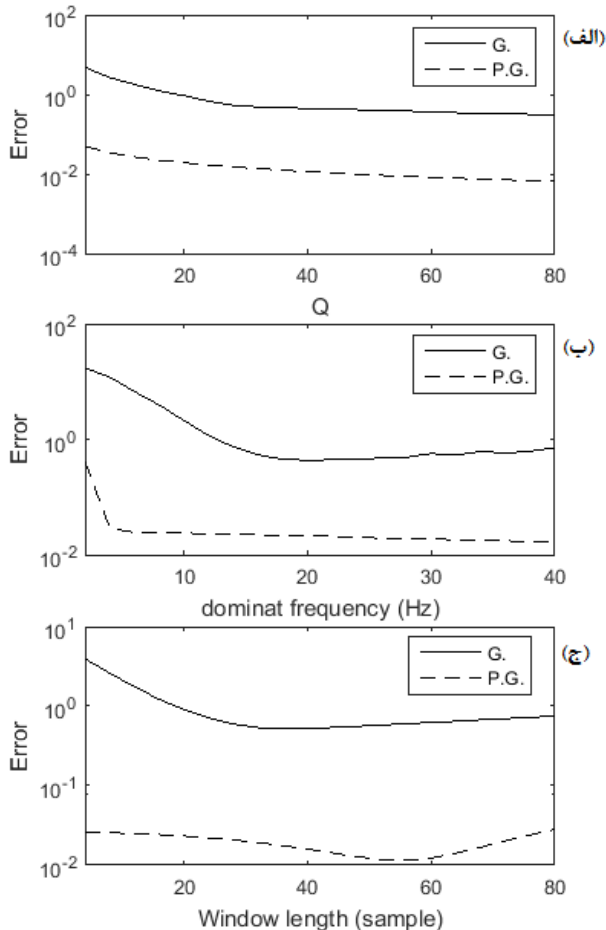
می‌توان گفت روش واهمامیخت گابور تصویر شده در مقایسه با واهمامیخت گابور دارای مزایای زیر است:

۱. همگرایی روش جدید افزایش یافته است.
 ۲. در بهینه‌سازی فقط نیاز به حل یک مسئله است؛ حال آنکه در واهمامیخت گابور باید تعداد زیادی مسئله بهینه‌سازی حل شوند. در هنگام بهینه‌سازی غیر خطی این مشکل نمایان تر شده و حجم محاسبات خیلی زیاد می‌شود.
 ۳. نوفه‌های غیر گوسی با انتخاب نرم مناسب روی عدم تطابق به حساب می‌آیند (Gholami and Sachi, 2012).
 ۴. می‌توان اطلاعات اولیه مانند اطلاعات استخراج شده از چاه به عنوان قید وارد مسئله وارون‌سازی شود (Hansen, 1999)
- در این مقاله تمرکز بر روی خصوصیت شماره ۳ خواهد بود.

۲-۴- تخمین $\hat{W}(f, \tau)$:

روش‌های زیادی برای تخمین $\hat{W}(f, \tau)$ در مدل Q ثابت با استفاده از نمایش زمان-فرکانس گابور ردلرزه پیشنهاد شد (Margrave, 2002 و Margrave, 2004). این روش‌ها شباهت زیادی به الگوریتم Robinson and Treitel (1967) برای تخمین طیف فرکانس موجک لرزه‌ای در واهمامیخت پایا دارند. در این الگوریتم فرض می‌شود سری ضرایب بازتاب زمین تصادفی باشد و در نتیجه اندازه توان طیف فرکانس آن تقریباً ثابت است. لذا اندازه طیف فرکانس ردلرزه تقریباً شبیه اندازه طیف فرکانس موجک لرزه‌ای است؛ که اندکی اعوجاج پیدا کرده است. حال اگر اندازه طیف فرکانس ردلرزه هموار شود؛ تقریباً اندازه طیف فرکانس موجک به دست می‌آید. اگر فرض شود که موجک کمینه فاز است، طیف

ناپایداری مسئله می‌شود. هر چه این خطا کمتر باشد، جواب بهتری به دست می‌آید. منحنی خط‌چین در شکل ۱-الف، PMSE برای واهمامیخت گابور تصویر شده یعنی نرم ۲ اختلاف رابطه (۱۷) با رابطه (۸) است. همان‌طور که مشاهده می‌شود؛ این منحنی در Qهای مختلف نسبت به نمودار خط پیوسته به شدت کاهش یافته است و روند کاهشی با افزایش Q دارد.



شکل ۱: خطای واهمامیخت گابور (منحنی خط پیوسته) و

واهمامیخت گابور تصویر شده (منحنی خط‌چین) در تقریب ردلرزه نسبت به الف (Q ب) فرکانس غالب موجک ج) طول پنجره گوسی.

منحنی‌های شکل ۱-ب، PMSE واهمامیخت گابور و واهمامیخت گابور تصویر شده را بر حسب تغییر فرکانس غالب موجک موجود در ردلرزه نشان می‌دهد. در اینجا برای تولید ردلرزه از موجک کمینه فاز و پنجره گوسی با طول ۴۰ نمونه و انحراف معیار ۱/۵ و Q=۴۰ استفاده شده است. نمودار خط پیوسته که مربوط به واهمامیخت گابور است، یک روند نزولی با افزایش فرکانس غالب دارد. در این شکل نمودار خط‌چین مربوط به واهمامیخت گابور تصویر شده است؛ که نسبت به واهمامیخت گابور مقدار کمتری دارد و یک روند کاهشی با افزایش فرکانس دارد.

منحنی‌های شکل ۱-ج، PMSE واهمامیخت گابور و

$$|\hat{W}(f, \tau)| \approx \frac{|\hat{Y}(f, \tau)|}{|\Delta(f, \tau)|} \quad (21)$$

حال اگر از $|\hat{W}(f, \tau)|$ در راستای سطرها میانگین گرفته شود؛ و در راستای ستونها اندکی هموارسازی انجام شود؛ تخمینی از اندازه طیف فرکانس موجک ارسالی به زمین به دست می‌آید

$$|\hat{w}(f)| = b(f) * \text{mean}_{\tau} [|\hat{W}(f, \tau)|] \quad (22)$$

که $|\hat{w}(f)|$ اندازه طیف فرکانس موجک و mean_{τ} تابعی است که در راستای τ میانگین می‌گیرد. $b(f)$ نیز تابع هموار کننده در راستای f است.

با داشتن $|\hat{w}(f)|$ می‌توان دوباره $|\hat{W}(f, \tau)|$ را ساخت و از تقسیم $|\hat{Y}(f, \tau)|$ بر آن و اجرای هموارسازی دوباره روی مسیرهای هذلولی، تخمین بهتری از $|\hat{\Delta}(f, \tau)|$ به دست آورد. پس از چند مرحله تکرار و به دست آوردن $|\hat{\Delta}(f, \tau)|$ و $|\hat{W}(f, \tau)|$ با تقریب بهتر، می‌توان گفت:

$$|\hat{W}(f, \tau)| = |\hat{w}(f)| |\Delta(f, \tau)| \quad (23)$$

با فرض کمینه فاز بودن موجک و تابع جذب، می‌توان فاز رابطه (۲۳) را از $|\hat{W}(f, \tau)|$ با استفاده از رابطه کلمگوروف (Kolmogoroff) محاسبه کرد.

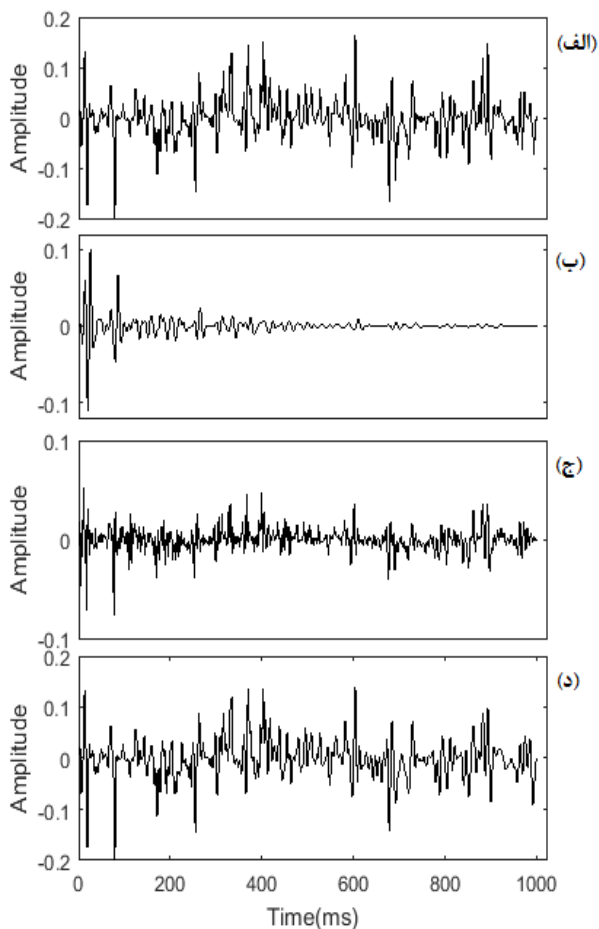
در روش واهمامیخت گابور به $\hat{W}(f, \tau)$ نیاز است؛ ولی در روش واهمامیخت گابور تصویر شده به $G(t, \tau)$ نیاز است؛ که برای به دست آوردن آن باید از ستون‌های $\hat{W}(f, \tau)$ عکس تبدیل فوریه گرفته شود؛ تا $\mathcal{W}(t, \tau)$ به دست آید. سپس هر ستون آن به اندازه شماره ستون شیفت داده می‌شود و خواهیم داشت:

$$G(t, \tau) = \mathcal{W}(t - \tau, \tau) \quad (24)$$

۳- اعمال روش بر روی داده‌های مصنوعی

پیش‌تر اشاره شد که یکی از مشکلات روش واهمامیخت گابور تقریب زیاد آن در تشریح ردلرزه ناپایا است؛ که روش واهمامیخت گابور تصویر شده این تقریب را بهبود بخشیده است. به منظور نمایش این مشکل از معیار میانگین مربعات خطای پیش‌بینی شده (PMSE) استفاده شده است و نرم ۲ اختلاف رابطه (۱۲) یعنی مدل مستقیم استفاده شده در واهمامیخت گابور با رابطه (۸) که نشان‌دهنده ردلرزه جذب شده در مدل Q ثابت است؛ حساب شده است. نمودار خط پیوسته در شکل ۱-الف، PMSE واهمامیخت گابور را در Qهای مختلف نشان می‌دهد. برای تولید این شکل از ردلرزه‌ای با سری ضرایب بازتاب تصادفی، موجک کمینه فاز با فرکانس غالب ۴۰ هرتز و پنجره گوسی با طول ۴۰ نمونه و انحراف معیار ۱/۵ استفاده شده است. با افزایش Q مقدار خطا کاهش می‌یابد. وجود این خطا باعث خطای سیستماتیک در مسئله وارون و

نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۳، شماره ۱، ۱۳۹۶.
که نتیجه حل در شکل ۲-د آمده است و بسیار شبیه سری
ضرایب بازتاب اصلی است.



شکل ۲: مقایسه روش هم‌امیخت گابور و هم‌امیخت گابور تصویر
شده در یک ردلرزه بدون نوفه با سری ضرایب بازتاب هموار الف)
سری ضرایب بازتاب اولیه ب) ردلرزه تولید شده ج) سری ضرایب
بازتاب تخمین زده شده توسط واهم‌امیخت گابور د) سری ضرایب
تخمین زده شده توسط واهم‌امیخت گابور تصویر شده.

۲-۳- ردلرزه با نوفه تصادفی و سری ضرایب بازتاب تنک

برای آزمودن روش‌ها یک ردلرزه با سری ضرایب بازتاب تنک (شکل
۳-الف) و موجک کمینه فاز با فرکانس غالب ۴۰ هرتز ساخته شده
که اندکی نوفه تصادفی به آن اضافه شده است. در این ردلرزه
 $Q=40$ است (شکل ۳-ب). در این مثال جواب بهینه واهم‌امیخت
گابور با نرم ۲ روی عدم تطابق و نرم ۱ روی مدل حساب شده است؛
یعنی:

$$\operatorname{argmin}_{r_{\tau}} \|y_{\tau} - K_{\tau} r_{\tau}\|_2^2 + \lambda \|r_{\tau}\|_1 \quad (27)$$

که $\tau = 0, 1, \dots, N-1$ است. نتیجه حل این رابطه با
پنجره گوسی به طول ۵۰ نمونه در شکل ۳-ج نشان داده شده است.

واهم‌امیخت گابور تصویر شده را بر حسب تغییر طول پنجره گوسی
نشان می‌دهد. در اینجا برای تولید ردلرزه از موجک کمینه فاز با
فرکانس غالب ۴۰ هرتز و $Q=40$ استفاده شده است. طول پنجره در
واهم‌امیخت گابور مقداری از ردلرزه را نشان می‌دهد؛ که پایا در نظر
گرفته می‌شود و در واهم‌امیخت گابور تصویر شده، طول پنجره
گوسی، طول هموار کننده است. نمودار خط پیوسته که مربوط به
واهم‌امیخت گابور است، روند کاهشی داشته و دوباره به آرامی صعود
می‌کند و یک کمینه دارد. این کمینه تقریباً جایی است که طول
پنجره گوسی با طول موجک یکسان است. نمودار خط چین که
مربوط به واهم‌امیخت گابور تصویر شده است، خطای کمتری نسبت
به خط پیوسته دارد.

۳-۱- ردلرزه بدون نوفه با سری ضرایب بازتاب هموار

به منظور بررسی کارایی روش واهم‌امیخت گابور و واهم‌امیخت گابور
تصویر شده ابتدا یک ردلرزه مصنوعی بدون نوفه با استفاده از یک
سری ضرایب بازتاب هموار (شکل ۲-الف) و موجک کمینه فاز با
فرکانس غالب ۴۰ هرتز ساخته شد؛ که اثر جذب با $Q=40$ بر آن
اعمال شده است (شکل ۲-ب). $\hat{W}(f, \tau)$ با استفاده از روش
هموارسازی در راستای مسیر هذلولی‌ها تخمین زده شده است. در
تمام مثال‌های مصنوعی و داده واقعی این مقاله $\hat{W}(f, \tau)$ با این
روش تخمین زده شده است. برای انجام بهینه‌سازی توسط
واهم‌امیخت گابور باید برای هر ستون رابطه (۱۳) به طور جداگانه
بهینه‌سازی انجام شود؛ یعنی دستگاه $y_{\tau} = K_{\tau} r_{\tau}$ را که
 $\tau = 0, 1, \dots, N-1$ بوده و y_{τ} به ترتیب پنجره شده‌های
ردلرزه و سری ضرایب بازتاب هستند و K_{τ} که ساختار توپلیتزی
ستون τ ماتریس $W(t, \tau)$ است، با نرم مناسب روی عدم تطابق
(misfit) و مدل (model) و اپراتور و پارامتر منظم ساز مناسب حل
شود.

در این مثال با توجه به شرایط مسئله، جواب بهینه‌سازی با
نرم ۲ روی عدم تطابق و نرم ۲ روی مدل مناسب است؛ یعنی:

$$\operatorname{argmin}_{r_{\tau}} \|y_{\tau} - K_{\tau} r_{\tau}\|_2^2 + \lambda \|r_{\tau}\|_2^2 \quad (28)$$

که $\tau = 0, 1, \dots, N-1$ است. در حل رابطه (۲۵) و تمام
مدل‌های مصنوعی پیش رو، پارامتر منظم سازی بهینه (λ) با
استفاده از کمترین خطای rms بین سری ضرایب بازتاب تخمین
زده شده و اولیه به دست آمده است. نتیجه حل این رابطه در شکل
۲-ج نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود تا حدودی
اثر موجک و جذب از بین رفته است.

برای انجام واهم‌امیخت گابور تصویر شده با استفاده از
 $\hat{W}(f, \tau)$ تخمین زده شده و پنجره گوسی با طول ۴۰ نمونه،
 G' ساخته شده و دستگاه زیر حل شده است:

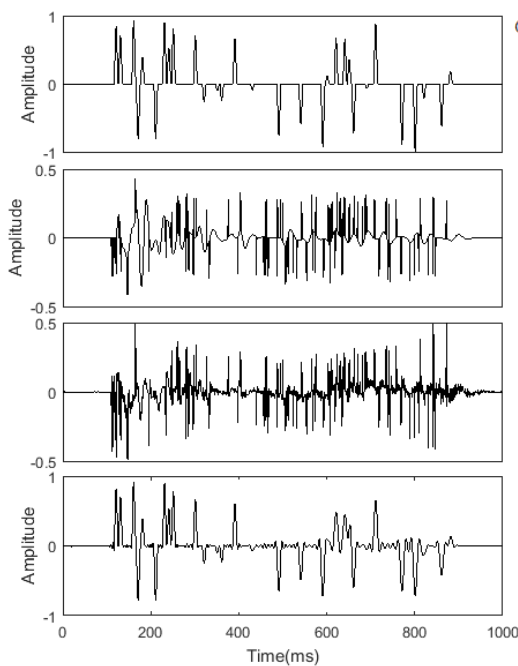
$$\operatorname{argmin}_r \|y - G'r\|_2^2 + \lambda \|r\|_2^2 \quad (29)$$

$$\operatorname{argmin}_{r_{\tau}} \|y_{\tau} - K_{\tau} r_{\tau}\|_1 + \lambda \|r_{\tau}\|_2^2 \quad (29)$$

که $\tau = 0, 1, \dots, N$ است. نتیجه حل رابطه (۲۹) در شکل ۴-ج آمده است. همان‌طور که دیده می‌شود منجر به نتیجه قابل قبولی نشده است. واهمامیخت گابور تصویر شده، پس از ساخت G' با استفاده از $\hat{W}(f, \tau)$ تخمینی و پنجره گوسی با طول ۵۰ نمونه، با حل تابع هزینه زیر انجام شده است:

$$\operatorname{argmin}_r \|y - G'r\|_1 + \lambda \|r\|_2^2 \quad (30)$$

نتیجه حل این بهینه‌سازی در شکل ۴-د آمده است. همان‌طور که دیده می‌شود، جوابی پایدار که بسیار شبیه سری ضرایب بازتاب اولیه است؛ نتیجه شده است.



شکل ۴: مقایسه روش واهمامیخت گابور و واهمامیخت گابور تصویر شده در یک ردلرزه با نوفه اسپایکی و سری ضرایب بازتاب هموار (الف) سری ضرایب بازتاب اولیه (ب) ردلرزه تولید شده (ج) سری ضرایب بازتاب تخمین زده شده توسط واهمامیخت گابور (د) سری ضرایب تخمین زده شده توسط واهمامیخت گابور تصویر شده.

۳-۴- ردلرزه با نوفه اسپایکی و سری ضرایب بازتاب تنک

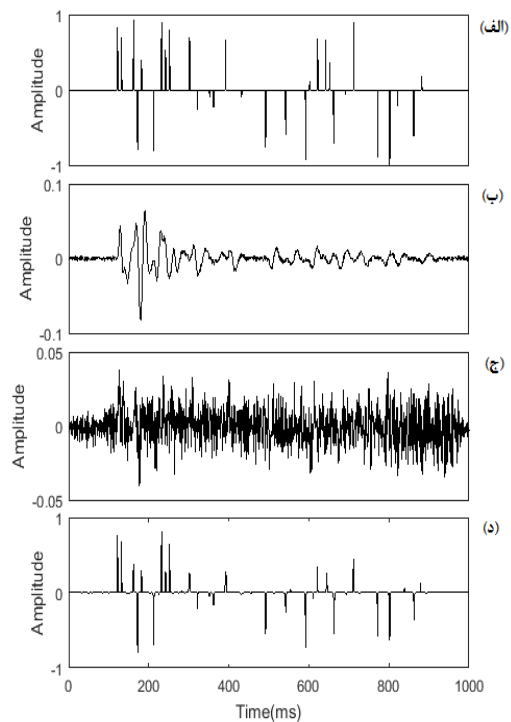
ردلرزه دیگر با سری ضرایب بازتاب تنک (شکل ۵-الف) و موجک کمینه فاز با فرکانس غالب ۴۰ هرتز ساخته شده که نوفه اسپایکی با دامنه‌ای برابر دامنه بیشینه ردلرزه به آن اضافه شده است و $Q=40$ است (شکل ۵-ب). به منظور محاسبه جواب بهینه واهمامیخت گابور، منظم‌سازی با نرم ۱ روی عدم تطابق و نرم ۱ روی مدل انجام شده است یعنی:

برای حل این معادله بهینه‌سازی غیرخطی و تمام بهینه‌سازی‌های خطی پیش رو از روش IRRLS (Gholami and Mohamadi, 2015) استفاده شده است.

برای انجام واهمامیخت گابور تصویر شده، پس از ساخت G' با استفاده از $\hat{W}(f, \tau)$ تخمینی و پنجره گوسی با طول ۴۰ نمونه، تابع هزینه زیر حل شده است:

$$\operatorname{argmin}_r \|y - G'r\|_2^2 + \lambda \|r\|_1 \quad (28)$$

نتیجه حل این مسئله بهینه‌سازی در شکل ۳-د آمده است که جوابی پایدار و بسیار شبیه سری ضرایب بازتاب اولیه به دست آمده است.



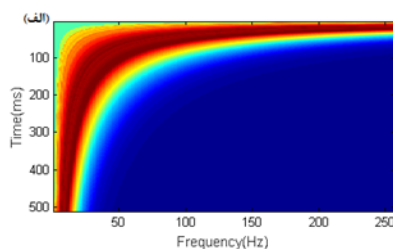
شکل ۳: مقایسه روش واهمامیخت گابور و واهمامیخت گابور تصویر شده در یک ردلرزه با نوفه تصادفی و سری ضرایب بازتاب تنک (الف) سری ضرایب بازتاب اولیه (ب) ردلرزه تولید شده (ج) سری ضرایب بازتاب تخمین زده شده توسط واهمامیخت گابور (د) سری ضرایب تخمین زده شده توسط واهمامیخت گابور تصویر شده.

۳-۳- ردلرزه با نوفه اسپایکی و سری ضرایب بازتاب هموار

ردلرزه دیگر با سری ضرایب بازتاب هموار (شکل ۴-الف) و موجک کمینه فاز با فرکانس غالب ۴۰ هرتز ساخته شده که نوفه اسپایکی با دامنه‌ای برابر نصف دامنه بیشینه ردلرزه به آن اضافه شده است. در این ردلرزه $Q=50$ است (شکل ۴-ب). در این مثال جواب بهینه واهمامیخت گابور با نرم ۱ روی عدم تطابق و نرم ۲ روی مدل حساب شده است؛ یعنی:

۴- اعمال روش بر داده واقعی

به منظور آزمودن روش جدید، یک CMP از داده‌های به نام shot20.sgy که در نرم‌افزار Vista وجود دارد، انتخاب شده است (شکل ۷-الف) و برای هر ردلرزه آن $\hat{W}(f, \tau)$ تخمین زده شده است. اپراتور جذب در حوزه فوریه ($\hat{\Delta}$) برای یکی از ردلرزه‌ها در شکل ۶-الف و موجک تخمین زده شده برای آن در شکل ۶-ب نشان داده شده است. نتیجه واهمامیخت گابور بهینه‌سازی شده با نرم ۲ روی عدم تطابق و نرم ۲ روی مدل (رابطه ۲۵)) در شکل ۷-ب آمده است. همچنین واهمامیخت گابور تصویر شده بهینه‌سازی شده با نرم ۲ روی عدم تطابق و نرم ۲ روی مدل (رابطه ۲۶)) در شکل ۷-ج و نتیجه بهینه شده با نرم ۲ روی عدم تطابق و نرم ۱ روی مدل (رابطه ۲۸) در شکل ۷-د آمده است. در اینجا برای انتخاب پارامتر منظم سازی از روش GCV (Aster et al., 2005) استفاده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، واهمامیخت گابور (شکل ۷-ب) موفقیت محسوسی نداشته است. واهمامیخت گابور تصویر شده غیرتنک (شکل ۷-ج) تا حدودی تفکیک‌پذیری عمودی را بهبود بخشیده است؛ ولی واهمامیخت گابور تصویر شده تنک (شکل ۷-د) تفکیک‌پذیری عمودی را به‌طور چشمگیری افزایش داده است. در شکل ۸ طیف دامنه میانگین قبل و بعد از اعمال واهمامیخت آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، طیف دامنه میانگین بعد از اعمال واهمامیخت گابور (شکل ۸-ب) تغییر زیادی نسبت به طیف دامنه میانگین قبل از واهمامیخت (شکل ۸-الف) نداشته است. طیف دامنه میانگین بعد از واهمامیخت گابور تصویر شده غیر تنک (شکل ۸-ج) نشان می‌دهد طیف فرکانس تا حدودی پهن‌تر شده و دامنه فرکانس‌های بالا افزایش یافته‌اند. همچنین طیف دامنه میانگین بعد از واهمامیخت گابور تصویر شده تنک (شکل ۸-د) نشان می‌دهد که پهنای طیف فرکانس افزایش یافته و نسبت به طیف دامنه واهمامیخت گابور غیر تنک (شکل ۸-ب) و واهمامیخت تصویر شده غیر تنک (شکل ۸-ج) بهبود یافته است.



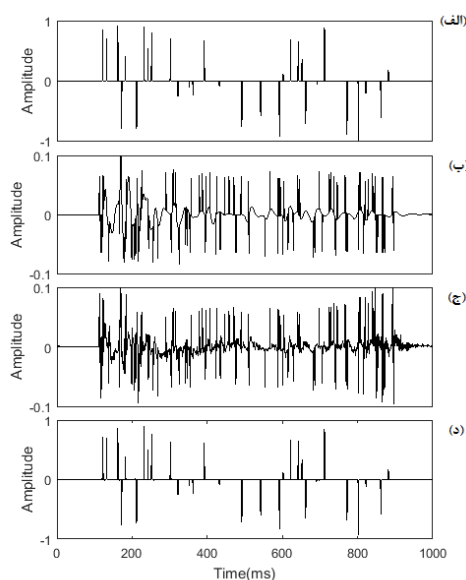
شکل ۶: الف) اپراتور جذب تخمینی در حوزه فوریه توسط روش هموارسازی در مسیر هذلولی‌ها برای یکی از ردلرزه‌های شکل ۷-الف؛ ب) موجک تخمینی توسط هموارسازی و فرض کمینه فاز بودن موجک برای یکی از ردلرزه‌های شکل ۷-الف.

$$\operatorname{argmin}_{r_{\tau}} \|y_{\tau} - K_{\tau} r_{\tau}\|_1 + \lambda \|r_{\tau}\|_1 \quad (29)$$

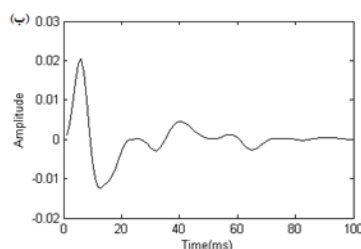
و $\tau = 0, 1, \dots, N-1$ است. نتیجه به دست آمده در شکل ۵-ج آمده که رضایت‌بخش نیست. واهمامیخت گابور تصویر شده، پس از ساخت G' با استفاده از $\hat{W}(f, \tau)$ تخمینی و پنجره گوسی با طول ۷۰ نمونه، با حل دستگاه زیر انجام شده است:

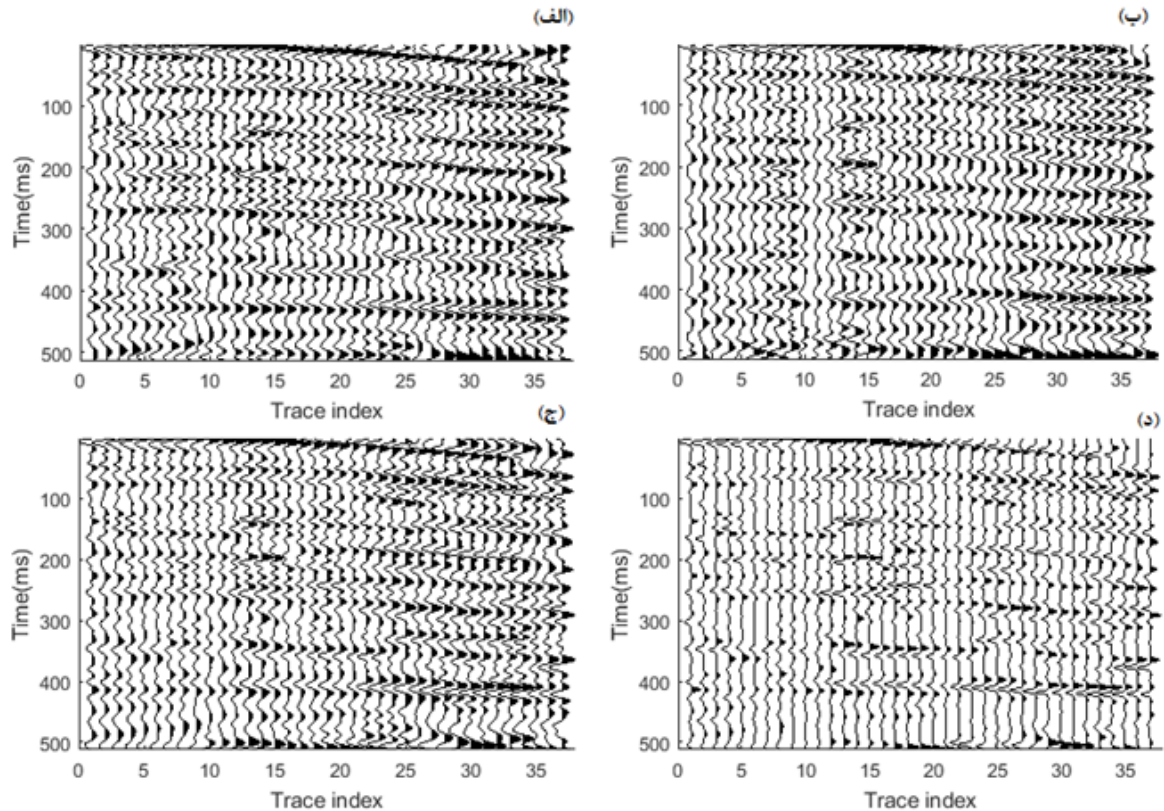
$$\operatorname{argmin}_r \|y - G'r\|_1 + \lambda \|r\|_1 \quad (30)$$

نتیجه حل این بهینه‌سازی در شکل ۵-د آمده است که جوابی پایدار و بسیار شبیه سری ضرایب بازتاب اولیه نتیجه داده است. در تمام مثال‌های مصنوعی که بررسی شد علاوه بر کاهش چشمگیر زمان انجام محاسبات حین بهینه‌سازی واهمامیخت گابور تصویر شده نسبت به واهمامیخت گابور، واهمامیخت گابور تصویر شده منجر به جواب خیلی بهتر نسبت به واهمامیخت گابور شد؛ که به خاطر خطای سیستماتیک کمتر و پایدارتر بودن آن است.

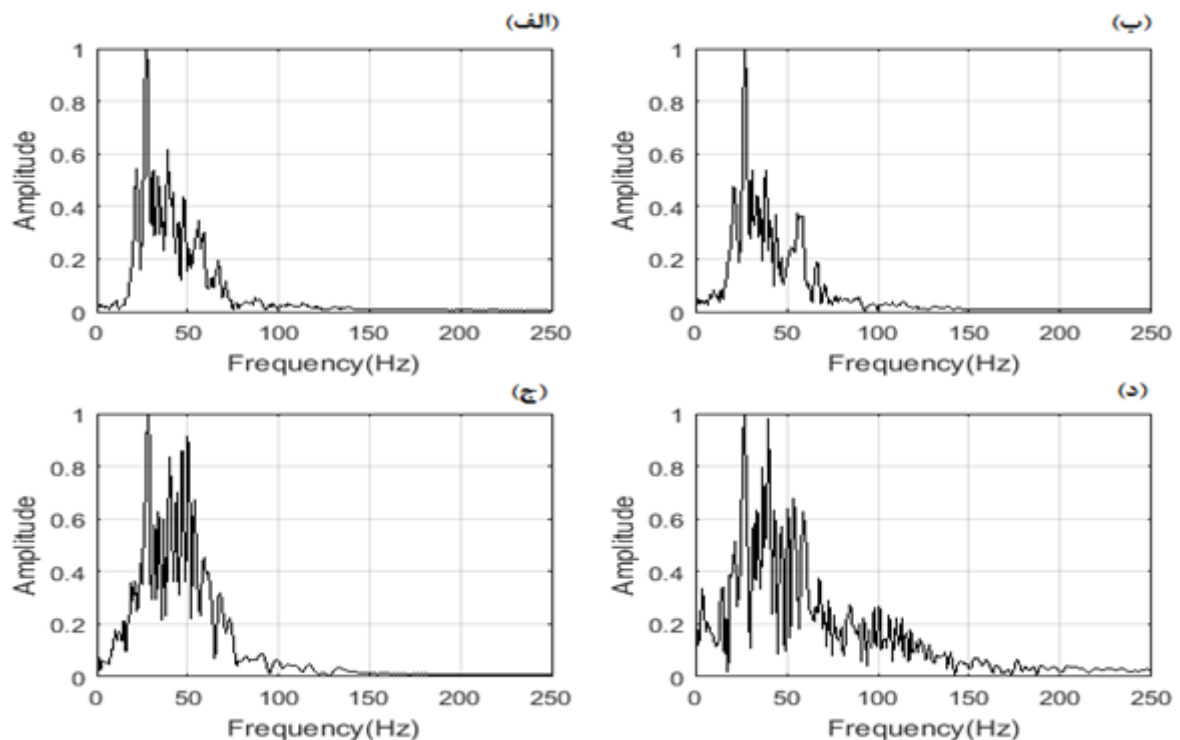


شکل ۵: مقایسه روش واهمامیخت گابور و واهمامیخت گابور تصویر شده در یک ردلرزه با نوفه اسپایکی و سری ضرایب بازتاب تنک الف) سری ضرایب بازتاب اولیه ب) ردلرزه تولید شده ج) سری ضرایب بازتاب تخمین زده شده توسط واهمامیخت گابور د) سری ضرایب تخمین زده شده توسط واهمامیخت گابور تصویر شده.





شکل ۷: اعمال واهمامیخت گابور و واهمامیخت گابور تصویر شده بر داده واقعی (الف) داده اولیه (ب) نتیجه اعمال واهمامیخت گابور (ج) نتیجه اعمال واهمامیخت گابور تصویر شده غیر تنک (د) نتیجه اعمال واهمامیخت گابور تصویر شده تنک.



شکل ۸: طیف دامنه میانگین قبل و بعد اعمال واهمامیخت (الف) طیف دامنه میانگین قبل از اعمال واهمامیخت (ب) طیف دامنه میانگین بعد از اعمال واهمامیخت گابور غیر تنک (ج) طیف دامنه میانگین بعد از اعمال واهمامیخت گابور تصویر شده غیر تنک (د) طیف دامنه میانگین بعد از اعمال واهمامیخت گابور تصویر شده تنک.

Gholami, A. and Mohamadi, H., 2015, Regularization of geophysical ill-posed problems by iteratively reweighted and refined least squares, *Computational Geosciences*, 1-15.

Gholami, A., 2016, Projected Gabor deconvolution: *GEOPHYSICS*, 81 (2), 1-7.

Hansen, P., 1999, Rank-deficient and discrete ill-posed problems, *Numerical aspects of linear inversion*, SIAM.

Hargreaves, N.D. and Calvert, A.J., 1991, Inverse Q filtering by Fourier transform, *Geophysics*, 56, 519-527.

Margrave, G.F., Lamoureux, M.P., Grossman, J.P. and Iliescu, V., 2002, Gabor deconvolution of seismic data for source waveform and Q correction, 72nd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 2190-2193.

Margrave, G.F., Gibson, P.C., Grossman, J.P., Henley, D.C., Iliescu, V. and Lamoureux, M.P., 2004, The Gabor transform, pseudo differential operators, and seismic deconvolution, *Integrated Computer-Aided Engineering*, 9, 1-13.

Margrave, G.F., Lamoureux, M.P. and Henley, D.C., 2011, Gabor deconvolution: Estimating reflectivity by nonstationary deconvolution of seismic data, *Geophysics*, 76 (3), 15-30.

Robinson, E.A., 1954, Predictive decomposition of time series with application to seismic exploration, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology (MIT).

Robinson, E.A. and Treitel, S., 1967, Principles of digital Wiener filtering, *Geophysical Prospecting*, 15 (3), 311-332.

Wang, Y., 2008, Seismic inverse Q filtering, Blackwell.

Yilmaz, O., 2001, Seismic Data Processing, SEG.

Zhang, C. and Ulrych, T.J., 2007, Seismic absorption compensation: A least-squares inverse scheme: *Geophysics*, 72 (6), 109-114.

۵- نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج حاصل از انجام واهمامیخت گابور و واهمامیخت گابور تصویر شده بر روی مثال‌های مصنوعی و داده‌های واقعی نتایج آتی حاصل شده‌اند: واهمامیخت گابور از طریق تقریب یک مسئله ناپایا به چند زیر مسئله پایا و انجام واهمامیخت پایا برای هر کدام از آن‌ها توانست تقریبی از سری ضرایب بازتاب یک ردلرزه ناپایا به دست آورد. چون خطاهای سیستماتیک در تقریب گابور وجود دارد؛ باعث ناپایدار شدن مسئله می‌شود. همچنین در هنگام بهینه‌سازی به سبب این‌که برای هر زیر مسئله باید جدا انجام شود، به لحاظ زمانی بسیار زمان‌گیر است. همچنین در هنگام بهینه‌سازی غیرخطی شرایط بدتر هم می‌شود. واهمامیخت گابور تصویر شده که توسعه یافته واهمامیخت گابور است، باعث بهبود همگرایی و پایداری مسئله می‌شود و به دلیل حل فقط یک مسئله وارون، زمان لازم برای بهینه‌سازی در آن کاهش می‌یابد. همچنین اعمال قید و اطلاعات اولیه در مسئله وارون ساده است.

۶- منابع

Aki, K. and Richards, P.G., 2002, Quantitative seismology, second edition, University Science Books.

Aster, R., Borchers, B. and Thurber, C., 2005, Parameter Estimation and Inverse Problems, Elsevier, New York.

Bickel, S.H. and Natarajan, R.R., 1985, Plane-wave Q deconvolution, *Geophysics*, 50, 1426-1439.

Clarke, G.K.C., 1968, Time-varying deconvolution filters, *Geophysics*, 33, 936-944.

Futterman, W. I., 1962, Dispersive body waves, *Journal of Geophysical Research*, 73, 3917-3935.

Gholami, A. and Sacchi, M.D., 2012, A fast and automatic sparse deconvolution in the presence of outliers, *IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing*, 50, 4105-4116.

Gholami, A., 2015, Semi-blind non stationary deconvolution: Joint reflectivity and Q estimation, *Journal of Applied Geophysics*, 117, 32-41.



Non-stationary deconvolution in presence of gaussian and spike-like noises using projected gabor deconvolution

Seyed Hossein Seyed Aghamiry^{1*} and Ali Gholami²

1- Ph.D. Student, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Associate Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

Received: 25 April 2016; Accepted: 23 June 2016

Corresponding author: h.ghamiry@ut.ac.ir

Keywords

**Non-Stationary Deconvolution
Gabor Deconvolution
Projected Gabor Deconvolution
Seismic Attenuation
Q-Constant Model
Non-Stationary Wavelet
Estimation**

Extended Abstract

Summary

Deconvolution is considered as a successful tool in seismic exploration for increasing the temporal resolution of the data. Gabor deconvolution is proposed to treat the non-stationarity issue of the problem by breaking it into several stationary sub-problems via a Gaussian window, solving them independently, and then, recombining/projecting the sub-solutions into an approximate solution to the original nonstationary problem. The projected Gabor deconvolution has recently been proposed by the second author as an improvement over Gabor

deconvolution. In the projected Gabor deconvolution, the sub-problems are projected to a unified problem in time domain, and then, the resulting problem is solved. This modification brings useful advantages over the Gabor deconvolution including an improved convergence property, more efficiency for sparse deconvolution, more flexibility for incorporating prior information in the presence of noise, and more reflectivity structure via a least-squares method. In this paper, we propose a method for sparse and non-sparse deconvolution of non-stationary seismic signals in the presence of Gaussian and spike-like random noises. Numerical tests using simulated and field data are presented to show high performance of the proposed method for generating accurate and stable reflectivity models from non-stationary seismograms.

Introduction

According to the convolutional model of the Earth, a seismic signal can be modeled as convolution of the source generated wavelet with the Earth impulse response. The Earth impulse response contains the reflectivity information of the layer boundaries and the elasticity effects of the medium such as attenuation, absorption, etc. The aim of non-stationary seismic deconvolution is the recovery of the reflectivity series from such non-stationary signals. Gabor deconvolution, as an extension of stationary deconvolution, breaks the original problem into several stationary sub-problems, then solves each sub-problem independently, and finally, recombines/projects the sub-solutions into an approximate solution to the original non-stationary problem. A main property of the method is the treatment of the problem somehow in a blind fashion without requiring the attenuation model of the Earth as a priori. Projected Gabor deconvolution has been proposed as an alternative non-stationary deconvolution method. The projected Gabor deconvolution, compared to the Gabor deconvolution, shows an improved convergence property, and is more stable in the presence of noise, more efficient for non-linear optimizations like sparse recovery, and can better handle non-Gaussian noises in the data. The focus of this paper is on the latter property. Based on the projected Gabor deconvolution, we propose a method for non-stationary deconvolution of non-stationary seismic signals in the presence of spike-like noise.

Methodology and Approaches

Gabor deconvolution approximates a non-stationary seismic deconvolution by several stationary sub-problems to be solved via stationary processes in the Gabor time-frequency domain. For random reflectivity sequences, it enables us to approximately determine the non-stationary operator via the Gabor time-frequency transform of the recorded trace. However, the inherent instability of the problem due to the approximations prevents the algorithm from converging to the solution. Furthermore, solving the Gabor deconvolution by nonlinear optimizations is rather time consuming. In the

Gabor deconvolution, first an inverse operator is applied to each sub-problem, and then, the obtained sub-solutions are projected into the time domain to form a solution to the original problem. The projected Gabor deconvolution is similar to the Gabor deconvolution with the difference that the inverse operator is performed after the projection operator. There are many ways to estimate the Gabor and projected Gabor deconvolution operator. Among the many possibilities, we estimate the effect of attenuation with smoothing along hyperbolic trajectories in the time-frequency plane, and also, we estimate seismic wavelet with smoothing along the frequency axis. Thus, we can estimate the non-stationary deconvolution operator by these two procedures in an iterative manner. If we take inverse Fourier transform from columns of it and smooth it along main diagonal, we estimate the projected Gabor deconvolution operator. The projected Gabor deconvolution provides a solution to non-stationary deconvolution problem, which can be obtained by any regularization method that depends on the noise and reflectivity type.

Results and Conclusions

We have proposed a method, based on the projected Gabor deconvolution, for non-stationary deconvolution of seismic signals in the presence of Gaussian and spike-like noises, and then, we have compared the results with those of the Gabor deconvolution method. Numerical examples from simulated and field data have confirmed that the projected Gabor deconvolution, compared to the Gabor deconvolution, has a better convergence property, generates more accurate results, and is more efficient to be solved via sparse optimizations.
