JRAG
نشریه پژوهش های ژئوفیزیک کاربردی
دوره ۲، شماره ۲، ۱۳۹۵، صفحات ۸۷–۷۷
شناسه دیجیتال (DOI): 10.22044/JRAG.2016.659

روشی سریع برای وارون‌سازی سرعت برانبارش با تفکیک‌پذیری بالا

شهریار خاص احمدی[1*] و علی غلامی[2]

۱- کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران
۲- دانشیار، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۱۶؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۰۵

* نویسنده مسئول مکاتبات: **sh.khasahmadi@ut.ac.ir**

چکیده

تبدیل رادون هذلولی یک تبدیل انتگرالی است؛ که با انتگرال‌گیری بر مسیرهای هذلولی شکل سعی در به دست آوردن طیف سرعت داده‌های لرزه‌ای دارد؛ اما از آنجا که این تبدیل در دسته تبدیل‌های وابسته به زمان قرار می‌گیرد و برخلاف سایر تبدیل‌های رادون امکان محاسبه آن در حوزه فرکانس به ازای هر تک فرکانس وجود ندارد؛ باعث می‌شود تا تحلیل سرعت لرزه‌ای -که یکی از مهم‌ترین مراحل پردازش داده‌های بازتابی است- از جمله زمان‌گیرترین مراحل نیز محسوب شود. از طرفی، زمان‌گیر بودن محاسبه عملگرهای پیشرو و پسرو این تبدیل مانع از داشتن یک طیف سرعت با وضوح بالا به کمک الگوریتم‌های تزریق‌کننده تُنُکی می‌شود. در این مقاله، الگوریتم پروانه‌ای جهت حل سریع این تبدیل معرفی و سپس کاربرد آن در یک الگوریتم آستانه‌گذاری انقباضی جهت به دست آوردن یک طیف سرعت با وضوح بالا مورد بررسی قرار می‌گیرد. همان‌طور که در مثال‌های عددی نشان داده شده است، روش مطرح شده باعث کاهش زمان محاسبات تا چندین برابر نسبت به روش معمول در به دست آوردن یک طیف سرعت تُنُک خواهد شد.

واژگان کلیدی

تحلیل سرعت
تبدیل رادون هذلولی
الگوریتم پروانه‌ای
وضوح بالا
تنکی

۱- مقدمه

در پردازش داده‌های لرزه‌ای بسیاری از مراحل از جمله تضعیف امواج تکراری، تصحیح برون‌راند، مهاجرت‌های زمانی و عمقی و ... به مدل سرعت احتیاج دارند؛ که نشان‌دهنده اهمیت تحلیل سرعت است؛ اما تصویر کردن داده‌های حوزه مکان-زمان به حوزه سرعت-زمان یک تبدیل وابسته به زمان بوده و با توجه به اندازه داده‌ها می‌تواند امری زمان‌گیر باشد. از طرفی، گاهی به منظور بهبود کیفیت مدل سرعت به دست آمده در مراحل ابتدایی، تحلیل سرعت ممکن است چندین بار طی مراحل پردازش صورت گیرد و بنابراین نیاز به محاسبه سریع آن، امری ضروری است (Yilmaz, 1987).

مفهوم شباهت و طیف سرعت ابتدا توسط Taner and Koehler, 1969 معرفی شد. هرچند امروزه این روش یکی از پرکاربردترین روش‌های تحلیل سرعت است؛ اما دچار مشکلاتی از جمله وضوح اندک، حجم محاسبات زیاد و عدم کارایی در حضور تغییرات دامنه با دورافت است؛ که منجر به معرفی روش‌های دیگری توسط محققان شده است. روش شباهت تفاضلی و بعدتر شباهت تفاضلی خودران (Bootstrapped differential semblance) که با استفاده از نمونه‌برداری‌های تصادفی از داده انجام می‌شود، قدرت تفکیک را تا حدی بالا برده است. (Symes, 1991; Abbad and Ursin, 2012. Fomel, 2009) و Sarkar et al., 2001 روشی را تحت عنوان شباهت AB به منظور بررسی سرعت در حضور تغییرات دامنه ارائه کردند. Luo and Hale, 2012 با وزن دادن به داده بر اساس دورافت‌های دور و نزدیک موفق به افزایش وضوح حوزه سرعت شدند. Chen et al., 2015 نیز وزنی را با توجه به شباهت محلی (Local similarity) هر ردلرزه با یک ردلرزه مرجع معرفی کرد؛ که توان تفکیک را افزایش داد. Hu et al., 2015 از روش پروانه‌ای به منظور محاسبه سریع تحلیل سرعت داده‌های سه‌بعدی بهره جستند. در این مقاله هدف بررسی تحلیل سرعت با استفاده از تبدیل رادون است.

یک رکورد نقطه میانی یا عمقی مشترک را می‌توان یک برهم‌نهی از رخدادهای هذلولی شکل ناشی از بازتاب‌های لایه‌های زیرسطحی دانست و بنابراین می‌توان از تبدیل رادون هذلولی برای تصویر کردن داده‌ها به حوزه سرعت-زمان یا کندی-زمان بهره جست (Thorson and Claerbout, 1985). این تبدیل هر رخداد هذلولی شکل با بازه بی‌نهایت در حوزه مکان-زمان را به یک نقطه متناظر در حوزه سرعت-زمان همگرا می‌کند؛ که می‌توان از اطلاعات سرعت و زمان به دست آمده در ساخت یک مدل سرعت استفاده کرد. انتخاب دقیق ضرایب مربوط به رخدادهای اولیه در ساخت مدل سرعت و حذف بازتاب‌های چندگانه از اهمیت بالایی برخوردار است؛ اما دلایل مختلفی از جمله گسسته بودن متغیرهای سرعت، مکان و زمان، اثرات مصنوعی ناشی از دورافت‌های دور و نزدیک، نزدیک بودن برون‌راند برخی رخدادها به یکدیگر و ... باعث می‌شوند تا حوزه رادون به دست آمده از وضوح بالایی برخوردار نباشد و انتخاب دقیق ضرایب در سرعت و زمان مناسب به راحتی امکان‌پذیر نباشد (Trad et al., 2003). به منظور به دست آوردن یک طیف سرعت با وضوح بالا می‌توان از الگوریتم‌های تزریق‌کننده تنکی استفاده کرد (Trad et al., 2003) (Thorson and Claerbout, 1985).

Thorson and Claerbout (1985) با مطرح کردن مسئله رادون هذلولی به عنوان یک مسئله پسرو و حل آن به وسیله یک روش تصادفی (stochastic) موفق به ابداع یک حوزه رادون با وضوح بالا شدند. Trad et al., (2002) نیز حوزه رادون تنکی را با معرفی روشی بر مبنای گرادیان مزدوج وزن‌دار به دست آوردند. محققان دیگر نیز روش‌های مختلفی را جهت به دست آوردن انواع تبدیل‌های رادون بر پایه تنکی معرفی کرده‌اند (Sacchi and Ulrych, 1995;Cary, 1998)؛ اما تبدیل رادون هذلولی به دلیل داشتن بیشترین شباهت به رخدادهای بازتابی، بهترین تقریب را در حوزه سرعت نتیجه می‌دهد (Trad et al., 2002). در تمام روش‌های مطرح شده برای به دست آوردن طیف سرعتی با کمترین ضرایب غیر صفر، نیاز به محاسبه عملگرهای پیشرو و پسرو در هر حلقه تکرار است؛ که با توجه به ابعاد این عملگرها برای تبدیل رادون هذلولی، فرآیندی بسیار زمان‌گیر خواهد بود. تاکنون روش‌های متفاوتی برای حل سریع‌تر عملگرهای پیشرو و الحاقی تبدیل رادون هذلولی معرفی شده‌اند؛ که می‌توان به استفاده از معماری موازی کامپیوترها (Hansen, 1998) و یا انتخاب تنها بخشی از فضای مدل و داده جهت وارد کردن در محاسبات (Liu and Sacchi, 2002; Sabbione and Sacchi, 2016) اشاره کرد.

در این مقاله از یک الگوریتم آستانه‌گذاری انقباضی تکراری سریع (Fast Iterative Shrinkage Algorithm) برای محاسبه تنک تبدیل رادون هذلولی در تحلیل سرعت استفاده خواهد شد. همچنین الگوریتم پروانه‌ای جهت محاسبه سریع‌تر عملگرهای پیشرو و پسرو تبدیل رادون در هر حلقه تکرار به کار گرفته خواهد شد. این الگوریتم که بر اساس تغییر رابطه تبدیل رادون هذلولی به شکل یک رابطه انتگرال فوریه و سپس به دست آوردن تقریب‌های رتبه پایین برای کرنل مسئله عمل خواهد کرد، سرعت محاسبات را تا چندین برابر نسبت به روش معمول انتگرال‌گیری در حوزه مکان-زمان افزایش خواهد داد. کارایی روش مطرح شده در به دست آوردن طیف سرعتی با دقت بالا در مثال‌های عددی مصنوعی و واقعی بررسی شده است.

۲- تبدیل رادون هذلولی تُنُک

به منظور تحلیل سرعت از مقاطع نقطه میانی مشترک

استفاده می‌شود که اگر یک رکورد نقطه میانی یا عمقی مشترک $d(t,h)$ فرض شود، تبدیل رادون هذلولی به صورت زیر قابل تعریف است (Thorson and Claerbout, 1985):

$$m(\tau,p)=\sum_{h_{\min}}^{h_{\max}} d\left(t=\sqrt{\tau^2+p^2h^2},h\right) \qquad (۱)$$

که p کندی، t زمان، h دورافت و τ زمان رفت و برگشت در دورافت صفر است. $m(\tau,p)$ حوزه رادون است که نشان‌دهنده ضرایب هریک از رخدادها در زمان و کندی متناظر خودشان باشد. رابطه (۱) را پس از جابجایی می‌توان به شکل ماتریسی زیر بازنویسی کرد:

$$d=Lm \qquad (۲)$$

که d رکورد نقطه میانی مشترک، L عملگر پیشرو تبدیل رادون هذلولی و m حوزه رادون است. از آنجایی که عملگر L تبدیل رادون متعامد نیست، جواب به دست آمده با استفاده از عملگر الحاقی، $m_{adj}=L^Td$، وضوح و دقت کمی خواهد داشت. Thorson and Claerbout, (1985) برای اولین بار به حل مسئله رادون به صورت یک مسئله وارون پرداختند. جهت حل مسئله وارون تبدیل رادون، می‌توان یک تابع هزینه به شکل زیر تعریف کرد:

$$\hat{m}:=\arg\min_{m}\left\|Lm-d\right\|_2^2+\lambda R(m) \qquad (۳)$$

در این رابطه، جمله اول بیانگر میزان اختلاف داده اولیه از داده بازسازی شده به کمک مدل m، تابع $R(m)$ با توجه به بد وضع بودن مسئله رادون به عنوان منظم‌ساز وارد رابطه شده و λ نیز پارامتر منظم‌ساز است. می‌توان توابع متفاوتی را به عنوان منظم‌ساز به کار برد؛ اما استفاده از منظم‌ساز نرم ۱، جوابی را به دست خواهد داد؛ که دارای کمترین تعداد ضرایب غیر صفر و در نتیجه از وضوح و قدرت تفکیک بالایی برخوردار است (Gholami and Hosseini, 2011)؛ بنابراین، تابع هزینه بالا به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{m}:=\arg\min_{m}\left\|Lm-d\right\|_2^2+\lambda\left\|m\right\|_1 \qquad (۴)$$

به منظور حل رابطه (۴) می‌توان از یک الگوریتم آستانه‌گذاری انقباضی تکراری سریع به شکل جدول (۱) استفاده کرد (Beck and Teboulle, 2009).

در جدول ۱ m_k مدل به دست آمده و c_k اندازه گام مناسب در حلقه تکرار kام است. تابع $soft_\kappa$ نیز تابع آستانه‌گذاری نرم است؛ که به شکل زیر قابل تعریف است:

$$soft_\kappa(x)=sign(x)\max(0,|\mathrm{x}|-\kappa) \qquad (۵)$$

این روش در واقع تعمیم‌یافته روش آستانه‌گذاری انقباضی تکراری است؛ که در آن با استفاده از یک گام میانی سرعت همگرایی افزایش یافته است. همان‌طور که در جدول (۱) مشخص است، به منظور دست‌یابی به جواب نیاز به محاسبه عملگرهای پیشرو و پسرو تبدیل رادون در هر حلقه تکرار است و استفاده از روش معمول انتگرال‌گیری در حوزه مکان-زمان، رابطه (۱)، نیازمند صرف زمانی طولانی است و رسیدن به یک طیف سرعت با تفکیک بالا را دشوار می‌کند. تبدیل‌های رادون خطی و سهموی را می‌توان در حوزه فرکانس به ازای هر تک فرکانس به صورت مجزا و سریع به دست آورد (*Sacchi and Ulrych, 1995*)؛

جدول ۱: الگوریتم آستانه‌گذاری انقباضی تکراری سریع جهت حل رابطه (۴).

Fast Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm (FISTA)
set $u_1=m_0;\mathrm{c}_1=1$
for $k=1$ *to* K_{it} *do*
$m_k=soft_{\lambda/2\eta}\left(u_k-\frac{1}{\eta}L^T\left(Lu_k-d\right)\right)$
$c_{k+1}=1+\sqrt{1+4c_k^2}\,/2$
$u_{k+1}=m_k+\left(c_k-1/c_{k+1}\right)\left(m_k-m_{k-1}\right)$
end

اما اگر از تبدیل رادون هذلولی تبدیل فوریه گرفته شود؛ به شکل زیر در خواهد آمد:

$$m(\tau,p)=\sum_f\sum_h \hat{d}(h,f)\,e^{2\pi j f\sqrt{\tau^2+p^2h^2}} \qquad (۶)$$

که $j=\sqrt{-1}$ و تابع $\hat{d}(h,f)$ حوزه مکان-فرکانس رکورد نقطه میانی مشترک است. در رابطه (۶) همچنان جمله زمان وجود دارد و کرنل مسئله تابعی از دو متغیر فرکانس و زمان است. این امر محاسبه مجموع (۶) را با توجه به تعداد زیاد محاسبات زمان‌گیر می‌کند. در ادامه به بررسی چگونگی محاسبه سریع عملگرهای پیشرو و پسرو تبدیل رادون هذلولی به کمک الگوریتم پروانه‌ای پرداخته خواهد شد.

۳- حل سریع تبدیل رادون هذلولی

قبل از آن‌که به طور مستقیم به مسئله رادون پرداخته شود، روشی که به منظور حل سریع انتگرال‌های فوریه معرفی شده، مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرم کلی یک مجموع عملگر فوریه به شکل آتی است:

$$u(x)=\sum_{k\in K} e^{2\pi j\Phi(x,k)}g(k), \quad x\in \mathrm{X} \qquad (۷)$$

محاسبه این مجموع با توجه به وابسته بودن کرنل مسئله به دو متغیر x و k، همانند رابطه (۶) برای تبدیل رادون هذلولی، نیازمند تعداد زیاد محاسبات و در نتیجه صرف زمان طولانی است. Candes et al. (2009) نشان دادند که اگر فضاهای مدل و داده در این مجموع به زیر فضاهای کوچک‌تری محدود شوند، می‌توان یک

تقریب رتبه پایین (low-rank approximation) برای کرنل مسئله پیدا کرد. با در نظر گرفتن زیرفضای A با اندازه $w(A)$ در فضای مدل و زیرفضای B با اندازه $w(B)$ در فضای داده و با برقرار بودن شرط $w(A)\times w(B)\le 1/N$، که N عدد صحیح از توان ۲ است، می‌توان یک تقریب رتبه پایین از کرنل رابطه (۷) را به صورت زیر بیان کرد:

$$\left|e^{2\pi j\Phi(x,k)}-\sum_{t=1}^{r}\alpha_t^{AB}(x)\beta_t^{AB}(k)\right|\le\varepsilon \qquad (۸)$$

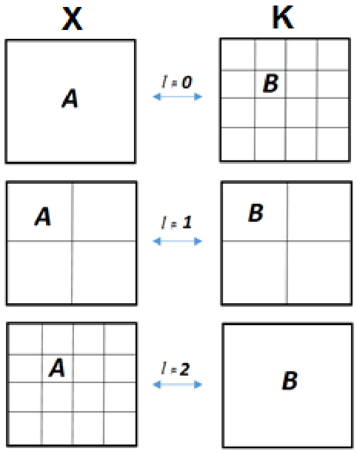
همان‌طور که در رابطه (۸) مشخص است، می‌توان کرنل مجموع رابطه (۷) را با استفاده از دو تابع α و β که هر کدام تنها تابعی از یک متغیر هستند؛ تقریب زد. حال هنگامی که $w(B)\le 1/\sqrt{N}$ است، می‌توان کرنل را با استفاده از یک شبکه دو بعدی از نقاط چبیشف و درون‌یابی لاگرانژ در متغیر k و در صورتی که $w(A)\le 1/\sqrt{N}$ در متغیر x تقریب زد (Candes et al., 2009). محاسبه توابع α و β به نوع مسئله بستگی دارد. O'Neil and Rokhlin (2007) الگوریتم پروانه‌ای را بر روی توابع تبدیل متفاوت در یک بعد به کار گرفته و توابع α و β را با توجه به کرنل مسئله برای چند حالت خاص معرفی کرده‌اند. همچنین Ying (2009) از الگوریتم پروانه‌ای به منظور حل سریع و تنک تبدیل فوریه بهره جسته و توابع متفاوتی را برای α و β معرفی کرده است. حال به ازای دو زیرفضای A و B در فضاهای مدل و داده، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} u^B(x) &= \sum_{k\in B} e^{2\pi j\Phi(x,k)}g(k) \\ &= \sum_t \alpha_t^{AB}(x)\left(\sum_{k\in B}\beta_t^{AB}(k)g(k)\right) \\ &= \sum_t \alpha_t^{AB}(x)\delta_t^{AB},\quad \delta_t^{AB}=\sum_{k\in B}\beta_t^{AB}(k)g(k) \end{aligned} \qquad (۹)$$

روابط بالا، هنگامی که زیرفضای B همه فضای داده را در برگیرد، معادل رابطه اولیه، رابطه (۷)، خواهد بود؛ اما با توجه به شرط $w(A)\times w(B)\le 1/N$ برای اندازه زیرفضاها، در حالتی که $B=K$ باشد، تعداد زیرفضاهای کوچک A زیاد خواهد بود و محاسبه مقادیر δ_t^{AB} آسان نخواهد بود. ساختار الگوریتم پروانه‌ای به منظور محاسبه سریع‌تر مقادیر δ استفاده خواهد شد (Candes et al., 2009).

۳–۱– الگوریتم پروانه‌ای

این الگوریتم با تقسیم‌بندی فضاهای مدل و داده به زیرفضاهای کوچک‌تر و برقراری شرط $w(A)\times w(B)\le 1/N$ به منظور وجود تقریب رتبه پایین برای کرنل در هر مرحله، مقادیر δ_t^{AB} را در هر مرحله محاسبه می‌کند؛ تا در نهایت در آخرین مرحله تقسیم‌بندی، مقادیر δ_t^{AB} به ازای $B=K$ محاسبه شود. تعداد کل مراحل تقسیم در الگوریتم پروانه‌ای $l=0,1,\dots,\log_2(N)$ خواهد بود. در شکل ۱، تقسیم‌بندی فضاهای مدل، X و داده، K به عنوان مثال برای حالت خاصی که $N=4$ باشد، آورده شده است.



شکل ۱: نمایش تقسیم در الگوریتم پروانه‌ای برای حالت خاص $N=4$. همان‌طور که مشخص است در هر مرحله زیرفضاهای A کوچک‌تر و B بزرگ‌تر می‌شوند تا در مرحله آخر، $l=2$، B همه فضای داده را در برمی‌گیرد.

این الگوریتم با همگرایی $O(N^2\log N)$، سرعت محاسبه مجموع (۷) را نسبت به روش معمول که دارای همگرایی $O(N^3)$ است؛ تا چندین برابر افزایش داده که منجر به کاهش زمان محاسبات، به خصوص برای فضاهای داده و مدل با ابعاد بزرگ می‌شود. الگوریتم پروانه‌ای در پنج مرحله به محاسبه حوزه رادون می‌پردازد؛ که به تفصیل در پیوست مورد بررسی قرار گرفته است. اساس کلی این الگوریتم، کاهش نقاط حوزه داده به وسیله یک شبکه دو بعدی از نقاط چبیشف و درون‌یابی لاگرانژ تا مرحله میانی تقسیم‌بندی، انتقال از حوزه داده به حوزه مدل در مرحله میانی و سپس افزایش نقاط حوزه مدل تا مرحله نهایی به وسیله درون‌یابی است.

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، کرنل مسئله تبدیل رادون هذلولی نیز مانند انتگرال فوریه به دو متغیر وابسته است؛ بنابراین اگر بتوان رابطه تبدیل رادون هذلولی را به شکل یک انتگرال عملگر فوریه، رابطه (۷)، بازنویسی کرد؛ می‌توان از الگوریتم پروانه‌ای جهت حل سریع‌تر آن بهره جست. اگر در رابطه (۷) حوزه‌های مدل و داده به صورت $x=(x_1,x_2)\in[0,1]^2=X$ و $k=(k_1,k_2)\in[0,1]^2=K$ باشد، می‌توان متغیرهای زمان، فرکانس، دورافت و کندی را به وسیله تبدیل‌های خطی زیر به متغیرهای x_1، x_2، k_1 و k_2 تبدیل کرد:

$$f=(f_{max}-f_{min})k_1+f_{min} \qquad (۱۰)$$

$$h = (h_{\max} - h_{\min})k_2 + h_{\min} \tag{۱۱}$$

$$\tau = (\tau_{\max} - \tau_{\min})x_1 + \tau_{\min} \tag{۱۲}$$

$$p = (p_{\max} - p_{\min})x_2 + p_{\min} \tag{۱۳}$$

حال با توجه به تغییر متغیرهای داده شده می‌توان نوشت:

$$\mathrm{g}(k) = \hat{d}(f(k_1), h(k_2)) \tag{۱۴}$$

$$\Phi(x,k) = f(k_1)\sqrt{\tau(x_1)^2 + p(x_2)^2 h(k_2)^2} \tag{۱۵}$$

$$u(x) = (Rd)(\tau(x_1), p(x_2)) \tag{۱۶}$$

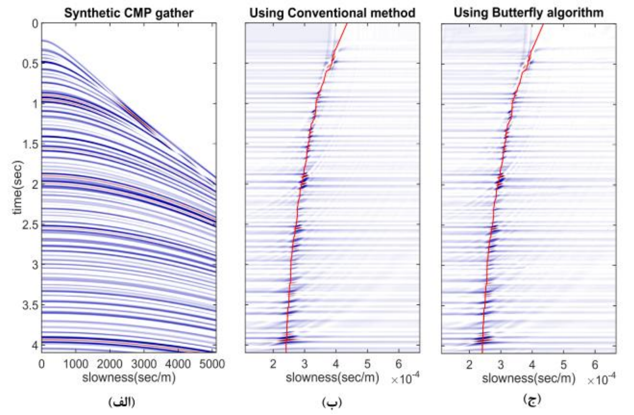
که با جایگذاری روابط (۱۴) تا (۱۶) در رابطه (۶) فرم کلی یک انتگرال فوریه (رابطه (۷))، به دست خواهد آمد؛ بنابراین می‌توان از الگوریتم پروانه‌ای برای محاسبه سریع تبدیل رادون هذلولی استفاده کرد (Hu et al., 2013). الحاقی تبدیل رادون هذلولی را نیز می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$\hat{d}(t,h) = F^{-1}\left(\sum_{\tau,p} e^{-2\pi j f\sqrt{\tau^2+p^2h^2}}\, m(\tau,p)\right) \tag{۱۷}$$

که در آن F^{-1} عکس تبدیل فوریه و $\hat{d}(t,h)$ داده بازسازی شده است. رابطه (۱۷) نیز مشابه یک انتگرال عملگر فوریه بوده و می‌توان محاسبه الحاقی تبدیل رادون هذلولی را نیز با استفاده از الگوریتم پروانه‌ای و با همگرایی $O(N^2 \log N)$ انجام داد.

۴- مثال‌های عددی

شکل ۲-الف یک رکورد نقطه میانی مشترک مصنوعی با فاصله مکانی ۵ متر و زمانی ۰/۰۰۴ ثانیه را نشان می‌دهد. به منظور مقایسه بهتر عملکرد الگوریتم پروانه‌ای و روش معمول در زمان محاسبه، ابعاد داده و مدل بزرگ انتخاب شده است (۱۰۲۴ در ۱۰۲۴). خط قرمز رنگ نمودار تصادفی کندی برحسب زمان استفاده شده برای ساخت رکورد قسمت الف را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، هر دو روش نتیجه مشابه و درستی را به دست داده‌اند. با این تفاوت که زمان مورد نیاز برای محاسبه در روش معمول تقریباً ۱۰۶ ثانیه بوده؛ در حالی‌که این زمان در الگوریتم پروانه‌ای تنها ۳ ثانیه بوده است. حال اگر با فرض مثال تنها ۱۰ تکرار به منظور دست‌یابی به یک طیف سرعت با وضوح بالا احتیاج باشد، زمان مورد نیاز با استفاده از روش معمول تقریباً ۳۵ برابر بیشتر از روش مطرح شده به وسیله الگوریتم پروانه‌ای خواهد بود؛ که نشان‌دهنده اهمیت سرعت در انجام محاسبات است. پارامترهای مورد استفاده در الگوریتم پروانه‌ای جهت تحلیل سرعت رکورد شکل ۲-الف، $N = 32$ و ۹ نقطه درون‌یابی در هر جهت بوده است. به طور کلی نمی‌توان یک رابطه مشخص برای تعیین پارامترهای الگوریتم پروانه‌ای ارائه کرد؛ اما می‌توان گفت که این پارامترها به بازه تغییرات تابع فاز در رابطه تبدیل رادون هذلولی، $\Phi(x,k) = f(k_1)\sqrt{\tau(x_1)^2 + p(x_2)^2 h(k_2)^2}$، بستگی دارد. هر چه بازه این تغییرات بیشتر باشد، نیاز به مراحل بیشتری برای تقسیم‌بندی حوزه‌های داده و مدل است و تعداد نقاط درون‌یابی نیز باید افزایش یابد و برعکس.



شکل ۲: الف) رکورد نقطه میانی مشترک مصنوعی با فاصله نمونه‌برداری مکانی ۵ متر و زمانی ۰/۰۰۴ ثانیه، تعداد ۱۰۲۴ نمونه در راستاهای مکان و زمان. ب) مدل سرعت به دست آمده با استفاده از روش معمول، تعداد ۱۰۲۴ نمونه در راستاهای زمان و کندی، ۱۰۶/۷ ثانیه. ج) مدل سرعت به دست آمده با استفاده از الگوریتم پروانه‌ای، تعداد ۱۰۲۴ نمونه در راستاهای زمان و کندی، ۳/۱ ثانیه. خط قرمز رنگ نمودار کندی-زمان استفاده شده جهت ساخت داده است.

حال می‌توان به منظور حل رابطه (۴) جهت به دست آوردن یک طیف سرعت تنک، در جدول ۱ محاسبه عملگرهای L و L^T را به وسیله الگوریتم پروانه‌ای و با سرعت زیاد در هر حلقه انجام داد.

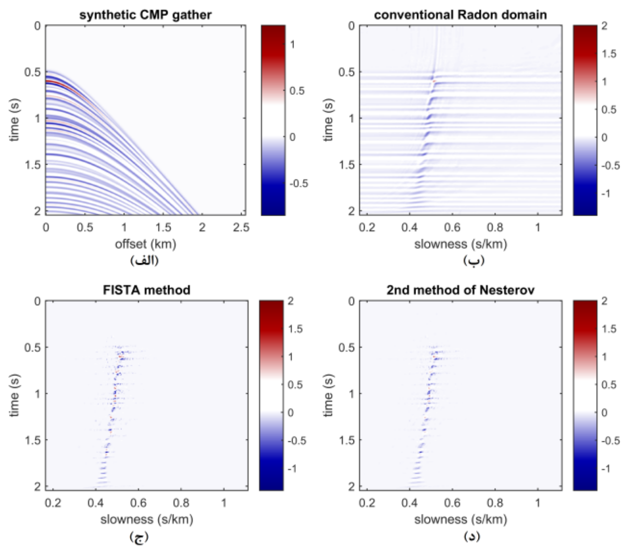
به منظور بررسی عملکرد توأمان الگوریتم‌های پروانه‌ای و FISTA در به دست آوردن یک طیف سرعت با وضوح و قدرت تفکیک بالا از مثال‌های عددی مصنوعی و واقعی استفاده شده است. در مثال اول، یک رکورد نقطه میانی مشترک مصنوعی با فاصله نمونه‌برداری مکانی ۱۰ متر و زمانی ۰/۰۰۴ ثانیه آورده شده است (شکل ۳-الف). شکل ۳-ب حوزه رادون معمول را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، علاوه بر تمرکز انرژی در ضرایب مربوط به هر یک از رخدادها در زمان و کندی متناظر با آن‌ها، اثرات و پخش انرژی ناشی از دورافت‌های دور و نزدیک نیز موجود است. در این حالت از طیف سرعت، به دست آوردن اطلاعات سرعت لایه‌ها برای ساختن مدل سرعت از دقت کافی برخوردار نیست. با استفاده از الگوریتم پروانه‌ای به منظور محاسبه عملگرهای پیشرو و پسرو و همچنین الگوریتم مطرح شده در جدول (۱)، حوزه رادون تنک رکورد شکل ۳-الف به دست آمده است و در شکل ۳-ج آورده شده است. همان‌طور که واضح است، حال می‌توان ضرایب مربوط به هر بازتاب را با دقت بالا ثبت کرد. به منظور مقایسه نتیجه الگوریتم آستانه‌گذاری انقباضی مطرح شده، FISTA، از روش دوم Nesterov استفاده شده که در جدول (۲) آمده است

.(Nesterov, 2004)

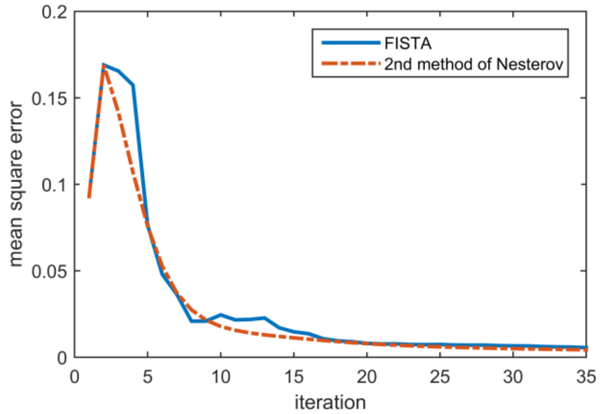
همگرایی این روش با روش FISTA یکسان بوده و هر دو $O(\frac{1}{k^2})$ هستند. حوزه تنک به دست آمده با استفاده از روش Nesterov در شکل ۳-د نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، هر دو روش قادر به تولید مدل سرعتی با وضوح بالا شده‌اند. به منظور مقایسه بهتر، نمودار خطای میانگین مربعات برحسب تعداد حلقه تکرار برای مثال شکل ۳ رسم شده است. با توجه به همگرایی یکسان دو روش، هر دو در تعداد تکرار یکسان به یک میزان خطای کمینه رسیده‌اند.

جدول ۲: الگوریتم روش دوم Nesterov

Nesterov's second method
$set\ \ q_0 = r_0 = s_0, \theta_1 = 1$
$for\ \ k = 1\ to\ K_{it}\ \ do$
$s_k = soft_{c/\theta_k}(s_k - \frac{c}{\theta_k} L^T(Lr_k - d))$
$q_k = (1-\theta_k)q_{k-1} + \theta_k s_k$
$r_k = (1-\theta_{k+1})q_k + \theta_{k+1} s_k$
$\theta_k = 2/k+1$
end

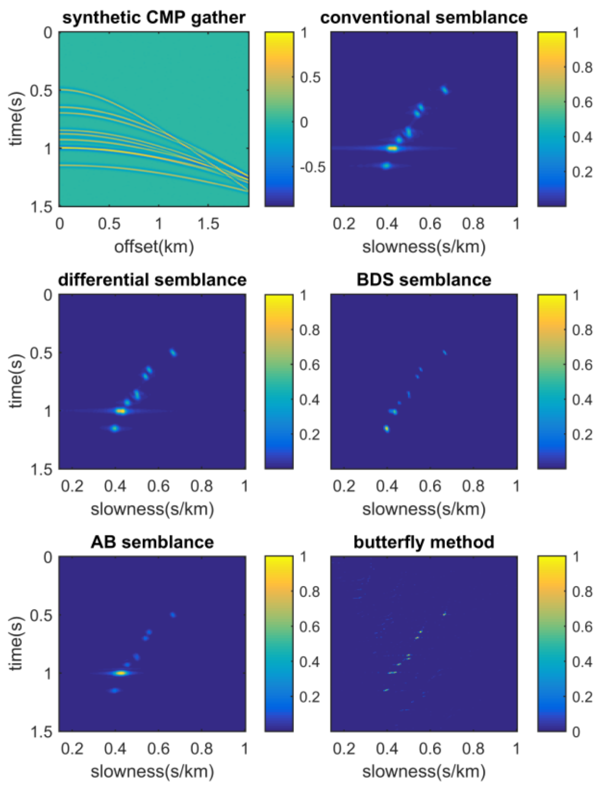


شکل ۳: تحلیل سرعت برای یک رکورد مصنوعی. الف) رکورد نقطه میانی مشترک مصنوعی با فاصله مکانی ۱۰ متر و زمانی ۰/۰۰۴ ثانیه. تحلیل سرعت ب) با استفاده از روش معمول ج) با استفاده از الگوریتم پروانه‌ای با $N=16$ و ۸ نقطه درون‌یابی و روش FISTA د) با استفاده از روش دوم Nestetov.



شکل ۴: نمودار خطای میانگین مربعات برحسب تکرار برای دو روش FISTA و روش دوم Nesterov.

هنگامی که رخدادهای بازتابی در حوزه مکان-زمان دارای برون‌راندهای نزدیک به هم باشند و یا در حضور لایه نازک، جدایش ضرایب مربوط به هر یک از آن‌ها در حوزه رادون معمول دشوار خواهد بود. در حالی‌که این امر در یک طیف سرعت با تفکیک‌پذیری بالا امکان‌پذیر است. یک رکورد نقطه میانی مشترک مصنوعی که در آن رخدادهای دارای برون‌راند نزدیک به هم و همچنین لایه نازک وجود دارد (شکل ۵)، برای مقایسه نتایج حاصل از روش‌های مرسوم و با تفکیک‌پذیری بالا و روش پیشنهادی ارائه شده است.



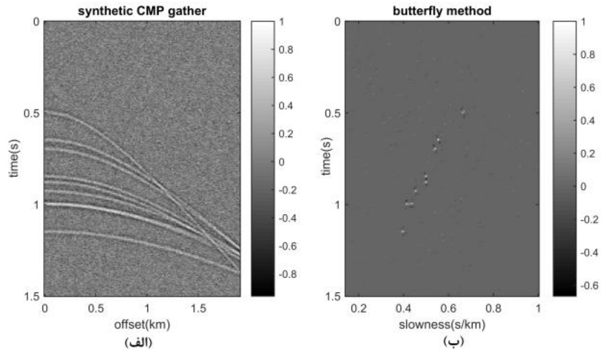
شکل ۵: نمایش یک رکورد مصنوعی نقطه میانی مشترک دارای لایه نازک و تحلیل سرعت انجام شده به وسیله روش‌های متفاوت.

تحلیل سرعت به وسیله روش‌های شباهت، شباهت تفاضلی، شباهت تفاضلی خودران با ۱۰ مرتبه خودرانی، شباهت AB و روش مطرح شده انجام شده است. همان‌طور که مشخص است، تنها در حوزه سرعت به دست آمده از روش مطرح شده لایه نازک و رخدادهای دارای برون‌راند نزدیک به هم قابل تفکیک هستند.

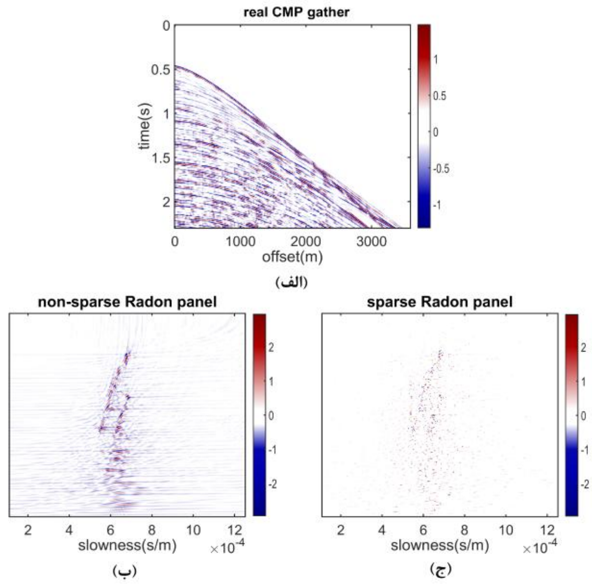
داده‌های لرزه‌ای به دلایل مختلف در حین عملیات برداشت به نوفه‌های تصادفی آغشته می‌شوند. این نوفه‌ها می‌توانند وضوح و تفکیک مدل سرعت و در نتیجه سایر مراحل پردازش را تحت تأثیر قرار دهند. شکل ۶-الف رکورد نشان داده شده در شکل ۵ را که به آن نوفه تصادفی قابل توجه‌ای اضافه شده است؛ نشان می‌دهد. با استفاده از روش مطرح شده برای به دست آوردن یک طیف سرعت با وضوح بالا، شکل ۶-ب به دست آمده است.

شکل ۷ یک رکورد نقطه عمقی مشترک واقعی را نشان می‌دهد. همان‌طور که در تحلیل سرعت آن به روش معمول مشخص است (شکل ۷-ب) علاوه بر بازتاب‌های اولیه، ضرایب بازتاب‌های چندگانه نیز وجود دارد؛ که نیاز به یک طیف سرعت با قدرت تفکیک بالا را بیشتر می‌کند. با توجه به پیچیدگی‌های داده واقعی نسبت به داده مصنوعی استفاده شده در مثال قبل، نیاز به تعداد مراحل بیشتری در تقسیم‌بندی حوزه‌های داده و مدل و همچنین نقاط درون‌یابی در الگوریتم پروانه‌ای است. حوزه سرعت تنک به دست آمده در شکل ۷-ج نمایش داده شده است. ضرایب مربوط به بازتاب‌های اولیه و چندگانه تفکیک شده و می‌توان آن‌ها را از یکدیگر جدا کرد.

همان‌طور که در مثال‌های عددی مصنوعی و واقعی نشان داده شد، روش پیشنهادی قادر به افزایش وضوح و توان تفکیک بیشتری نسبت به سایر روش‌های تحلیل سرعت است؛ اما از آنجائی که در وارون‌سازی عنوان شده، جمله مربوط به وزن دامنه در آن لحاظ نشده است؛ قادر به ارائه یک مدل سرعت تنک در حضور تغییرات دامنه با دورافت (AVO) نخواهد بود.



شکل ۶: کارایی روش پیشنهادی بر روی داده آغشته به نوفه. الف) رکورد نقطه میانی مشترک مصنوعی آغشته به نوفه، ب) حوزه سرعت تنک به دست آمده به وسیله روش پیشنهادی.



شکل ۷: تحلیل سرعت با وضوح بالا برای یک رکورد نقطه میانی مشترک واقعی. الف) رکورد نقطه میانی مشترک واقعی با فاصله مکانی ۱۲/۵ متر و زمانی ۰/۰۰۴ ثانیه. تحلیل سرعت ب) با استفاده از روش معمول ج) با استفاده از الگوریتم پروانه‌ای با $N = 32$ و ۹ نقطه درون‌یابی.

۵- نتیجه‌گیری

نتایج تحلیل سرعت در مراحل مختلفی از پردازش داده‌های لرزه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ اما دو مشکل عمده را می‌توان برای آن متصور شد: ۱) روش معمول با توجه به ابعاد حوزه داده و سرعت می‌تواند بسیار زمان‌گیر است. ۲) به دلایل متفاوتی مدل سرعت به دست آمده از وضوح و قدرت تفکیک بالایی برخوردار نیست. در این مقاله، الگوریتم پروانه‌ای با همگرایی بالا به عنوان راه‌حل مناسبی به منظور تسریع محاسبات عملگرهای پیشرو و پسرو تبدیل رادون هذلولی در تحلیل سرعت مورد بررسی قرار گرفت. همان‌طور که نشان داده شد، این روش نتایج مشابه روش معمول اما در زمانی بسیار کمتر ارائه می‌کند. سپس کاربرد این الگوریتم در یک الگوریتم منظم‌ساز نرم یک به منظور به دست آوردن یک حوزه سرعت با تفکیک بالا نشان داده شد. نتایج حاصل از مثال‌های عددی مصنوعی و واقعی نشان‌دهنده کاربردی بودن روش مطرح شده در تحلیل سرعت سریع و با وضوح و تفکیک‌پذیری بالای داده‌های لرزه‌ای است.

۶- منابع

Abbad, B. and Ursin, B., 2012, High-resolution bootstrapped differential semblance, GEOPHYSICS, 77 (3), U39-U47.

Beck, A. and Teboulle, M., 2009, A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems, SIAM Journal on Imaging Sciences, 2, 183-202.

Candes, E., Demanet, L. and Ying, L., 2009, A fast buttery algorithm for the computation of Fourier integral operators, Multiscale Modeling and Simulation, 7, 1727-1750.

Cary, P., 1998, The simplest discrete Radon transform: 68th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 1999-2002.

Chen, Y., Liu, T. and Chen, X., 2015, Velocity analysis using similarity weighted semblance, Geophysics, 80, A75-82.

Fomel, S., 2009, Velocity analysis using AB semblance, Geophys. Prospect., 57, 311-321.

Gholami, A. and Hosseini, S. M., 2011, A General Framework for Sparsity-Based Denoising and Inversion, 2011, IEEE Transactions on signal processing, 59 (11).

Hansen, P., 1998, Rank-deficient and discrete ill-posed problems: Numerical aspects of linear inversion: Soc. Ind. Appl. Math.

Hu, J., Fomel, S., Demanet, L. and Ying, L., 2013, A fast butterfly algorithm for generalized Radon transforms, Geophysics, 78 (4), U41-U51.

Hu, J., Fomel, S. and Ying, L., 2015, A fast algorithm for 3d azimuthally anisotropic velocity scan, Geophys. Prospect., 63, 368-77.

Liu, Y. and Sacchi, M.D., 2002, De-multiple via a fast least squares hyperbolic radon transform: SEG Technical Program Expanded Abstracts, 2182-2185.

Luo, S. and Hale, D., 2012, Velocity analysis using weighted semblance, Geophysics, 77, U15-22.

Nesterov, Y., 2004, Introductory Lectures on Convex Optimization, A Basic Course.

O'Neil, M. and Rokhlin, V., 2007, A new class of analysis-based fast transforms Tech. Rep. 1384, Department of Computer Science, Yale University.

Sabbione, J. and Sacchi, M.D., 2016, Fast time domain hyperbolic Radon transforms, GeoConvention: Optimizing Resources, Canada.

Sacchi, M.D. and Ulrych, T., 1995, High-resolution velocity gathers and offset space reconstruction: Geophysics, 60, 1169-1177.

Sarkar, D., Castagna, J.P. and Lamb, W., 2001, AVO and velocity analysis, Geophysics, 66, 284-93.

Symes, W., 1991, A differential semblance algorithm for the inverse problem of reflection seismology, Computers Math. Applic, 22, 147-178.

Taner, M.T. and Koehler, F., 1969, Velocity spectra-digital computer derivation and applications of velocity functions, Geophysics, 234, 859-881.

Thorson, J.R. and Claerbout, J.F., 1985, Velocity-stack and slant-stack stochastic inversion, Geophysics, 50, 2727-2741.

Trad, D., Ulrych, T. and Sachhi, M.D., 2002, Accurate interpolation with high-resolution time-variant radon transforms, Geophysics, 67, 644-656.

Trad, D., Ulrych, T. and Sacchi, M.D., 2003, Latest views of the sparse Radon transform, Geophysics, 68 (1), 386-399.

Yilmaz, Ö., 1987, Seismic data processing, 2: Soc. Expl. Geophys.

Ying, L., 2009, Sparse Fourier transform via butterfly algorithm, SIAM Journal on Scientific Computing, 31, 1678.

۷- پیوست

همان‌طور که اشاره شد، توابع α و β با توجه به نوع مسئله متفاوت و قابل تعریف خواهند بود. Hu et al. (2013) این توابع را برای تبدیل رادون هذلولی به شکل زیر به دست آورده‌اند. در صورتی

که $w(B) \le \frac{1}{\sqrt{N}}$ باشد:

$$\alpha_t^{AB}(\mathrm{x}) = e^{2\pi j\Phi(x,k_t^B)} \qquad \text{پ-۱}$$

$$\beta_t^{AB}(k) = e^{-2\pi j\Phi(x_0(A),k_t^B)} L_t^B(k) e^{2\pi j\Phi(x_0(A),k)} \qquad \text{پ-۲}$$

و در صورتی که $w(A) \le \frac{1}{\sqrt{N}}$ باشد:

$$\alpha_t^{AB}(\mathrm{x}) = e^{2\pi j\Phi(x,k_0(\mathrm{B}))} L_t^A(x) e^{-2\pi j\Phi(x_t^A,k_0(\mathrm{B}))} \qquad \text{پ-۳}$$

$$\beta_t^{AB}(k) = e^{2\pi j\Phi(x_t^A,k)} \qquad \text{پ-۴}$$

که $k_0(B)$ و $x_0(A)$ به ترتیب نقطه وسط زیرفضاهای B و A هستند. $L_t(x)$ نیز تابع چندجمله‌ای لاگرانژ است؛ که به صورت زیر خواهد بود:

$$L_{j\neq i}(x_i) = \prod_{m\neq j} \frac{x_i - x_m}{x_j - x_m} \qquad \text{پ-۵}$$

که برای استفاده در یک شبکه دو بعدی از نقاط چبیشف به صورت ضرب تانسوری در خواهد آمد. حال می‌توان پنج مرحله محاسبات الگوریتم پروانه‌ای را به صورت زیر تعریف کرد:

۱. ابتدایی

در مرحله $l=0$ از الگوریتم پروانه‌ای، $g(k)$ها که چشمه‌ها در تمام نقاط k هستند؛ به نقاط کمتری، k_t^B، معادل‌سازی می‌شوند. می‌توان گفت در این مرحله δ_t^{AB}ها چشمه‌های معادل $g(k)$ها هستند.

$$\delta_t^{AB} = e^{-2\pi j\Phi(x_0(A),k_t^B)} \sum_{k\in B} L_t^B(k) e^{2\pi j\Phi(x_0(A),k)} g(k) \qquad \text{پ-۶}$$

۲. بازگشت

این مرحله شامل $l=1,2,\ldots,L/2$ می‌شود. همان‌طور که اشاره شد، در هر مرحله از الگوریتم پروانه‌ای، زیرفضای A کوچک‌تر و B بزرگ‌تر می‌شود. به B بزرگ‌تر در مرحله قبل، والد گفته می‌شود و با اندیس p نشان داده می‌شود و به A کوچک‌تر در مرحله قبل، فرزند گفته می‌شود؛ که با اندیس c نشان داده می‌شود.

$$\delta_t^{AB} = e^{-2\pi j\Phi(x_0(A),k_t^B)} \sum_c \sum_t L_t^B(k_{t'}^{Bc}) e^{2\pi j\Phi(x_0(A),k_{t'}^{Bc})} \delta_{t'}^{ApBc} \qquad \text{پ-۷}$$

۳. تعویض

در مرحله $l=L/2$ چشمه‌های معادل محاسبه شده در فضای داده، حوزه $f-x$، به پتانسیل‌های معادل در فضای مدل، $\tau-p$، انتقال می‌یابند.

$$\delta_t^{AB} = \sum e^{2\pi j\Phi(x_t^A,k_s^B)} \delta_s^{AB} \qquad \text{پ-۸}$$

۴. بازگشت

این مرحله شامل مراحل $l=L/2+1,\ldots,L$ می‌شود و مشابه مرحله بازگشت قبل است. با این تفاوت که این بار پتانسیل‌های معادل که در فضای رادون قرار دارند؛ به پتانسیل‌های معادل بیشتری افزایش می‌یابند.

$$\delta_t^{AB} = \sum_c e^{2\pi j\Phi(x_t^A,k_0(\mathrm{Bc}))} \sum L_{t'}^{Ap}(x_t^A) e^{-2\pi j\Phi(x_{t'}^{Ap},k_0(\mathrm{Bc}))} \delta_{t'}^{ApBc} \qquad \text{پ-۹}$$

۵. نهایی

در مرحله $l=L$ زیرفضای B تمام فضای داده را در برمی‌گیرد ($B=K$). در این مرحله پتانسیل‌های معادل، به پتانسیل‌ها در تمام نقاط x در فضای مدل افزایش می‌یابند و حوزه رادون به صورت کامل بازسازی می‌شود.

$$u(x) = e^{2\pi j\Phi(x,k_0(\mathrm{B}))} \sum L_t^A(x) e^{-2\pi j\Phi(x_t^A,k_0(\mathrm{B}))} \delta_t^{AB} \qquad \text{پ-۱۰}$$

JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS

(JRAG)

2017, VOL 2, NO 2

(DOI): 10.22044/JRAG.2016.659

Shahrood University of Technology

Iranian Geophysical Society- 1975

A fast method for high-resolution velocity stack inversion

Sharyar Khas Ahmadi[1*] and Ali Gholami[2]

1- M.Sc. Graduated, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran
2- Associate Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

Received: 5 May 2016; Accepted: 25 June 2016

Corresponding author: sh.khasahmadi@ut.ac.ir

Keywords

Velocity Analysis
Hyperbolic Radon Transform
Butterfly Algorithm
High Resolution
Sparsity

Extended Abstract

Summary

The conventional velocity analysis sums the amplitudes of events along hyperbolic trajectories and converges the energy in the corresponding intercept time and slowness or velocity. This makes the velocity analysis as one of the most time consuming seismic data processing steps. On the other hand, this algorithm suffers from low resolution due to several reasons. In this paper, we use the Butterfly algorithm to calculate the forward and adjoint operators of the hyperbolic Radon transform in a much faster way, compared to the conventional integration in the time domain. Moreover, by applying it to fast iterative shrinkage-thresholding algorithm (FISTA), a high-resolution velocity panel is obtained.

Introduction

In many of seismic data processing steps, such as time and depth migration, normal moveout correction and multiple attenuation, the velocity versus time information is necessary. Obtaining this information from common midpoint gathers is not only a time-consuming process, but also needs high-resolution panels. The conventional time integration method takes abundant CPU time, which makes the use of iterative sparsity promoting algorithms to obtain a sparse velocity panel, a hard task. The Butterfly algorithm with a complexity of $O(N^2 \log N)$ can reduce the computation time by several orders of magnitude. Then, by computing both forward and adjoint operators of the hyperbolic Radon transform using this algorithm, a fast iterative shrinkage algorithm can be used to obtain a sparse Radon panel.

Methodology and Approaches

Hyperbolic Radon transform can be treated as an inverse problem and results in a sparse velocity panel using a $l_2 - l_1$ norm cost function. Fast iterative shrinkage-thresholding algorithm is a simple, fast and common approach to solve this kind of cost functions. The main step of this algorithm involves the computation of the forward and adjoint operators, which in the case of hyperbolic Radon transform can be a bottleneck in a time manner. Unlike other time-invariant Radon transforms, the hyperbolic Radon transform cannot be performed in frequency domain effectively. Butterfly algorithm can provide accurate approximations of these operators in a much less time required. The basic idea is that if the data and model domains are restricted to smaller subsets, a low-rank approximation of the Radon integral kernel can be constructed using Chebyshev interpolation for each variable separately. The underlying structure of the Butterfly algorithm is a pair of quad trees of data and model domains, which divide them into smaller subsets. This division at each level of these trees makes the existence of a low-rank separated approximation of the kernel. Then, the Radon panel is computed in three major steps, which include reducing equivalent data sources, transferring to the model domain and extending to all model points.

Results and Conclusions

As it is shown, the conventional velocity panel suffers from near and far offset artifacts, which reduce the accuracy of velocity picking and hence, velocity model building. On the other hand, analyzing common midpoint gathers for velocity-time information could be time expensive in the presence of large data size. We have applied the Butterfly algorithm on the hyperbolic Radon transform, which effectively evaluates the velocity panel with an accurate approximation in only $O(N^2 \log N)$ operations. The result of the two methods is the same. However, the computational time of the Butterfly algorithm is less than that of the conventional one by several orders. The performance of this algorithm has also been tested on an iterative sparsifying algorithm to obtain a high-resolution velocity panel. Furthermore, the performance of the proposed method has been tested using other high resolution velocity analysis methods. As it is illustrated in synthetic and real data examples, velocity analysis can be carried out with high accuracy using the proposed method.