

## مدل‌سازی مستقیم پاسخ فرکانسی مؤلفه قائم مغناطیسی میدان الکترومغناطیس حاصل از چشم‌دهی موقطبی مغناطیسی افقی از زمین لایه‌ای

مجید جمیع<sup>۱\*</sup> و سعید میرزا‌ای<sup>۲</sup>

- ۱- دانشجوی دکتری زئوفیزیک، پژوهشکده علوم پایه کاربردی جهاد دانشگاهی، دانشگاه شهید بهشتی  
۲- دانشیار، پژوهشکده علوم پایه کاربردی جهاد دانشگاهی، دانشگاه شهید بهشتی

دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۸/۲۹؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۱۰/۲۴

\* نویسنده مسئول مکاتبات: majidjamie@gmail.com

### چکیده

### واژگان کلیدی

مدل‌سازی مستقیم الکترومغناطیس (EM) با استفاده از چشم‌دهی‌های اولیه متفاوت یکی از راه‌های درک پیچیدگی توزیع امواج EM در زمین و نیز صحت‌سنجی تفسیرهای زمین‌شناسی مرتبط با مدل‌های به دست آمده از معکوس‌سازی داده‌های صحرایی EM است. در این مقاله، از یک برنامه کامپیوتری از پیش نوشته شده در محیط برنامه‌نویسی فرتون ۷۷ به منظور مدل‌سازی مستقیم پاسخ فرکانسی میدان EM حاصل از چشم‌دهی موقطبی مغناطیسی افقی استفاده شده است؛ به این صورت که با در نظر گرفتن مدل‌های متفاوتی از زمین لایه‌ای غیر مغناطیسی همسانگرد دو و سه لایه و تغییر مقادیر مقاومت ویژه و ضخامت لایه‌ها، مؤلفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM، تغییرات فاز و نیز نسبت شدت میدان مغناطیس قائم ثانویه به اولیه ( $\text{Hz}/\text{Hz}_0$ ) در فرکانس‌های مختلف، با در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی و نیز نادیده گرفتن جریان‌های جابجایی برای هر کدام از این مدل‌ها محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده است.

الکترومغناطیس  
پاسخ فرکانسی  
چشم‌دهی موقطبی مغناطیسی افقی  
زمین لایه‌ای  
مدل‌سازی مستقیم

## ۱- مقدمه

برای "Singh & Mogi (2010)" یک برنامه کامپیوترا نوشته شده در محیط برنامه‌نویسی فرتون ۷۷ است که قادر به محاسبه پاسخ فرکانسی میدان EM برای مرسوم‌ترین چشم‌های دوقطبی و موقعیت‌های مکانی متفاوت چشم دوقطبی و گیرنده (در هوای و یا بر روی زمین) با در نظر گرفتن و یا بدون در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی<sup>۱</sup> است. در این مقاله، از برنامه کامپیوترا ارائه شده توسط "Singh & Mogi (2010)" به منظور مدل‌سازی مستقیم پاسخ فرکانسی میدان EM حاصل از چشم دوقطبی مغناطیسی افقی از زمین لایه‌ای استفاده شده است؛ به این صورت که با در نظر گرفتن مدل‌های متفاوتی از زمین لایه‌ای غیر مغناطیسی همسان‌گرد دو و سه لایه و تغییر مقادیر مقاومت ویژه و ضخامت لایه‌ها، مؤلفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ Hz میدان EM، تغییرات فاز و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه (Hz/Hz<sub>0</sub>) در فرکانس‌های مختلف، با در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی و نیز نادیده گرفتن جریان‌های جابجایی برای هر کدام از این مدل‌ها محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده است.

## ۲- دوقطبی مغناطیسی افقی

برای فرمول‌بندی پاسخ میدان EM حاصل از چشم دوقطبی مغناطیسی افقی از زمین لایه‌ای در نقطه سنجش، سیستم کارتزین (x, y, z) با جهت‌گیری محور Z در راستای عمود به سمت پایین به عنوان سیستم مختصات در نظر گرفته شده است. فاکتور زمانی هارمونیک  $e^{i\omega t}$  در نظر گرفته شده و از سیستم SI برای واحد کلیه کمیت‌ها استفاده شده است. تراوایی مغناطیسی برای ساختارهای زمین‌شناسی برابر با مقدار آن در فضای آزاد در نظر گرفته می‌شود  $\mu_0 = \mu_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) و سیستم مختصات مورد نظر در شکل ۱ نشان داده شده است.

یک لوب افقی کوچک با جهت‌گیری محور دوقطبی در راستای x و حامل جریان متناوب I و دارای گشتاور دوقطبی m واقع در ارتفاع z = -h بالای سطح زمین لایه‌ای در صورتی که فاصله آن تا گیرنده بیش از پنج برابر اندازه شعاعش باشد، می‌توان به عنوان چشم دوقطبی مغناطیسی افقی در نظر گرفت؛ میدان EM حاصل از این چشم دوقطبی مغناطیسی افقی در راستای TE و TM است. ترکیب میدان اولیه و ثانویه مابین چشم دوقطبی مغناطیسی افقی و زمین برای مدهای TE و TM را می‌توان به ترتیب با روابط (۱) و (۲) نشان داد (Ward & Hohmann, 1988).

$$\tilde{A} = A_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TM} e^{u_0 z}) \quad (1)$$

$$\tilde{F} = F_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}) \quad (2)$$

در روابط بالا،  $\tilde{A}$  و  $\tilde{F}$  پتانسیلهای برداری در فضای فوریه؛  $A_p$

<sup>7</sup> Displacement currents

اساس روش‌های الکترومغناطیس (EM) پاسخ ساختارهای زیر سطح زمین نسبت به انتشار میدان‌های EM است. در روابط فیزیک آمده است که نوسانات میدان EM فرستاده شده به داخل زمین باعث به وجود آمدن جریان‌های الکتریکی در زمین شده و این جریان‌ها نیز سبب تولید میدان EM ثانویه می‌شوند؛ اگر زمین همگن و از نظر الکتریکی غیرهادی باشد، اختلاف چندانی بین میدان EM ارسال شده به زمین و میدان EM ثانویه وجود نخواهد داشت؛ اما اگر زمین غیر همگن باشد، انرژی موج EM در حين گذار به عمق زمین دچار کاهش خواهد شد. با تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های میدان EM ثانویه دریافت شده توسط گیرنده اطلاعاتی در ارتباط با مدل زیرسطحی زمین مورد مطالعه به دست خواهد آمد (جمعیع و همکاران، ۱۳۹۳).

روش‌های اکتشافی EM مختلف از چشم‌های اولیه متفاوت با منشأ طبیعی و یا ساخته دست بشر به عنوان منبع تولید میدان EM اولیه استفاده می‌کنند. چشم‌های EM بسته به این که جریان گذرا<sup>۱</sup> یا موج پیوسته تولید کنند در دو حوزه زمان و فرکانس طبقه‌بندی می‌شوند. چشم‌های متفاوت EM شامل لوب<sup>۲</sup> یا چشم‌های خطی در ابعاد متفاوت می‌باشند. عملده‌ترین چشم‌های مورد استفاده در داده‌برداری EM بر اساس شکل و هندسه: ۱- دوقطبی مغناطیسی قائم<sup>۳</sup>، ۲- دوقطبی مغناطیسی افقی<sup>۴</sup>، ۳- دوقطبی الکتریکی افقی<sup>۵</sup> و ۴- دوقطبی الکتریکی قائم<sup>۶</sup> می‌باشند. چشم‌های دوقطبی خطی و غیرخطی متفاوت در کارهای "جمعیع و همکاران" (۱۳۹۳)، "Sinha, 1968 and 1969"، "Frischknecht, 1967"، "Fuller and "، "Mallick, 1971"，"Morrison et al., 1969" "Patra & Mallick, "، "Koefoed et al., 1972"，"Wait, 1972 Kaufman & "، "Kaufman & Keller, 1983" و "، "1980 Eaton, 2001" معرفی شده‌اند.

محاسبه تئوریک پاسخ امواج EM حاصل از چشم‌های اولیه متفاوت از زمین، یکی از راه‌های درک پیچیدگی توزیع امواج EM در زمین و نیز صحبت‌سنگی تفسیرهای زمین‌شناسی مرتبط با مدل‌های به دست آمده از معکوس‌سازی داده‌های صحرایی EM است. هم‌اکنون الگوریتم‌های متفاوتی برای مدل‌سازی پاسخ فرکانسی میدان EM حاصل از چشم‌های دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی متفاوت با هندسه و موقعیت‌های مکانی گوناگون چشم دوقطبی و گیرنده در Singh & Mogi, Gupta et al., 2006

<sup>1</sup> Transient Current

<sup>2</sup> Loop

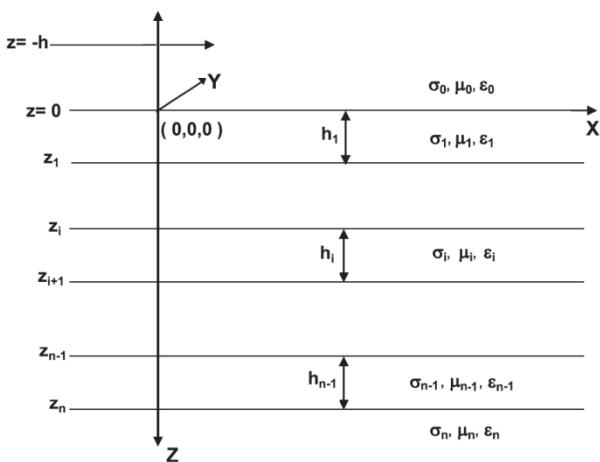
<sup>3</sup> Vertical Magnetic Dipole

<sup>4</sup> Horizontal Magnetic Dipole

<sup>5</sup> Horizontal Electric Dipole

<sup>6</sup> Vertical Electric Dipole

در روابط بالا  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  و  $J_0(r) = \frac{1}{2} \text{Bessel function}$ <sup>۱۰</sup> نوع اول مرتبه صفر است. از آنجایی که در سنجش‌های ژئوفیزیکی با چشم موقطبی مغناطیسی افقی مؤلفه‌های مغناطیسی موج الکترومغناطیس حائز اهمیت می‌باشند، در اینجا با استفاده از جدول ۱ صرفاً روابط مربوط به مؤلفه‌های  $H_x$ ,  $H_y$  و  $H_z$  پاسخ فرکانسی میدان EM از زمین لایه‌ای در فاصله  $r$  از چشم موج آورده شده‌اند (Ward & Hohmann, 1988).



شکل ۱: هندسه زمین لایه‌ای، موقعیت چشم موج و سیستم مختصات مورد استفاده (Ward & Hohmann, 1988).

جدول ۱: مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیس برای مدهای TE و TM.

TE مدها	TM مدها	کمیت
0	$\frac{1}{\hat{y}} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2}$	$E_x$
$-\frac{\partial F_x}{\partial z}$	$\frac{1}{\hat{y}} \frac{\partial^2 A_x}{\partial y \partial x}$	$E_y$
$\frac{\partial F_x}{\partial y}$	$\frac{1}{\hat{y}} \frac{\partial^2 A_x}{\partial z \partial x}$	$E_z$
$\frac{1}{\hat{z}} \frac{\partial^2 F_x}{\partial x^2}$	0	$H_x$
$\frac{1}{\hat{z}} \frac{\partial^2 F_x}{\partial y \partial x}$	$\frac{\partial A_x}{\partial z}$	$H_y$
$\frac{1}{\hat{z}} \frac{\partial^2 F_x}{\partial z \partial x}$	$-\frac{\partial A_x}{\partial y}$	$H_z$

<sup>۱۰</sup> Bessel function

ضریب مد  $F_p$  و ضریب مد TE ضریب تبدیل فوریه معکوس از روابط (۱) و (۲) می‌توان آنها را مطابق روابط (۳) و (۴) به صورت توابعی از  $x$  و  $y$  نشان داد.

در روابط (۳) و (۴)،  $r_{TM}$  و  $r_{TE}$  ضرایب انعکاس موج EM برای مدهای TE و TM می‌باشند.  $u_n = (k_x^2 + k_y^2 - k_n^2)^{1/2}$  و  $k_n^2 = \omega^2 \mu_n \epsilon_n - i \omega \mu_n \sigma_n$  می‌باشند که با روابط  $r_{TM} \approx \frac{\lambda - \hat{u}_1}{\lambda + \hat{u}_1}$  و  $r_{TE} \approx 1$  تعریف می‌شوند. برای زمین لایه‌ای از رابطه (۵) با استفاده از محاسبات عددی و در طی یک فرایند تکراری<sup>۸</sup> با شروع از عمیق ترین لایه محاسبه می‌شود.

تبدیل فوریه دو بعدی برای جواب پتانسیل برداری یک چشم موقطبی مغناطیسی افقی خاص با جهتگیری محور در راستای  $x$  واقع در ارتفاع  $z = -h$  بالای سطح زمین و با گشتاور  $m$  را می‌توان با رابطه (۶) نشان داد (Ward & Hohmann, 1988).

$u_x$  بردار یکه در راستای محور  $x$  است. در صورت وجود چشم موقطبی مغناطیسی یا چشم موقطبی الکتریکی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به ترتیب از روابط (۷) و (۸) محاسبه می‌شوند (Ward & Hohmann, 1988). در این روابط اندیس‌های  $e$  و  $m$  به ترتیب بیانگر وجود چشم موقطبی مغناطیسی یا چشم موقطبی الکتریکی می‌باشند.

در صورتی که بردارهای  $A$  و  $F$  صرفاً دارای یک مؤلفه در راستای  $x$  باشند، می‌توان آنها را به صورت رابطه (۹) نوشت. در رابطه (۹)،  $u_x$  بردار یکه در راستای محور  $x$  است و  $A_x$  و  $F_x$  توابعی برداری<sup>۹</sup> می‌باشند. با جایگذاری رابطه (۹) در روابط (۷) و (۸)، مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی موج EM برای مدهای TE و TM مطابق روابط جدول ۱ به دست خواهند آمد.

چشم موقطبی مغناطیسی افقی دارای یک میدان الکتریکی قائم و نیز یک میدان مغناطیسی قائم است؛ که با جایگذاری رابطه (۶) در فرمول محاسبه مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی قائم موج EM برای مد TE از جدول ۱، به ترتیب مطابق روابط (۱۰) و (۱۱) می‌شوند (Hohmann & Ward, 1988).

از روابط (۱۰) و (۱۱) ضرایب  $A_p$  و  $F_p$  موجود در روابط (۱) و (۲) به ترتیب مطابق روابط (۱۲) و (۱۳) محاسبه می‌شوند. با جایگذاری روابط (۱۲) و (۱۳) به ترتیب در روابط (۳) و (۴)، پتانسیل مابین چشم موقطبی مغناطیسی افقی و زمین برای مدهای TM و TE به صورت روابط (۱۴) و (۱۵) نوشته خواهند شد. با استفاده از رابطه "Banoe" (1966)، می‌توان تبدیل‌های فوریه مضاعف در روابط (۱۴) و (۱۵) را به صورت تبدیلات هنکل روابط (۱۷) و (۱۸) نوشت.

<sup>8</sup> Iterative process

<sup>9</sup> Scalar function

جمعی و میرزایی، مدل سازی مستقیم پاسخ فرکانسی مؤلفه قائم مغناطیسی میدان الکترومغناطیس حاصل از چشم دوقطبی مغناطیسی افقی از زمین لایه‌ای، صفحات ۲۱-۳۱.

$$A = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TM} e^{u_0 z}) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (3)$$

$$F = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_p e^{-u_0 h} (e^{-u_0 z} + r_{TE} e^{u_0 z}) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (4)$$

$$\hat{u}_n = u_n \frac{u_{n+1} + u_n \tanh(u_n h_n)}{u_n + u_{n+1} \tanh(u_n h_n)} \quad \text{and} \quad \hat{u}_N = u_N \quad (5)$$

$$\tilde{F} = \frac{\hat{z}_0 m}{2u_0} e^{-u_0(z+h)} u_x \quad (6)$$

$$\begin{cases} E_m = -\nabla \times F \\ H_m = -\hat{y}F + \frac{1}{\hat{z}} \nabla(\nabla \cdot F) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} E_e = -\hat{z}A + \frac{1}{\hat{y}} \nabla(\nabla \cdot A) \\ H_e = \nabla \times A \end{cases} \quad (8)$$

$$A = A_x u_x \text{ and } F = F_x u_x \quad (9)$$

$$\tilde{E}_z^p = \frac{\partial \hat{F}_x}{\partial y} = ik_y \frac{\hat{z}_0 m}{2u_0} e^{-u_0(z+h)} \quad (10)$$

$$\tilde{H}_z^p = \frac{1}{\hat{z}_0} \frac{\partial^2 \hat{F}_x}{\partial z \partial x} = -ik_x \frac{m}{2} e^{-u_0(z+h)} \quad (11)$$

$$A_p = -\frac{k_0^2 m}{2u_0} \frac{ik_y}{k_x^2 + k_y^2} \quad (12)$$

$$F_p = -\frac{\tilde{z}_0 m}{2} \frac{ik_x}{k_x^2 + k_y^2} \quad (13)$$

$$A(x, y, z) = -\frac{k_0^2 m}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [e^{-u_0(z+h)} + r_{TM} e^{u_0(z-h)}] \frac{ik_y}{u_0(k_x^2 + k_y^2)} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (14)$$

$$F(x, y, z) = -\frac{\tilde{z}_0 m}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [e^{-u_0(z+h)} + r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \frac{ik_x}{k_x^2 + k_y^2} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (15)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_x^2 + k_y^2) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 2\pi \int_0^{\infty} F(\lambda) \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \quad (16)$$

$$A(r, z) = -\frac{k_0^2 m}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^{\infty} [e^{-u_0(z+h)} + r_{TM} e^{u_0(z-h)}] \frac{1}{\lambda u_0} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (17)$$

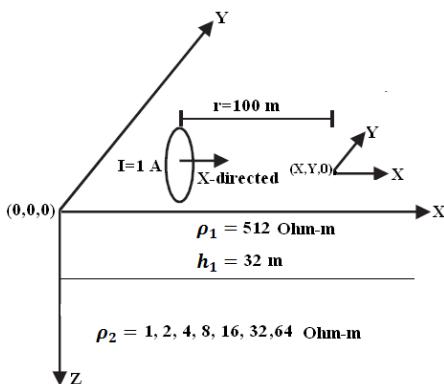
$$F(r, z) = -\frac{\hat{z}_0 m}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} [e^{-u_0(z+h)} + r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \frac{1}{\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (18)$$

$$H_x = \frac{m}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^{\infty} [e^{-\lambda(z+h)} - r_{TE} e^{\lambda(z-h)}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (19)$$

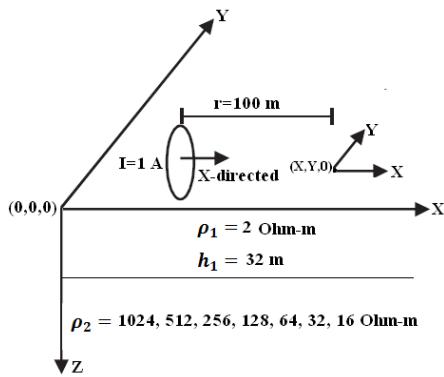
$$H_y = \frac{m}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \int_0^{\infty} [e^{-\lambda(z+h)} - r_{TE} e^{\lambda(z-h)}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (20)$$

$$H_z = \frac{m}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} [e^{-\lambda(z+h)} + r_{TE} e^{\lambda(z-h)}] \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \quad (21)$$

نظر گرفته شده است. برای مدل اول و دوم مؤلفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، تغییرات فاز بر حسب درجه و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه (Hz/Hz0) نرمال شده با و بدون در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی، در فرکانس‌های مختلف محاسبه و به ترتیب در اشکال ۴ و ۵ نمایش داده شده‌اند.



شکل ۲: مدل زمین دولایه شامل لایه‌ای مقاوم با مقاومت ویژه ۵۱۲ اهمتر و ضخامت ۳۲ متر، واقع بر یک نیم فضا با مقاومت ویژه‌های مختلف با روند افزایشی ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴ و ۱۲۸ اهمتر.



شکل ۳: مدل زمین دولایه شامل لایه‌ای کم مقاوم با مقاومت ویژه ۲ اهمتر و ضخامت ۳۲ متر، واقع بر یک نیم فضا با مقاومت ویژه‌های مختلف با روند کاهشی ۱۰۲۴، ۵۱۲، ۲۵۶، ۱۲۸، ۶۴، ۳۲ و ۱۶ اهمتر.

همان‌طور که در شکل ۴ ملاحظه می‌شود، با در نظر گرفتن دولایه با مقاومت الکتریکی بیشتر از نیم فضا در مدل شکل ۲، حساسیت مؤلفه‌های حقیقی و موهومی و تغییرات فاز پاسخ فرکانسی مؤلفه قائم مغناطیسی موج EM و نیز بیشینه نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه نرمال شده نسبت به افزایش مقاومت الکتریکی نیم فضا در حالتی که جریان‌های جابجایی در محاسبات لحاظ نشده است (۴.الف، ۴.ب، ۴.پ، ۴.ت) و نیز در حالتی که جریان‌های جابجایی در محاسبات لحاظ شده است (۴.ث، ۴.ج، ۴.چ، ۴.ح) در فرکانس‌های بزرگ‌تر مشاهده می‌شود و برای مقاومت ۶۴

در روابط بالا محاسبات با در نظر گرفتن شرایط شبه استاتیک<sup>۱۱</sup> ( $k_0^2 \approx 0$ ) و صرف نظر کردن از مدل TM انجام شده است؛ لذا در این روابط  $\lambda$  جایگزین  $u_0$  شده است. در الگوریتم "Singh & Mogi (2010)" محاسبه پاسخ فرکانسی مؤلفه‌های مغناطیسی میدان EM حاصل از چشمۀ دوقطبی مغناطیسی افقی با در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی (۵۰ KHz  $\leq f \leq 1000$  KHz) یا بدون در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی ( $f < 50$  KHz) با استفاده از فیلترهای دیجیتال "(Guptasarma & Singh, 1997)" و تبدیلات هنکل انجام می‌شود.

### ۳- مدل‌سازی مستقیم پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیسی از زمین لایه‌ای

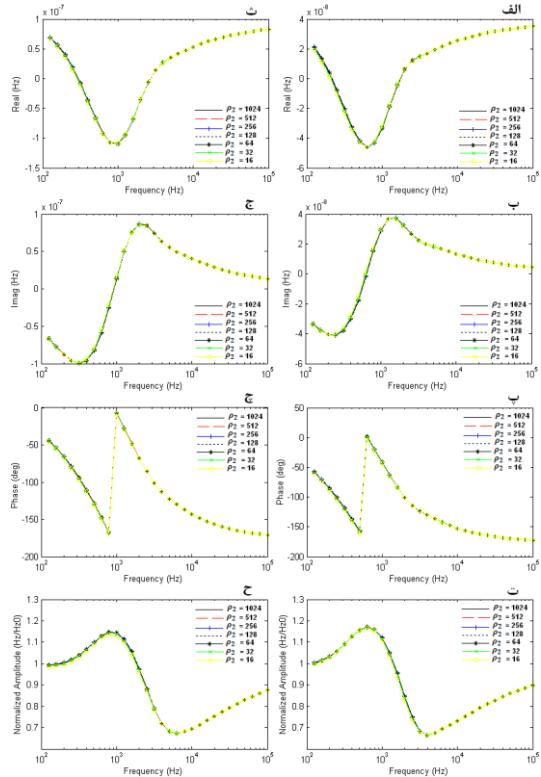
به منظور مدل‌سازی مستقیم پاسخ فرکانسی میدان EM حاصل از چشمۀ دوقطبی مغناطیسی افقی از زمین لایه‌ای، با در نظر گرفتن مدل زمین دو و سه لایه با مقادیر مقاومت ویژه و ضخامت‌های مختلف، مؤلفه‌های حقیقی و موهومی مؤلفه قائم مغناطیسی میدان EM ثانویه، تغییرات فاز و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه (Hz/Hz0) در فرکانس‌های مختلف برای هر کدام از مدل‌ها محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. چشمۀ یک لوپ حامل جریان متناوب ۱A و ممان دوقطبی  $1A \cdot m^2$  واقع در امتداد محور y با جهت‌گیری محور دوقطبی در راستای x با فاصله افقی ۱۰۰ متر از گیرنده واقع در صفحه x-y فرض می‌شود. ارتفاع چشمۀ و گیرنده از سطح زمین z=0 است. بیشینه و کمینه فرکانس‌های مورداستفاده در محاسبات به ترتیب ۱۰۰ KHz و ۵۰ KHz می‌باشند. با فرض تأثیر جریان‌های جابجایی در فرکانس‌های بزرگ‌تر از ۱۰۰ KHz و ۵۰ KHz محاسبات "(Fraser et al., 1992)"، محاسبه مؤلفه قائم مغناطیسی میدان EM با در نظر گرفتن و بدون در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی انجام شده است.

### ۳-۱- مدل‌هایی از زمین دولایه

به منظور بررسی پاسخ فرکانسی مؤلفه قائم مغناطیسی میدان EM حاصل از چشمۀ دوقطبی مغناطیسی افقی از زمین دو لایه و مشابه مدل‌های با در نظر گرفتن دو مدل مختلف از زمین دو لایه و مشابه مدل‌های استفاده شده توسط جمیع و همکاران (۱۳۹۳) انجام شده است. مدل اول (شکل ۲) شامل لایه‌ای مقاوم با مقاومت ویژه ۵۱۲ اهمتر و ضخامت ۳۲ متر، واقع بر یک نیم فضا با مقاومت ویژه‌های مختلف با روند افزایشی ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲ و ۶۴ اهمتر است. مدل دوم (شکل ۳) شامل لایه‌ای کم مقاومت با مقاومت ویژه ۲ اهمتر و ضخامت ۳۲ متر، واقع بر یک نیم فضا با مقاومت ویژه‌های مختلف با روند کاهشی ۱۰۲۴، ۵۱۲، ۲۵۶، ۱۲۸، ۶۴، ۳۲ و ۱۶ اهمتر در

<sup>۱۱</sup> Quasi-Static

جمعی و میرزایی، مدل سازی مستقیم پاسخ فرکانسی مؤلفه قائم مغناطیسی میدان الکترومغناطیسی حاصل از چشم دوقطبی مغناطیسی افقی از زمین لایه‌ای، صفحات ۲۱-۳۱.

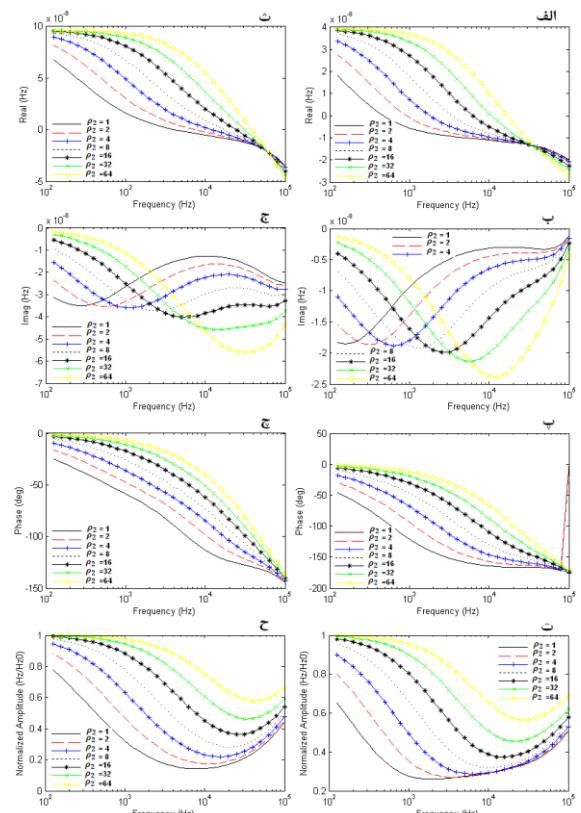


شکل ۵: مؤلفه حقیقی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، مؤلفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، تغییرات فاز پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب درجه و نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه ( $\frac{H_z}{H_{z_0}}$ ) نرمال شده برای مدل شکل ۳ بدون در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی (الف، ب، پ، ت) و با در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی (ث، ج، چ، ح).

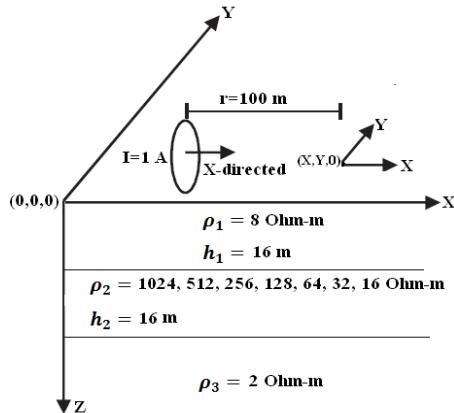
### ۳-۲-۳- مدل‌هایی از زمین سه لایه

به منظور بررسی پاسخ فرکانسی مؤلفه قائم مغناطیسی میدان EM حاصل از چشم دوقطبی مغناطیسی افقی از زمین سه لایه، محاسبات با در نظر گرفتن سه مدل متفاوت از زمین سه لایه و مشابه مدل‌های استفاده شده توسط جمیع و همکاران (۱۳۹۳) انجام شده است. مدل اول (شکل ۶) شامل لایه‌ای با مقاومت ویژه‌های متفاوت با روند افزایشی ۰.۵، ۱، ۰.۵، ۲، ۴، ۸ و ۱۶ اهمتر و ضخامت‌های متناظر با مقادیر مقاومت ویژه ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴ و ۱۲۸ متر می‌شود؛ که مابین رولایه با مقاومت ویژه ۱۲۸ اهمتر و ضخامت ۱۶ متر و یک نیم فضا با مقاومت ویژه ۵۱۲ اهمتر واقع شده است. مدل دوم (شکل ۷) شامل لایه‌ای با مقاومت ویژه‌های متفاوت با روند کاهشی ۱۰۲۴، ۵۱۲، ۲۵۶، ۱۲۸، ۶۴، ۳۲، ۱۶، ۸، ۴، ۲، ۱ و ۰.۵ اهمتر و ضخامت‌های متناظر با مقادیر مقاومت ویژه ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴ و ۱۲۸ متر می‌شود که مابین رولایه با مقاومت ویژه ۸ اهمتر و ضخامت ۱۶ متر و یک نیم فضا با مقاومت ویژه ۲ اهمتر واقع شده است. مدل سوم (شکل ۸) شامل لایه‌ای با مقاومت ویژه‌های متفاوت با روند

اهمتر حساسیت این منحنی‌ها به لایه دوم تقریباً قابل تشخیص نمی‌باشد؛ از طرفی تفاوت عمدۀ منحنی‌های شکل ۴ با یکدیگر در دو حالت لحاظ کردن و لحاظ نکردن جریان‌های جابجایی، سطح انرژی مؤلفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM ثانویه است. در شکل ۵ مشاهده می‌شود با در نظر گرفتن رولایه با مقاومت الکتریکی بسیار کمتر از مقاومت الکتریکی نیم فضا در مدل شکل ۲، حساسیت منحنی‌های مربوط به مؤلفه‌های حقیقی و موهومی، تغییرات فاز و نیز بیشینه نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه نرمال شده موج EM نسبت به کاهش مقاومت الکتریکی لایه دوم در حالی که جریان‌های جابجایی در محاسبات لحاظ نشده است (۵.الف، ۵.ب، ۵.پ، ۵.ت) با منحنی‌های متناظرشان در حالی که جریان‌های جابجایی در محاسبات لحاظ شده است (۵.ث، ۵.ج، ۵.پ، ۵.ت) تقریباً یکسان بوده و تفاوت عمدۀ آن‌ها با یکدیگر در سطح انرژی مؤلفه‌های حقیقی و موهومی و نیز تغییرات فاز پاسخ  $H_z$  میدان EM ثانویه است.



شکل ۴: مؤلفه حقیقی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، مؤلفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، تغییرات فاز پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب درجه و نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه ( $\frac{H_z}{H_{z_0}}$ ) نرمال شده برای مدل شکل ۲ بدون در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی (الف، ب، پ، ت) و با در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی (ث، چ، چ، ح).

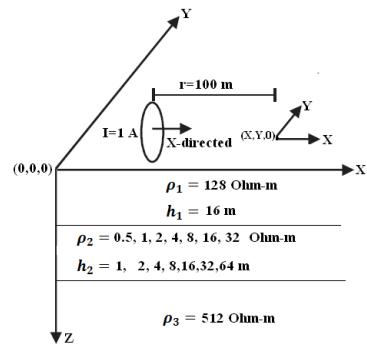


شکل ۸: مدل زمین سه لایه شامل لایه‌ای با مقاومت ویژه‌های متفاوت با روند کاهشی  $1024, 512, 256, 128, 64, 32, 16$  اهمتر و ضخامت ثابت ۱۶ متر که مابین رولایه با مقاومت ویژه ۸ اهمتر و ضخامت ۱۶ متر و یک نیم فضا با مقاومت ویژه ۲ اهمتر واقع شده است.

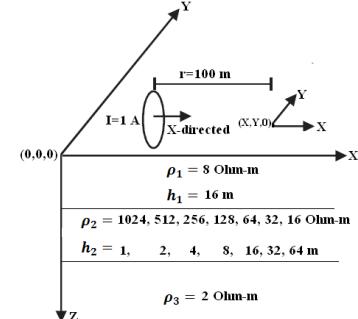
در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود که با کاهش مقاومت الکتریکی و افزایش همزمان ضخامت لایه دوم در مدل شکل ۷ حساسیت مؤلفه‌های حقیقی و موهومی و تغییرات فاز پاسخ فرکانسی مؤلفه  $H_z$  EM و نیز بیشینه نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه نرمال شده در تشخیص لایه دوم افزایش می‌یابد. در شکل ۱۱ نتایج حاصل از محاسبه مؤلفه‌های حقیقی و موهومی و تغییرات فاز پاسخ فرکانسی مؤلفه قائم مغناطیسی موچ EM و نیز بیشینه نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه نرمال شده برای مدل شکل ۸ (که تنها تفاوت آن با مدل شکل ۷ ثابت بودن ضخامت لایه دوم است) نشان داده شده است؛ همان‌طور که در شکل ۱۱ ملاحظه می‌شود، با کاهش مقاومت الکتریکی لایه دوم و ثابت نگهداشتن ضخامت این لایه مؤلفه‌های مختلف پاسخ فرکانسی میدان مغناطیسی موچ EM ثانویه در دو حالت لحاظ کردن و لحاظ نکردن جریان‌های جابجایی در محاسبات تقریباً بدون تغییر می‌مانند. در شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ عده تفاوت قابل مشاهده در منحنی‌های مؤلفه‌های مختلف مربوط به هر مدل در دو حالت لحاظ کردن و لحاظ نکردن جریان‌های جابجایی در محاسبات، سطح ارزی مؤلفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM ثانویه است.

کاهشی  $1024, 512, 256, 128, 64, 32, 16$  اهمتر و ضخامت ثابت ۱۶ متر می‌شود که مابین رولایه با مقاومت ویژه ۸ اهمتر و ضخامت ۱۶ متر و یک نیم فضا با مقاومت ویژه ۲ اهمتر واقع شده است. برای مدل اول، دوم و سوم مؤلفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM ثانویه برحسب آمپر بر متر، تغییرات فاز برحسب درجه و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه (Hz/Hz $0$ ) نرمال شده با و بدون در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی، در فرکانس‌های متفاوت محاسبه و به ترتیب در اشکال ۹، ۱۰ و ۱۱ نمایش داده شده‌اند.

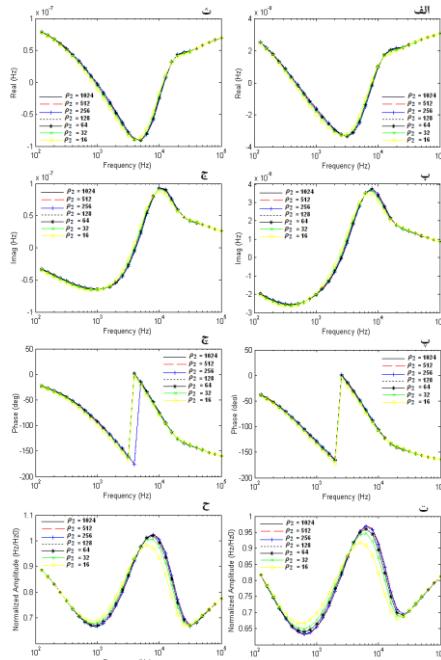
در شکل ۹ مشاهده می‌شود که در مدل زمین سه لایه شکل ۶ با افزایش همزمان مقاومت الکتریکی و ضخامت لایه دوم از حساسیت مؤلفه‌های حقیقی و موهومی، تغییرات فاز و نیز بیشینه نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه نرمال شده در تشخیص لایه دوم کاسته می‌شود؛ از طرفی برای مقادیر مقاومت الکتریکی ۱۶ اهمتر و بزرگ‌تر حساسیت منحنی‌ها به لایه دوم قابل تشخیص نمی‌باشد.



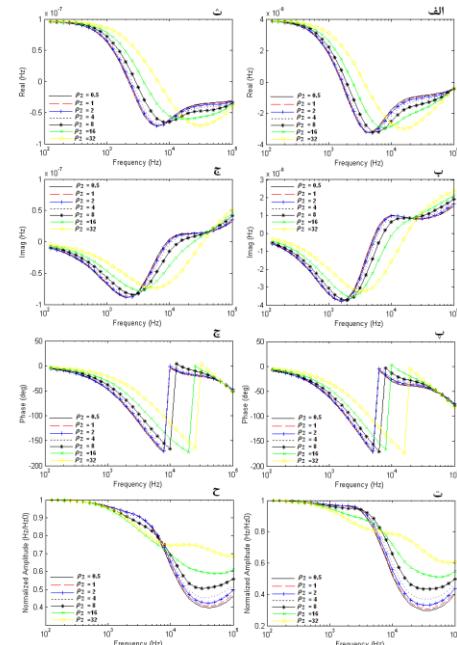
شکل ۶: مدل زمین سه لایه شامل لایه‌ای با مقاومت ویژه‌های متفاوت با روند افزایشی  $0.5, 1, 2, 4, 8, 16$  اهمتر و ضخامت‌های متناظر با مقادیر مقاومت ویژه  $1, 2, 4, 8, 16, 32, 64$  متر که مابین رولایه با مقاومت ویژه ۱۲۸ اهمتر و ضخامت ۱۶ متر و یک نیم فضا با مقاومت ویژه ۵۱۲ اهمتر واقع شده است.



شکل ۷: مدل زمین سه لایه شامل لایه‌ای با مقاومت ویژه‌ای متفاوت با روند کاهشی  $1024, 512, 256, 128, 64, 32, 16$  اهمتر و ضخامت‌های متناظر با مقادیر مقاومت ویژه  $1, 2, 4, 8, 16, 32, 64$  متر که مابین رولایه با مقاومت ویژه ۸ اهمتر و ضخامت ۱۶ متر و یک نیم فضا با مقاومت ویژه ۲ اهمتر واقع شده است.



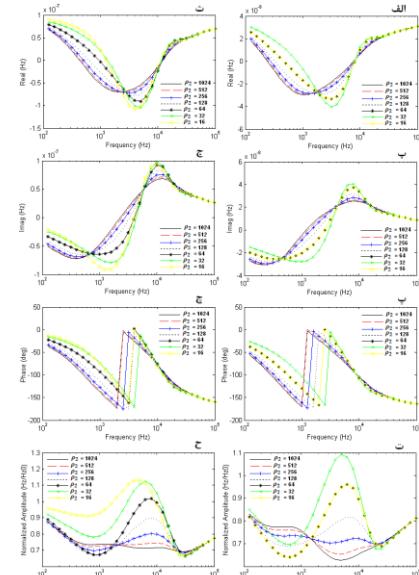
شکل ۱۱: مؤلفه حقیقی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، مؤلفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، تغییرات فاز پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب درجه و نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه ( $\frac{H_z}{H_{z_0}}$ ) نرمال شده برای مدل شکل ۸ بدون در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی (الف، ب، پ، ت) و با در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی (ث، ج، چ، ح).



شکل ۹: مؤلفه حقیقی پاسخ میدان  $H_z$  بر حسب آمپر بر متر، مؤلفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، تغییرات فاز پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب درجه و نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه ( $\frac{H_z}{H_{z_0}}$ ) نرمال شده برای مدل شکل ۶ بدون در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی (الف، ب، پ، ت) و با در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی (ث، ج، چ، ح).

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله به منظور مدل سازی مستقیم پاسخ فرکانسی مؤلفه قائم مغناطیسی میدان EM حاصل از چشمۀ دوقطبی مغناطیسی افقی از زمین لایه‌ای با در نظر گرفتن مدل‌های متفاوتی از زمین دو و سه لایه با مقادیر مقاومت ویژه و ضخامت‌های مختلف، مؤلفه‌های حقیقی و موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM، تغییرات فاز و نیز نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه ( $\frac{H_z}{H_{z_0}}$ ) نرمال شده با و بدون در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی در فرکانس‌های متفاوت محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. از طرفی در این مقاله حساسیت پاسخ فرکانسی مؤلفه‌های مختلف میدان  $H_z$  ثانویه به تغییر در خصیصه‌های فیزیکی (ضخامت و مقاومت الکتریکی) زمین در قالب مدل‌های مختلف نشان داده شده و در مورد هر یک از آن‌ها بحث شده است. در این مقاله همچنین سعی شده است پاسخ فرکانسی مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی میدان EM حاصل از چشمۀ دوقطبی مغناطیسی افقی از زمین لایه‌ای به صورت مبسوط فرمول‌بندی شود تا خواننده جهت فهم روابط و فرمول‌ها نیازی به مطالعه مقالات و کتاب‌های مرجع متفاوت در این زمینه نداشته باشد. مدل‌های ارائه شده در این مقاله می‌توانند جهت درک پیچیدگی توزیع امواج EM در زمین به منظور حل مسئله مدل سازی معکوس داده‌های EM و نیز



شکل ۱۰: مؤلفه حقیقی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، مؤلفه موهومی پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب آمپر بر متر، تغییرات فاز پاسخ  $H_z$  میدان EM بر حسب درجه و نسبت شدت میدان مغناطیسی قائم ثانویه به اولیه ( $\frac{H_z}{H_{z_0}}$ ) نرمال شده برای مدل شکل ۷ بدون در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی (الف، ب، پ، ت) و با در نظر گرفتن جریان‌های جابجایی (ث، ج، چ، ح).

filters for Hankel J<sub>0</sub> and J<sub>1</sub> transforms, Geophysical Prospecting, 45, 745-762.

Kaufman, A.A. and Eaton, P.A., 2001, The Theory of Inductive Prospecting, Elsevier Science Publishing Company, Amsterdam.

Kaufman, A.A. and Keller, G.V., 1983, Frequency And Transient Soundings, Elsevier Science Publishing Company, Amsterdam.

Koefoed, O., Ghosh, D.P. and Palman, G.J., 1972, Computation of type curves for electromagnetic depth sounding with a horizontal transmitting coil by means of a digital linear filter, Geophysical Prospecting, 20, 406-420.

Mallick, K., 1971, Electromagnetic response of a layered transitional earth infinite cable, Pure and Applied Geophysics, 83, 102-110.

Morrison, H.F., Phillips, R.J. and O'Brien, D.P., 1969, Quantitative interpretation of transient electromagnetic fields over a layered half-space, Geophysical Prospecting, 21, 1-20.

Patra, H.P. and Mallick, K., 1980, Geo-Sounding Principles-2, Elsevier Science Publication Company, Amsterdam.

Singh, N.P. and Mogi, T., 2010, EMDPLER: A F77 program for modeling the EM response of dipolar sources over the non-magnetic layer earth models, Computers and Geosciences, 36, 430-440.

Sinha, A.K., 1968, Electromagnetic field of an oscillating magnetic dipole over an anisotropic earth, Geophysics, 33, 346-353.

Sinha, A.K., 1969, Vertical electric dipole over an inhomogeneous and anisotropic earth, Pure and Applied Geophysics, 72, 123-147.

Sinha, A.K. and Bhattacharyya, P.K., 1967, Electric dipole over an anisotropic and inhomogeneous earth, Geophysics, 32, 652-667.

Ward, S.H. and Hohmann, G.W., 1988, Electromagnetic Theory for Geophysical Applications, In: Nabighian, M.N., Electromagnetic Methods in Applied Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, 131-311.

صحت‌سنجی تفسیرهای زمین‌شناسی مرتبط با مدل‌های به دست آمده از معکوس‌سازی داده‌های صحرایی EM توسط محققین علوم زمین به کار روند.

## ۵- منابع

جمیع، م.، میرزایی، س. و یاسمی خیابانی، س.، ۱۳۹۳، مدل‌سازی مستقیم پاسخ فرکانسی میدان الکترومغناطیس حاصل از چشم‌دوقطبی مغناطیسی قائم از زمین لایه‌ای، مجله زمین‌شناسی ایران، ۲۹، ۱۲۱-۱۳۱.

Anderson, W.L., 1979, Numerical integration of related Hankel transforms of order 0 and 1 by adaptive digital filtering, Geophysics, 44, 1287-1305.

Anderson, W.L., 1982, Fast HTs using related and lagged convolution, ACM Transactions on Mathematical Software, 8, 344-368.

Bannoos, A., 1966, Dipole Radiation in the Presence of a Conducting Half-Space, Pergamon Press.

Frischknecht, F.C., 1967, Fields about an oscillating magnetic dipole over a two-layer earth and application to ground and airborne electromagnetic surveys, Quarterly of the Colorado School of Mines, 62, 1-326.

Fuller, J.A. and Wait, J.R., 1972, High frequency electromagnetic coupling between small coplanar loops over an inhomogeneous ground, Geophysics, 37, 997-1004.

Fraser, D.C., Stodt, J.A. and Ward, S.H., 1992, The effect of displacement current on the response of a high frequency electromagnetic system, In: Ward, S.H., Geo-Technical and Environmental Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, 89-95.

Gupta, P.K., Niwas, S. and Chaudhary, N., 2006, Fast computation of Hankel transform using orthonormal exponential approximation of complex kernel functions, Journal of Earth System Sciences, 115, 267-276.

Guptasarma, D. and Singh, B., 1997, New digital linear



Shahrood University of Technology

JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS

(JRAG)

2015, VOL 1, NO 1



## Forward Modeling of Frequency-Domain Response of the Vertical Magnetic Component of Electromagnetic Field from Horizontal Magnetic Dipole Source over Layered Earth Models

Majid Jamie<sup>1\*</sup> and Saeid Mirzaei<sup>2</sup>

1- Ph.D. Student, ACECR-Research Institute of Applied Sciences, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

2- Associate Professor, ACECR-Research Institute of Applied Sciences, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

Received: 20 November 2015; Accepted: 14 January 2016

Corresponding author: majidjamie@gmail.com

### Keywords

Electromagnetic (EM) field  
Forward modeling  
Dipole source  
Horizontal magnetic dipole  
Vertical magnetic component  
Displacement currents  
Layered earth

### Extended Abstract

#### Summary

Geo-electromagnetic (EM) forward modeling is a scientific accepted tool for understanding complex behavior of EM wave in the earth, and can be used for the purpose of inverse modeling, and also, for evaluation of geological interpretations based on EM field measurements. There are different EM forward modeling programs, which are capable of computing responses of electric and magnetic components of the EM field, generated from different dipole sources with variable source-receiver configurations. In this paper, an

available forward modeling algorithm, coded in Fortran 77 and called "EMDPLER", is used for computing frequency domain response of the vertical magnetic component of the EM field, generated from a horizontal magnetic dipole source over different one-dimensional (1-D) layered Earth models. Thus, by conducting the forward modeling code on different 2- and 3-layer earth models with different resistivity and thickness values, real and imaginary parts of vertical component of the secondary magnetic field ( $H_z$ ), its phase variations, and normalized amplitude of the ratio of secondary to primary component of the vertical magnetic field ( $H_z/H_{z0}$ ) in case of considering/ignoring the displacement currents, are calculated and plotted as a function of frequency.

### Introduction

Considering EM primary source, EM methods are divided into two groups: 1. EM methods with natural sources that incorporate natural electric and magnetic fields of the earth, and 2. EM methods that incorporate man-made sources. The man-made EM sources, which transmit either transient currents or continuous sinusoidal waves, have variable physical, electronic and geometric specifications. In EM-geophysics, continuous sinusoidal wave transmitters are known as frequency domain EM (FDEM) sources. Based on geometry and shape, FDEM sources are categorized into four common types: 1. vertical magnetic dipole (VMD), 2. horizontal magnetic dipole (HMD), 3. vertical electric dipole (VED) and 4. horizontal electric dipole (HED). A horizontal transmitting loop or a small vertical transmitting loop of wire that carries alternating current, if distance to observation point is five times greater than length of the loop radius, can be treated as HMD or VMD source, respectively. A source, consisting of a short wire and carrying an alternating current, can be treated as an electric dipole, if the distance to the observation point is at least five times greater than the cable length. For a FDEM source that generates EM field only in transverse magnetic (TM) mode, e.g. a vertical electric dipole, the tangential magnetic field at the earth surface is double the primary field, while the tangential electric field is zero and the earth appears to be a perfect conductor; hence, in practical geophysics only dipole sources that generate primary EM field in transverse electric (TE) and/or TE and TM modes simultaneously, are used as transmitter. In recent years, electronic and software developments in designing EM instruments have resulted in gathering more reliable field datasets, but despite to many successful progresses in the area of forward modeling and inversion of the EM geophysics, it is still a challenging and interesting area of work for the geophysicists. At present, there are different EM forward modeling programs, e.g. EMDPLER which is capable of computing response of electric and magnetic components of the EM field, generated from the most common dipole sources with variable source-receiver configurations.

### Methodology and Approaches

In this paper, by considering a Cartesian system (x,y,z) with vertically downward directed z-axis and an x-directed HMD carrying an alternating current ( $I$ ) and the dipole moment  $\mathbf{m}$ , frequency response of magnetic components of EM field from an isotropic non-magnetic layered earth in observation point is thoroughly formulated in SI units. Moreover,

## **JRAG, 2015, VOL 1, NO 1.**

an FDEM forward modeling algorithm, coded in Fortran 77 and called “EMDPLER”, is used for computing frequency domain response of the  $H_z$  components of the EM field from different 1-D layered earth models. Computations of this program are performed by assuming variable transmitter-receiver configurations and considering displacement currents in the frequency range (50 KHz $\leq$ f $\leq$ 1000 KHz) or ignoring the displacement currents for frequencies less than 50 KHz, using digital linear filters based on the Hankel transforms.

### **Results and Conclusions**

In this paper, by referring to scientific references, frequency response of the magnetic components of EM field, generated from an HMD source, from an isotropic non-magnetic layered earth in observation point is concisely formulated. Moreover, by conducting the EMDPLER forward modeling code on different 2- and 3-layer earth models with different resistivity and thickness values, real and imaginary parts of vertical component of the secondary magnetic field ( $H_z$ ), its phase variations, and normalized amplitude of the ratio of secondary to primary component of the vertical magnetic field ( $H_z/H_{z0}$ ) in case of considering/ignoring the displacement currents, are calculated and plotted as a function of frequency. This paper can provide geophysicists with the idea of computing other magnetic components of the secondary EM field in the case of layered earth models, and also, 1-D inversion of these components. Moreover, the results of the present paper would guide geoscientists for better geological interpretation of the models based on the EM field measurements.

---