



دانشگاه صنعتی شاهرود

دوره ۱۲، شماره ۱، سال ۱۴۰۵، صفحات ۵۹ - ۵۱

شناسه دیجیتال (DOI): 10.22044/JRAG.2026.17251.1379

وارون سازی داده های گرانی سنجی دوبعدی با روش متعادل سازی قید فعال و الگوریتم لنکوزوس: مطالعه موردی معدن سنگ آهن اسفندار

میثم مقدسی^۱؛ علی نجاتی کلاته^{۲*}؛ محمد رضایی^۳ و مهرداد سلیمانی منفرد^۴

۱- دانشجوی دکتری تخصصی مهندسی معدن_اکتشاف، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

۳- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ملایر، ملایر، ایران

۴- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۹/۱۰؛ پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۱۱/۰۶

* نویسنده مسئول مکاتبات: nejati@shahroodut.ac.ir

واژگان کلیدی

وارون سازی
دوبعدی
گرانی سنجی
منظم سازی
اسفندار

چکیده

روش های ژئوفیزیک با ارائه اندازه گیری های غیرمستقیم ویژگی های زیرسطحی، می تواند برای استنباط وجود ذخایر زیرسطحی مورد استفاده قرار گیرد و نقش حیاتی در این فرآیند ایفا می کند. وارون سازی داده های گرانی یکی از مهم ترین گام ها در تفسیر این داده ها است. هدف از این کار تخمین توزیع چگالی مدل ناشناخته زیرسطحی از طریق داده های اندازه گیری شده در سطح زمین است. مشکل اصلی در وارون سازی داده های حاصل از عملیات گرانی سنجی، عدم یکتایی جواب ناشی از وارون سازی داده های ژئوفیزیکی است. وارون سازی خطی داده های گرانی سنجی مسئله ای کم تعیین شده و بد حالت می باشد. در این پژوهش از روش متعادل سازی قید فعال (ACB) برای تعیین مقدار بهینه پارامتر منظم سازی جهت وارون سازی دوبعدی داده های گرانی سنجی با روش دوقطبی سازی لنکوزوس (LSQR Lanczos bidiagonalization) استفاده شده است. بدین منظور الگوریتمی تهیه گردید که مقدار بهینه پارامتر منظم سازی برای وارون سازی محاسبه می گردد. برای ارزیابی عملکرد و اعتبار سنجی الگوریتم تهیه شده، ابتدا داده های گرانی سنجی حاصل از یک مدل مصنوعی و داده های واقعی گرانی سنجی معدن سنگ آهن اسفندار در استان یزد استفاده شده است.

۱- مقدمه

وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی یکی از مهم‌ترین مراحل در تفسیر کمی داده‌های ژئوفیزیکی می‌باشد. در تحقیق حاضر، نتایج به‌دست آمده از وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی اطلاعات مفیدی در مورد ساختارهای زیرسطحی، تباین چگالی و عمق توده‌های زیرسطحی ارائه می‌دهد (لی و الدنبرگ، ۱۹۹۸). وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی پیچیدگی‌های زیادی به همراه دارد. اصلی‌ترین مشکل مسائل وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی، ناپختایی ذاتی در پاسخ‌های این مسائل می‌باشد. برطبق نظریه گاوس از یک دسته داده‌ی مشخص گرانی‌سنجی می‌توان توزیع‌های فراوانی از منابع زیرسطحی را نتیجه گرفت (بلیکلی، ۱۹۹۶). با در نظر گرفتن اطلاعات اولیه برای یک مسئله وارون، می‌توان بر ناپختایی پاسخ نهایی مسئله تا حدودی غلبه کرد (فارکوهارسون، ۲۰۰۸). یکی از موضوعات مورد علاقه محققین در تفسیر داده‌های میدان پتانسیل به‌منظور اکتشافات معدنی، برآورد و تشخیص مرز ماده‌ی معدنی با سنگ میزبان می‌باشد. به همین منظور لاست و کوییک (۱۹۸۳) به توسعه‌ی روش وارون‌سازی فشرده با کمینه کردن حجم کل توده‌ی منشاء پرداختند (لاست و کوییک، ۱۹۸۳). رنه (۱۹۸۶) الگوریتمی را برای مدل‌سازی وارون داده‌های میدان پتانسیل ارائه داد که در آن مدل در اطراف یکی از پارامترهای مدل رشد پیدا می‌کند. مدل حاصل از این روش مدلی فشرده بوده و مرز بین توده و محیط اطراف در مدل قابل تفکیک خواهد بود (رنه، ۱۹۸۶).

فولاگار و همکاران (۲۰۰۸) روشی را برای پارامترسازی ترکیبی در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل ارائه دادند که با استفاده از آن می‌توان مرز بین واحدهای زمین‌شناسی را به‌عنوان یک پارامتر مدل وارد فرآیند وارون‌سازی نمود و مدل‌های پیچیده‌ای را به‌دست آورد که با ساختارهای زمین‌شناسی انطباق دارد (فولاگار و همکاران، ۲۰۰۸). مارتینز و همکاران (۲۰۱۰) روش وارون‌سازی هموار را برای وارون‌سازی داده‌های گرادیمتری گرانی بر مبنای روش لی و الدنبرگ برای وارون‌سازی توسعه دادند (مارتینز و همکاران، ۲۰۱۰). رضایی و همکاران (۲۰۱۷) روش وارون‌سازی در فضای داده با قید پراکنندگی را برای وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های گرانی همراه با قید کران بالا و پایین پارامترهای فیزیکی توسعه دادند (رضایی و همکاران، ۲۰۱۷). مقدسی و همکاران (۱۳۹۷) از روش متعادل‌سازی قید فعال در محاسبه پارامتر منظم‌سازی برای وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی در معدن کرومیت کاماگی استفاده کردند (مقدسی و همکاران، ۱۳۹۷). عابدی و همکاران (۲۰۱۳) الگوریتم دوقطبی‌سازی لنکروزس را برای وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیس با شرط تیخونوف مرتبه صفر به کار گرفتند. آنها نشان دادند که این الگوریتم از الگوریتم گرادیان مزدوج سریع‌تر به جواب می‌رسد (عابدی و همکاران، ۲۰۱۳).

مقدسی و همکاران (۲۰۱۹) به توسعه الگوریتم محاسبه پارامتر منظم‌سازی به روش متعادل‌سازی قید فعال و وارون‌سازی سه بعدی داده‌های گرانی‌سنجی پرداختند.

توکلی و همکاران (۲۰۲۱)، به ایجاد یک روش جدید در وارون‌سازی همزمان متوالی داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی از طریق قید

گرادیان متقاطع پرداختند. الگوریتم پیشنهادی آنها مبتنی بر ترکیب وارون‌سازی‌های جداگانه با مراحل تصحیح از طریق قید گرادیان متقاطع در فرآیند وارون‌سازی همزمان است. ژدانوف و همکاران (۲۰۲۱)، به یک پژوهش مروری بر روی روش‌های پیشرفته در فرآیند وارون‌سازی همزمان چند دسته از داده‌های ژئوفیزیکی پرداختند. در این پژوهش، شرح مختصری از مبانی ریاضی هریک از روش‌ها و جنبه‌های عملی و کاربرد آنها در اکتشاف مواد معدنی مورد بحث قرار گرفته است.

مورکمپ (۲۰۲۱)، به وارون‌سازی همزمان داده‌های گرانی‌سنجی و مگنتوتلوریک بر روی ذخیره IOCG ارنست-هنری با استفاده از قیده‌های اطلاعاتی متفاوت پرداخت. وطنخواه و همکاران (۲۰۲۲)، به ارائه یک روش برای وارون‌سازی تمرکز یافته همزمان بزرگ مقیاس داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی با استفاده از قید گرمین پرداختند. این روش شباهت خوبی بین مدل‌های بازسازی شده فراهم می‌کند، در حالی که اجرای قید گرمین در فضای پارامترهای وزن‌دار همبستگی خوبی برای پارامترهای وزن‌دار به‌دست می‌دهد. ژادونوف و همکاران (۲۰۲۲)، به ارائه یک روش برای وارون‌سازی مشارکتی داده‌های گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی هوارد با استفاده از قید حداقل انتروپی مشترک پرداختند. بر اساس این روش، با به حداقل رساندن تابع تثبیت کننده، عدم قطعیت در توزیع پارامترهای مدل کاهش می‌یابد. در نتیجه، عدم منحصر به فرد بودن کاهش می‌یابد و شباهت بین انواع مختلف پارامترهای مدل افزایش می‌یابد.

۲- روش تحقیق

۱-۲- مدل‌سازی پیشرو

در وارون‌سازی خطی داده‌های میدان پتانسیل، معمولاً حجم زیر سطح زمین به بلوک‌های کوچکی با ابعاد ثابت تقسیم می‌شود. سپس تباین خاصیت فیزیکی (در اینجا چگالی) هر یک از این بلوک‌های کوچک، پارامترهای مدلی است که باید در طی فرآیند وارون‌سازی برآورد کرد. رابطه‌ی بین پارامترهای مدل و داده‌ها به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$Gp=d \quad (1)$$

در رابطه (۱)، d بردار داده‌های اندازه‌گیری شده، ρ بردار پارامترهای مدل (چگالی) و G ماتریس حساسیت (کرانل) در وارون‌سازی است. در وارون‌سازی خطی سه‌بعدی داده‌های میدان پتانسیل، معمولاً تعداد پارامترهای مدل از تعداد داده‌ها بیشتر است. به همین دلیل، این دسته از مسائل وارون به‌عنوان مسائل وارون «کم‌تعیین‌شده» (Underdetermined) دسته‌بندی می‌شود.

همچنین به‌دلیل وجود نوفه (e) در داده‌های اندازه‌گیری شده، می‌توان نوشت:

$$d_{obs} = d + e \quad (2)$$

به‌منظور

وارون‌سازی خطی داده‌های گرانی‌سنجی برای محاسبه بردار پارامترهای مدل (ρ) با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده، توزیع چگالی توده‌های زیرسطحی را مشخص می‌کند.

۲-۲- وارون‌سازی داده‌ها

در مدل‌سازی وارون پارامترهای مدل به وسیله کمینه کردن تابع هدف

تعادل بین تابع عدم برازش و تابع منظم‌ساز تیخونوف را حفظ کند، از اهمیت بالایی برخوردار است. در مدل‌سازی معکوس سعی می‌شود برآورد خوبی از ضرایب لاگرانژ داشته باشیم. اما پیدا کردن بهترین ضریب، کار ساده‌ای نیست. به لحاظ نظری، مقادیر بزرگ برای ضریب لاگرانژ، قیدهای بیشتری را بر جواب اعمال می‌کند و تفکیک‌پذیری ضعیف‌تری از پارامترها را به دست می‌دهد.

از سوی دیگر، مقادیر کم ضریب لاگرانژ بر پایداری و وارون‌سازی اثر منفی دارد. یک مقدار بینابینی برای ضریب لاگرانژ به منظور دستیابی به تفکیک‌پذیری و پایداری لازم است. این رهیافت این حقیقت را نادیده می‌گیرد که همه پارامترها، تفکیک‌پذیری یکسانی ندارند. برای یک پارامتر غیرقابل تفکیک، در صورتی که ضریب لاگرانژ داده شده خیلی کوچک باشد، باعث تولید جواب‌های پایدار پرخطا خواهد شد. برای پارامترهای با تفکیک‌پذیری زیاد، تفکیک‌پذیری کاهش یافته و اطلاعات واقعی قابل‌بازیابی نخواهد بود. بنابراین تغییر ضریب لاگرانژ در حین همگرایی معکوس‌سازی برای دستیابی به تفکیک‌پذیری بیشتر و پایداری ترجیح داده می‌شود [Nemeth & Qin, 1997]. لذا این روش در مقایسه با حالتی که یک مقدار ثابت برای ضریب لاگرانژ در وارون‌سازی به کار می‌رود، دقیق‌تر است.

یک رهیافت به منظور استفاده از ضریب لاگرانژ متغیر با تکرار در فرایند وارون‌سازی، استفاده از ضریب لاگرانژ متغیر با مکان است [Saski, 1989]. این روش با آزمون و خطا قابل دستیابی است. برای مشخص کردن تفکیک‌پذیری، از تابع توزیع باکوس-گیلبرت که به منظور ارزیابی توزیع مکانی بردارهای سطری ماتریس کیفیت به کار می‌رود، استفاده می‌شود [Menke, 1989]. یک مقدار بزرگ تابع توزیع برای یک پارامتر مشخص، بیانگر از بین رفتن تفکیک‌پذیری آن پارامتر است. این تابع توزیع برای تأمین پارامتر به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$SP_i = \sum_{j=1}^N (w_{ij}(1 - s_{ij})R_{ij})^2 \quad (6)$$

که در آن N تعداد پارامترها و w_{ij} ضریب وزنی قابل محاسبه از فاصله مکانی بین دو پارامتر i و j است. در اینجا S_{ij} ماتریس مورد استفاده برای هموارسازی در فرایند وارون است. برای مثال تاثیر قیدهای هموارکننده و یا میرایی R ماتریس حساسیت است که حاصل ضرب ماتریس کرنل G در ماتریس شبه وارون کرنل G^+ می‌باشد:

$$R = G^+ + G \quad (7)$$

در متعادل‌سازی فعال، ابتدا تابع توزیع ماتریس تفکیک را از راه روابط با یک مقدار کوچک برای ضریب لاگرانژ (برای مثال ۰/۰۵) پیدا می‌کنیم، سپس تابع توزیع را به ضرایب لاگرانژ متغیر با مکان محدود شده با مقادیر از پیش تعیین‌شده تبدیل می‌کنیم. اگر تابع توزیع پارامتر بزرگ باشد (که نشان‌دهنده تفکیک‌پذیری کم است)، متعادل‌سازی فعال مقدار بزرگی را برای ضریب لاگرانژ به آن پارامتر اختصاص می‌دهد و برعکس. بر طبق توابع توزیع، ضرایب لاگرانژ به صورت خطی در فضای لگاریتمی بین محدوده از پیش‌انتخاب‌شده پایین و بالا اختصاص داده می‌شوند. فضای

تیخونوف که بدحالت (ill-posed) بودن آن کمتر است به دست می‌آید (تیخونوف و همکاران، ۱۹۷۷). به همین منظور تابع هدف تیخونوف به صورت زیر تعریف می‌گردد (لی و الدنیرگ، ۲۰۰۳):

$$\min_{\rho} (|W_d(G\rho - d_{obs})|_2^2 + \beta |D\rho|_2^2) \quad (3)$$

در رابطه (۳)، $\Phi_d = |W_d(G\rho - d_{obs})|_2^2$ تابع عدم برازش وزن‌دهی شده داده‌ها بوده. $\Phi_{\rho}(\rho) = |D\rho|_2^2$ تابع ثبات‌ساز تیخونوف و ρ پارامترهای مد است. ماتریس W_d یک ماتریس قطری بر طبق رابطه‌ی پارامترهای مد است. $W_d = \text{diag} \left(\frac{1}{\sigma_1}, \dots, \dots, \frac{1}{\sigma_m} \right)$ مقدار σ_i در رابطه‌ی ماتریس وزن‌دهی داده‌ها مربوط به میزان انحراف معیار در سطح نوفه‌ی مربوط به هر داده می‌باشد. پارامتر D یک عملگر منظم‌ساز می‌باشد. همچنین برای جبران عدم حساسیت داده‌ها به پارامترهای مدل عمیق‌تر و جلوگیری از پیدایش پدیده‌ی واپاشی کرنل، ماتریس وزن‌دهی عمقی مطابق $W_{depth} = \text{diag} \left(\frac{1}{(z_1)^\alpha}, \dots, \dots, \frac{1}{(z_n)^\alpha} \right)$ به کار گرفته شده است. در این رابطه Z_1 عمق پارامتر مدل زام از سطح برداشت داده‌ها می‌باشد. همچنین عبارت α در ماتریس وزن‌دهی عمقی برای داده‌های گرانی-سنجی برابر مقدار ۲ در نظر گرفته شده است (لی و الدنیرگ، ۱۹۹۸). باید توجه داشت که ماتریس وزن‌دهی عمقی را در تابع هدف مشخص شده در رابطه (۳) به جای ماتریس منظم‌ساز D در تابع ثبات‌ساز تیخونوف جایگزین کرد.

همچنین β پارامتر منظم‌سازی است که بین تابع عدم برازش داده‌ها و تابع ثبات‌ساز تیخونوف توازن برقرار می‌کند. در صورتی که مقدار β عددی بزرگ باشد، تابع هدف به سمت تابع ثبات‌ساز تیخونوف میل می‌کند (تمایل به پارامترهای مدل دارد) و در صورتی که β عددی کوچک باشد، تابع هدف به سمت تابع عدم برازش داده‌ها میل می‌کند. بنابراین با انتخاب β عددی بزرگ، مدل نهایی وارون‌سازی شده در عمق بیشتر و با لبه‌های هموار و بدون نشان دادن جزئیات به دست می‌آید. همچنین با انتخاب β عددی کوچک، جزئیات بیشتری مدل می‌شود؛ اگر این مقدار خیلی کوچک باشد، نوفه هم مدل می‌شود. بنابراین انتخاب بهینه β (پارامتر تنظیم) بسیار مهم است. تابع هدف مشخص شده در رابطه (۳) برای کمینه شدن به شکل نهایی رابطه (۴) تبدیل می‌شود:

$$\Phi(\rho) = \arg \min \left\{ |W_d(G\rho - d_{obs})|_2^2 + \beta |W_{depth}D\rho|_2^2 \right\} \quad (4)$$

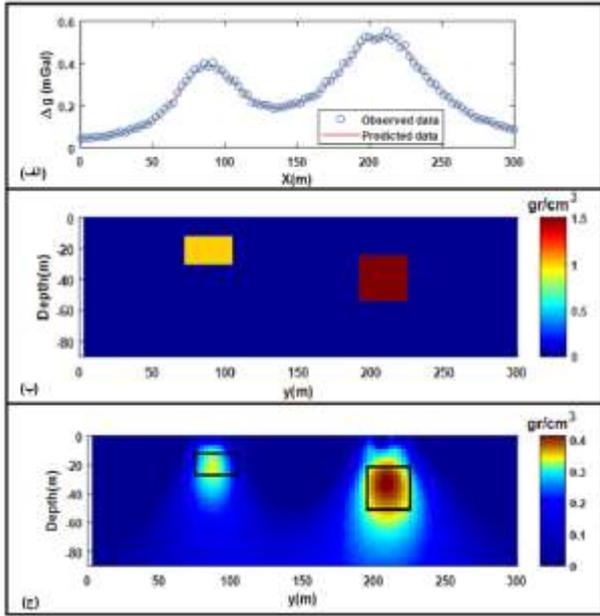
$$\begin{aligned} & (G^T W_d^T W_d G + \beta D^T W_{depth}^T W_{depth} D) \rho \\ & = G^T W_d^T W_d d_{obs} \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه (۵)، G^T ترانزپوز ماتریس G است. با حل رابطه (۵)، می‌توان بردار پارامترهای مدل (ρ) را به دست آورد. در وارون‌سازی داده‌ها، ابتدا پارامتر منظم‌سازی (β) از روش اعتبارسنجی متقاطع تعمیم‌یافته محاسبه می‌شود، سپس پارامترهای مدل از حل رابطه (۵) با استفاده از روش دوقطری‌سازی لنکروس محاسبه می‌شوند.

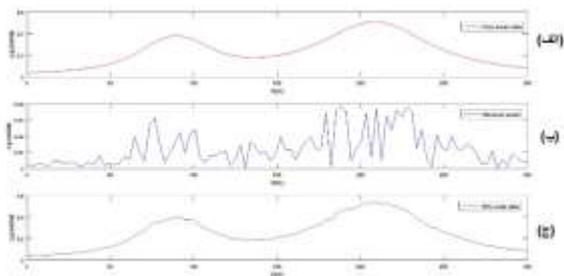
۲-۳- پارامتر منظم‌سازی

تعیین مقدار بهینه پارامتر منظم‌سازی (ضرایب لاگرانژ)، در حالتی که

طور تصادفی در داده‌های مصنوعی ضرب شده است. در نهایت نوفه‌ی ایجاد شده با داده‌های مصنوعی جمع شده است. در شکل ۲- داده‌های بدون نوفه (الف) و میزان نوفه‌ی تولید شده (ب) و داده‌هایی که بر آن نوفه اعمال شده (ج) است را برای مقایسه بهتر مشاهده می‌شود.



شکل ۱: داده‌های مشاهده‌ای (آبی) با نوفه ۱۰ درصد و داده‌های تخمین زده شده (قرمز) در فرآیند وارون سازی (الف). مدل مصنوعی طراحی شده با ویژگی‌های هندسی و فیزیکی متفاوت (ب). مدل وارون شده و مقایسه انطباق آن با مدل اولیه (ج).



شکل ۲: داده‌های بدون نوفه (الف)، میزان نوفه‌ی تصادفی تولید شده (ب)، داده‌های نوفه دار پس از اعمال نوفه (ج).

در نهایت پارامتر منظم سازی با استفاده از روش متعادل‌سازی قید فعال (ACB) بصورت خودکار انتخاب شده است و وارون سازی داده‌های حاصل از مدل مصنوعی به روش LSQR انجام شده است (شکل ۱). مراحل فوق با برنامه‌نویسی در محیط MATLAB نسخه ۲۰۲۲ انجام گرفته است.

۴- وارون سازی داده‌های واقعی

معادن سنگ آهن اسفندار در فاصله تقریبی ۵۳ کیلومتری جنوب شرق شهرستان ابرکوه در استان یزد واقع شده است. نزدیک‌ترین تمرکز انسانی

لگاریتمی از آن جهت انتخاب می‌شود که تابع توزیع به صورت لگاریتمی بنا به موقعیت پارامترهای مدل تغییر می‌کند و میزان تفکیک‌پذیری به صورت معکوس با نسبت لگاریتم تابع توزیع ارتباط دارد. تابع زیر ضریب لاگرانژ را براساس تابع توزیع تخصیص می‌دهد. [Yi et al, 2003]:

$$\log(\lambda_i) = \log(\lambda_{\min}) + \frac{\log(\lambda_{\max}) - \log(\lambda_{\min})}{\log(SP_{\max}) - \log(SP_{\min})} \times \{\log(SP_i) - \log(SP_{\min})\} \quad (8)$$

که در آن، λ_i ضریب لاگرانژ برای پارامتر i و SP_i تابع توزیع پارامتر i است. λ_{\min} و λ_{\max} به ترتیب مقادیر کم و زیاد برای ضریب لاگرانژ هستند. SP_{\max} و SP_{\min} به ترتیب مقادیر کم و زیاد برای تابع توزیع هستند. باید دقت شود که تابع توزیع برای یک پارامتر خاص باید بین مقادیر SP_{\min} و SP_{\max} قرار گیرد. در انتخاب مقادیر زیاد و کم برای تابع توزیع و ضریب لاگرانژ، ضروری است که ضریب لاگرانژ و تابع توزیع به دقت بررسی شود. تابع توزیع می‌بایست بین دو حد بیشینه و کمینه تعیین شده برای تابع توزیع باشد. برای مقادیر زیاد و کم ضریب لاگرانژ نیز دو مقدار کمینه و بیشینه در نظر می‌گیریم. به عبارت دیگر، در روش متعادل‌سازی قید فعال، کاربر می‌تواند با انتخاب دو مقدار بیشینه و کمینه بازه تغییرات پارامتر منظم‌سازی را تعیین کند. به مقادیر تخصیص داده شده برای حدود بالا و پایین تابع توزیع و ضریب لاگرانژ می‌توان توزیع ضریب لاگرانژ را به صورت خودکار در فضای یک، دو و سه‌بعدی عملی ساخت، رهیافت متعادل‌سازی فعال قادر است ویژگی‌های مدل و داده را در فرآیند وارون نشان دهد. این ویژگی‌ها به آسانی قابل درک هستند زیرا تابع توزیع از کرنلی بهره می‌گیرد که وابسته به ویژگی‌های پارامترهای مدل و داده است.

۳- مدل مصنوعی

مدل مصنوعی ارائه شده در اینجا دو بلوک مربع و مستطیل که به ترتیب با ابعاد 30×30 و 18×30 متر است که سطح بالایی آن در عمق ۱۲ و ۲۴ متری از سطح زمین قرار دارد (شکل ۱).

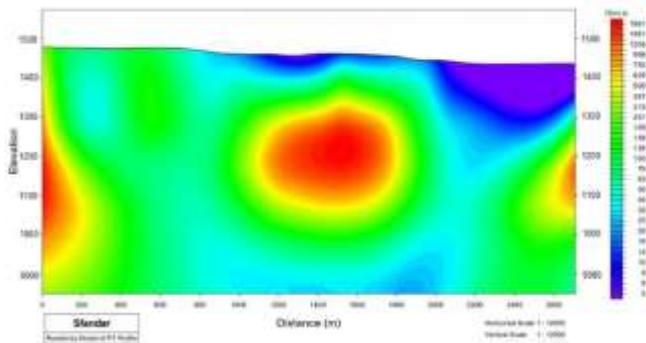
جدول ۱: مشخصات بلوک‌های مدل مصنوعی

بلوک	ابعاد	تباين چگالی (gr/cm ³)	عمق (m)
مربع	۳۰×۳۰	۱/۵	24
مستطیل	۳۰×۱۸	۱	12

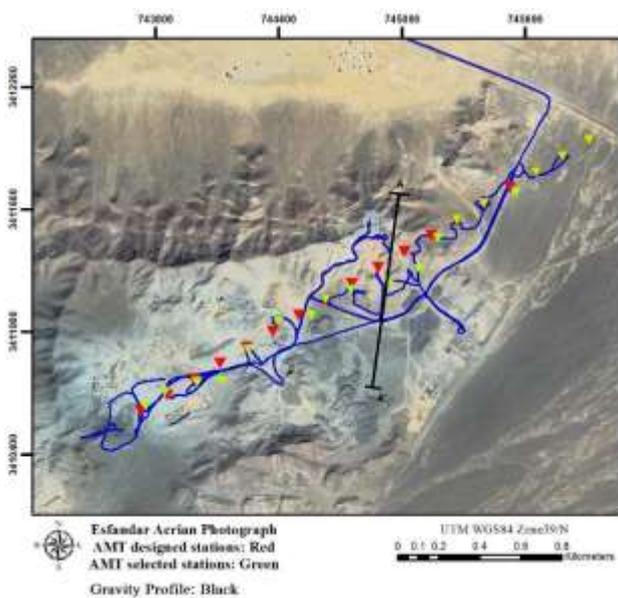
زیر سطح زمین به سلول‌هایی مربعی با ابعاد ۳ متر تقسیم شده است. تعداد این سلول‌ها $30 \times 30 = 1000$ است. در ابتدا داده‌های حاصل از این مدل مصنوعی با استفاده از مدل سازی پیشرو تولید شده است. سپس ۱۰ درصد نوفه‌ی تصادفی با توزیع نرمال روی داده‌ها اعمال شد. نسبت نوفه به سیگنال اعمال شده به داده‌ها به‌طور تصادفی به میزان ۱۰ درصد در نظر گرفته شده است.

نسبت نوفه از رابطه‌ی $e = \sigma(Rand(n) \times data)$ محاسبه شده است. در این رابطه σ ، انحراف معیار ۱۰ درصد با میانگین صفر و $Rand(n)$ ، یک تابع تصادفی به تعداد داده‌ها و بین صفر و یک می‌باشد که به

سنجی و مگنتوتلوریک منجر شده است. در این پژوهش از یک پروفیل گرانی سنجی به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی برای وارون سازی استفاده شده است. همچنین وجود داده های مرتبط با مغناطیس سنجی و مگنتوتلوریک می تواند این مورد مطالعاتی را برای ارزیابی الگوریتم های وارون سازی مجزا و همچنین همزمان مفید و کاربردی کند. در شکل ۵ مدل بدست آمده از یک پروفیل مگنتوتلوریک در محدوده مورد مطالعه قرائت شده است آورده شده است. پروفیل گرانی سنجی برداشت شده در این محدوده به طور تقریبی از مرکز پروفیل مگنتوتلوریک عبور کرده است (شکل-۶). با مقایسه نتایج به دست آمده از مطالعات مگنتوتلوریک و گرانی سنجی همخوانی و تطابق قابل قبولی از تخمین هندسی و عمقی الگوریتم پیشنهادی حاصل می شود.



شکل-۵: نتایج حاصل از مدل سازی داده های مگنتوتلوریک.



شکل-۶: نمایشی از موقعیت پروفیل گرانی سنجی بر روی پروفیل

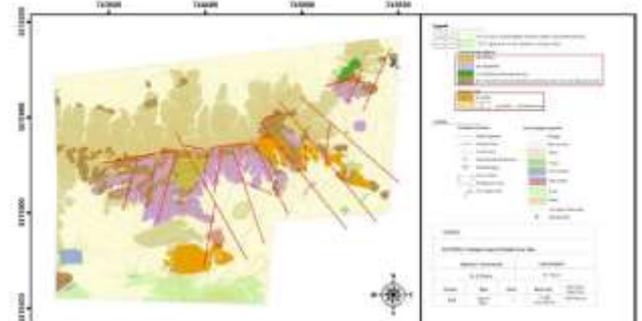
مگنتوتلوریک

پروفیل مورد استفاده در این پژوهش دارای راستای شمالی-جنوبی و طول ۱۲۰۰ متر می باشد. فاصله ی هر ایستگاه گرانی سنجی بر روی این پروفیل ۱۰ متر بوده است. با توجه به فاصله ی نمونه برداری ابعاد هر بلوک دارای ۱۰×۱۰ متر می باشد. با اعمال داده های واقعی بر روی

به محل معدن، روستای اسفندآباد است که در فاصله ۷ کیلومتری شمال غرب معدن واقع می باشد. از دیدگاه زمین شناسی این محدوده بخشی از زون سندج-سیرجان است که در مجاورت کوه همبست در شمال باختر پلایای ابرکوه واقع شده است. رخنمون هایی از توده های گرانیتی در محدوده در کنتاکت توده در این محدوده قابل مشاهده است. بررسی واحد های سنگی منطقه نشان می دهد که توده نفوذی و آپوفیزهای آهن بصورت پیچ های متعدد به درون افق های کربناته تزریق شده و در کنتاکت آنها کانیزایی حادث شده است. این امر با توجه به رخداد گسترده اپیدوتی شدگی و مگنتیت زایی درون واحدهای اپیدوتی تأیید می گردد. در این محدوده معدنی با توجه به عملکرد گسلش و واحدهای نفوذی ماده معدنی در چند رخنمون مجزا تظاهر یافته و این امر در نقشه های مگنتومتري بوضوح قابل مشاهده است. وجود چندین سامانه گسلی در این محدوده سبب شده تا سیالات کانه دار بسهولت در راستای این گسل ها حرکت کرده و سبب کانی زایی در نقاط مستعد گردند.



شکل ۳: چهارچوب محدوده مورد مطالعه (معدن اسفندار، ابرکوه، یزد).



شکل ۴: نقشه زمین شناسی با مقیاس ۱:۱۰۰۰ (معدن اسفندار، ابرکوه،

یزد).

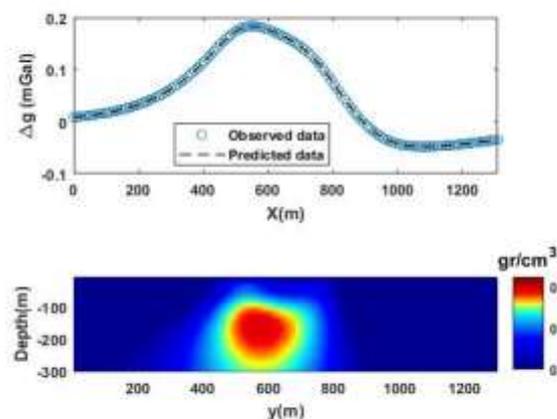
روش های ژئوفیزیکی متفاوتی در این معدن انجام گرفته است، که به تولید لایه های اطلاعاتی مفیدی از جمله مغناطیس سنجی، گرانی

۶- منابع

- مقدسی، میثم، نجاتی کلاته، علی، رضایی، محمد، برآورد پارامتر منظم سازی به روش متعادل سازی قید فعال در وارون سازی دو بعدی داده های گرانی سنجی، فیزیک زمین و فضا، دوره ۴۴، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۷، صفحه ۵۷۵-۵۸۳.
- Abedi, M., Gholami, A., Norouzi, G.-H., and Fathianpour, N., 2013, Fast inversion of magnetic data using Lanczos bidiagonalization method: *Journal of Applied Geophysics*, 90, 126–137.
- Blakely, R. J., 1996, *Potential theory in gravity and magnetic applications*: Cambridge University Press.
- Farquharson, C. G., and Oldenburg, D. W., 2004, A comparison of automatic techniques for estimating the regularization parameter in non-linear inverse problems: *Geophysical Journal International*, 156, 411–425.
- Fullagar, P. K., Pears, G. A., and McMonnies, B., 2008, Constrained inversion of geologic surfaces—pushing the boundaries: *The Leading Edge*, 27(1), 98-105.
- Last, B., and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion: *Geophysics*, 48, 713–721.
- Li, Y., and Oldenburg, D. W., 1998, 3-D inversion of gravity data: *Geophysics*, 63(1), 109-119.
- Li, Y., and Oldenburg, D. W., 2003, Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method: *Geophysical Journal International*, 152(2), 251-265.
- Martinez, C., Li, Y., Krahenbuhl, R., and Braga, M., 2010, 3D inversion of airborne gravity gradiometry for iron ore exploration in Brazil: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2010*, 1753-1757.
- Menke, W., 1984, *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*: Academic Press, Inc.
- Moorkamp, M., 2021, Joint inversion of gravity and magnetotelluric data from the Ernest-Henry IOCG deposit with a variation of information constraint: *First International Meeting for Applied Geoscience & Energy, SEG, Expanded Abstracts*.
- Moghadasi, M., Nejati Kalateh, A., & Rezaie, M. (2019). Automatic estimation of regularization parameter by active constraint balancing method for 3D inversion of gravity data. *Journal of Mining and Environment*, 10(2), 357-364.
- Nemeth, T., Normark, E., and Qin, F., 1997, Dynamic smoothing in crosswell travel time tomography: *Geophysics*, 62, 168–176.
- Rene, R. M., 1986, Gravity inversion using open, reject, and “shape-of-anomaly” fill criteria: *Geophysics*, 51, 988–994.

الگوریتم وارون سازی نتایج حاصل از وارون سازی در شکل ۷- نمایش داده شده است.

با توجه به نتایج حاصل از وارون سازی داده های واقعی در شکل ۷- وجود به توده ی بی هنجار با تباین چگالی $0.05 \text{ (gr/m}^3\text{)}$ مشهود است. گسترش عمقی تخمین زده شده از نتایج حاصل از وارون سازی داده های گرانی سنجی تا عمق تقریبی ۳۰۰ متر را نشان می دهد. با توجه به عمق بالای محاسبه شده در این الگوریتم استفاده از سایر داده های ژئوفیزیکی نظیر مغناطیس سنجی و مگنتوتلوریک در قالب یک الگوریتم وارون سازی همزمان می تواند دقت تخمین عمق و شکل هندسی توده ی بی هنجار را بالاتر برده و نتایج مفیدی را ارائه دهد.



شکل ۷: نتیجه وارون سازی داده های واقعی. (بالا) تطابق داده های

مشاهده ای (آبی) و (پایین) پیش بینی شده (قرمز)

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش، چالش انتخاب پارامتر بهینه ی منظم سازی در وارون سازی دوبعدی داده های گرانی سنجی مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور، الگوریتمی مبتنی بر روش متعادل سازی قید فعال (ACB) و الگوریتم دوقطبی سازی لنگزوس (LSQR) توسعه داده شد. این روش با بهره گیری از تابع توزیع باکوس-گیلبرت، به جای استفاده از یک ضریب ثابت، یک پارامتر منظم سازی بهینه و متغیر مکانی را برای هر بلوک مدل بر اساس تفکیک پذیری آن تعیین می کند. ارزیابی الگوریتم بر روی یک مدل مصنوعی و داده های واقعی معدن سنگ آهن اسفندار نشان داد که روش پیشنهادی قادر است تعادل مناسبی بین پایداری وارون سازی و تفکیک پذیری جزئیات مدل برقرار سازد و در مقایسه با روش های سنتی با پارامتر ثابت، به نتایج قابل اعتمادتر و دقیق تری از ساختارهای زیرسطحی دست یابد. با توجه به وجود نتایج حاصل از مطالعات سایر روش های ژئوفیزیکی نظیر روش مگنتوتلوریک، تطابق بسیار مطلوبی از نظر ساختار هندسی بین مدل گرانی سنجی حاصل از الگوریتم پیشنهادی با مدل مگنتوتلوریک مشاهده می شود.

- Rezaie, M., Moradzadeh, A., Kalate, A. N., and Aghajani, H., 2017, Fast 3D focusing inversion of gravity data using reweighted regularized Lanczos bidiagonalization method: *Pure and Applied Geophysics*, 174(1), 359-374.
- Sasaki, Y., 1994, 3D resistivity inversion using the finite element method: *Geophysics*, 59, 1839-1848.
- Tavakoli, M., et al., 2021, Sequential joint inversion of gravity and magnetic data via the cross-gradient constraint: *Geophysical Prospecting*, 69(7), 1542-1559.
- Tikhonov, A. N., and Arsenin, V. Y., 1977, *Solution of ill-posed problems*: V. H. Winston and Sons.
- Vatankhah, S., et al., 2022, Large-scale focusing joint inversion of gravity and magnetic data with Gramian constraint: *Geophysical Journal International*, 230(3), 1585-1611.
- Yi, M.-J., Kim, J.-H., and Chung, S.-H., 2003, Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing: *Geophysics*, 68, 931-941.
- Zhdanov, M. S., Jorgensen, M., and Cox, L., 2021, Advanced methods of joint inversion of multiphysics data for mineral exploration: *Geosciences*, 11(6), 262.
- Zhdanov, M. S., Tu, X., and Čuma, M., 2022, Cooperative inversion of multiphysics data using joint minimum entropy constraints: *Near Surface Geophysics*, 20, 623-636..