



## مدل سازی وارون داده های گرانی با قید تغییرات کلی با استفاده از روش جهت متناوب ضرایب

محمد رضایی<sup>۱\*</sup>

۱- استادیار؛ دانشکده فنی و مهندسی؛ دانشگاه ملایر؛ ملایر، ایران

دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۵/۲۳؛ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۱۰/۰۱

\* نویسنده مسئول مکاتبات: mohamad1rezaie@gmail.com

### چکیده

مدل سازی وارون داده های گرانی یکی از مهم ترین مراحل پردازش و تفسیر این داده ها است. این مقاله یک روش مدل سازی وارون پراکنده جدید مبتنی بر منظم سازی نرم برای مدل سازی سه بعدی داده های گرانی ارائه می کند. به تنهایی، منظم سازی نرم یک منجر به یک مدل پراکنده با ساختار فشرده و متمرکز می شود. در اینجا، ما نرم یک را با تابع جریمه ای تکمیل می کنیم که قید تغییرات کلی، را اعمال می کند؛ انتظار می رود که مرزهای ساختار زیرسطحی با به کار گیری این تابع به خوبی مشخص شود. در این مطالعه، تعریف اصلی تغییرات کلی، یعنی شکل نرم یک گرادیان های مدل، استفاده می شود. برای حل مسئله با این تابع جریمه ترکیبی از نرم یک و تغییرات کلی، این مطالعه روش جهت متناوب ضرایب را معرفی می کند که یک الگوریتم بهینه سازی اولیه-دوگانه است که مسائل منظم شده محذب را بر اساس بهینه سازی تابع لاگرانژی افزوده حل می کند. این الگوریتم برای توابع هدف برای اعمال قیود خطی مناسب است. برای بهبود کارایی محاسباتی الگوریتم برای اعمال این روش در مسائل وارون گرانی بزرگ مقیاس، این مطالعه از روش گرادیان مزدوج به همراه روش انتخاب پارامتر منظم سازی تطبیقی استفاده می کند. این روش مدل سازی وارون بر روی هر دو داده مدل مصنوعی و داده های واقعی کانسار ویسی بی کانادا اعمال می شود، نتایج مدل ها نشان می دهد که ساختار زیرسطحی تقریباً به طور کامل قابل بازسازی است. تاثیر این تحقیق در بهبود تفسیر زمین شناسی و اکتشاف منابع معدنی مهم است، زیرا وضوح بالاتر مدل های وارون سازی گرانی می تواند منجر به تصمیم گیری بهتر در مطالعات زیرسطحی شود.

### واژگان کلیدی

مدل سازی وارون  
گرانی سنجی  
قید  
نرم ۱  
تغییرات کلی  
جهت متناوب ضرایب

## ۱- مقدمه

مدل سازی وارون داده‌های گرانی با تعیین توزیع چگالی سنگ‌ها و ساختارهای زمین برای آشکارسازی ساختارهای زیرسطحی به کار گرفته می‌شود. جواب مدل‌سازی وارون معمولاً با کمینه نمودن یک تابع هدف به دست می‌آید (Tikhonov, 1977). تابع از دو تابع عدم برازش و منظم ساز تشکیل شده است. تابع منظم ساز با اعمال قید بر روی جواب‌ها، جواب مقید مناسب را انتخاب می‌کند.

توابع منظم ساز در دسته‌های مختلف تقسیم بندی می‌شوند. دسته اول توابع هموار ساز هستند که مدل‌های هموار ایجاد می‌کنند (Li and Oldenburg, 1998). این مدل‌های هموار نمی‌توانند مرز ساختارهای زیر سطحی را به خوبی تعیین نمایند. دسته دیگری از توابع منظم ساز مثل حداقل حمایت و گرادیان حداقل حمایت با استفاده از اعمال قید پراکندگی می‌توانند مدل‌های متمرکز را ایجاد نمایند (Last and Kubik, 1983; Portniguine and Zhdanov, 2002; Rezaie, 2023). مدل‌های به دست آمده با استفاده از این قیود بسیار متمرکز بوده و نتایج به شدت به قید کران وابسته‌اند. دسته دیگری از توابع منظم ساز وجود دارند که مدل‌های به دست آمده با استفاده از این توابع از نظر فشردگی و تیز بودن مرزها مابین روش‌های قبلی قرار دارند. این توابع به توابع نرم  $L_1$  معروفند (Farquharson, 2008; Pilkington, 2009; Rezaie et al. 2017; Utsugi, 2022). با استفاده از این توابع می‌توان قید پراکندگی را بر مدل‌های به دست آمده اعمال نمود و مدل‌هایی به دست آورد که مرز ساختارهای زیرسطحی را به خوبی مشخص می‌نماید. تابع منظم ساز تغییرات کلی مشابه توابع نرم  $L_1$  عمل نموده و می‌تواند مرز ساختارهای زیر سطحی را به خوبی مشخص نماید (Bertete-Aguirre et al. 2002; Utsugi, 2022).

پس از تعیین تابع هدف، برای به دست آوردن جواب، باید تابع هدف کمینه شود تا جواب مدل سازی وارون به دست آید. این کار با استفاده از الگوریتم‌های مختلف قابل انجام است. برای مثال می‌توان تابع تغییرات کلی را به یک تابع درجه دوم تبدیل نمود و با استفاده از الگوریتم گرادیان مزدوج مسئله وارون را حل نمود (Portniguine and Zhdanov, 1999). نتایج مطالعات نشان داده است که استفاده از این روش مدل‌هایی با مرزهای هموار ایجاد می‌نماید.

اخیراً روش جهت متناوب ضرایب (Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM) (Boyd et al. 2011) در حل مسئله وارون داده‌های مغناطیس با قید تغییرات کلی به کار گرفته شده است (Utsugi, 2022). نتایج نشان داد که این الگوریتم می‌تواند حتی بدون قید کران نتایج مناسبی را به دست آورد. به هر حال بهترین نتایج زمانی حاصل می‌شود که قید کران بر مدل اعمال شود. دو مشکل مهم این روش افزایش بار محاسباتی به دلیل اعمال قید کران در تابع هدف و تعیین پارامتر منظم سازی بهینه در هر مرحله تکرار از الگوریتم است.

در این مقاله یک الگوریتم بر مبنای روش جهت متناوب ضرایب برای حل مسئله وارون داده‌های گرانی با قید تغییرات کلی ارائه می‌شود. در این الگوریتم قید سخت برای اعمال قید کران به کار گرفته می‌شود که ماتریسی را به معادلات اضافه نمی‌کند. همچنین با استفاده از یک روش

تطبیقی، پارامتر منظم سازی در هر مرحله تکرار تعیین می‌شود که نیاز به حل مکرر مسئله ندارد.

## ۲- روش کار

در مدل سازی وارون گرانی، رابطه بین چگالی ساختارهای زیر سطحی و داده‌های گرانی خطی است.

$$\mathbf{d} = \mathbf{A}\mathbf{p} \quad (1)$$

که در آن  $\mathbf{d}$  بردار داده‌های گرانی است و  $\mathbf{p}$  بردار چگالی ساختارهای زیر سطحی است که به نام بردار پارامترهای مدل نیز معروف است. رابطه بین این دو بردار توسط ماتریس هسته  $\mathbf{A}$  برقرار می‌گردد. در مدل سازی وارون خطی داده‌های گرانی هدف به دست آوردن بردار پارامترهای مدل است (Li and Oldenburg, 1996).

می‌توان مسئله وارون ژئوفیزیکی را در چارچوب کمترین مربعات فرمول بندی کنیم (Tarantola, 2005). تابع هدفی که ما در طول وارون سازی ژئوفیزیکی بهینه‌سازی می‌کنیم، مجموع مربعات اختلاف بین داده‌های مشاهده شده و داده‌های پیش‌بینی شده است (تابع عدم برازش) به همراه قید تغییرات کلی.

$$\Phi(\mathbf{p}) = \|\mathbf{A}\mathbf{p} - \mathbf{d}\|_2 + \alpha \|\mathbf{L}\mathbf{p}\|_1 \quad (2)$$

که در آن  $\mathbf{L}$  ماتریس اپراتور محاسبه گرادیان است و  $\alpha$  پارامتر منظم سازی است که تعادل بین تابع عدم برازش و قید تغییرات کلی را کنترل می‌کند. برای حل مسئله وارون باید تابع هدف کمینه شود.

## ۲-۱- روش جهت متناوب ضرایب

یک الگوریتم جدید محبوب برای کمینه سازی رابطه (۲) روش ضرایب با جهت متناوب (ADMM) است. در این روش یک بردار جدید از متغیر  $\mathbf{z} = \mathbf{L}\mathbf{p}$  تعریف می‌شود. سپس تابع هدف را می‌توان به صورت مقید بازنویسی نمود (Aster et al. 2019):

$$\min \|\mathbf{A}\mathbf{p} - \mathbf{d}\|_2 + \alpha \|\mathbf{L}\mathbf{p}\|_1 \quad (3)$$

$$\text{subject to } \mathbf{L}\mathbf{p} = \mathbf{z}$$

حال رابطه (۳) را می‌توان به صورت یک تابع لاگرانژی نوشت (Aster et al. 2019):

$$\mathbf{L}(\mathbf{p}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\lambda}) = \|\mathbf{A}\mathbf{p} - \mathbf{d}\|_2 + \alpha \|\mathbf{L}\mathbf{p}\|_1 + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{L}\mathbf{p} - \mathbf{z}) \quad (4)$$

در اینجا  $\boldsymbol{\lambda}$  یک بردار از ضرایب لاگرانژی است. شرط بهینگی نیازمند این است که گرادیان تابع لاگرانژی نسبت به  $\mathbf{p}$ ،  $\mathbf{z}$  و  $\boldsymbol{\lambda}$  برابر با صفر باشد. در چنین نقطه پایداری، گرادیان تابع لاگرانژی نسبت به  $\boldsymbol{\lambda}$  برابر با  $\mathbf{L}\mathbf{p} - \mathbf{z}$  است و از آنجایی که گرادیان صفر است، قیده‌های  $\mathbf{z} = \mathbf{L}\mathbf{p}$  برآورده می‌شوند. برای  $\boldsymbol{\lambda}$  ثابت، تابع لاگرانژی یک تابع محدب از  $\mathbf{p}$  و  $\mathbf{z}$  است. برای  $\mathbf{p}$  و  $\mathbf{z}$  ثابت، تابع لاگرانژی یک تابع خطی از  $\boldsymbol{\lambda}$  است. هر نقطه پایدار باید یک نقطه زین تابع لاگرانژی باشد نه حداقل یا حداکثر. با کمینه‌سازی تابع  $\mathbf{L}$  نسبت به  $\mathbf{p}$  و  $\mathbf{z}$  و حداکثرسازی متناوب تابع  $\mathbf{L}$  نسبت به  $\boldsymbol{\lambda}$ ، ما به دنبال همگرایی به یک نقطه پایدار تابع لاگرانژی هستیم. در این صورت مقادیر متناظر  $\mathbf{p}$  و  $\mathbf{z}$  برای رابطه (۳) بهینه خواهند بود (Aster et al. 2019). در عمل، همگرایی این روش می‌تواند به طور قابل توجهی با افزودن یک جمله جریمه‌کننده برای نقض

قید  $\mathbf{L}\boldsymbol{\rho} - \mathbf{z} = 0$  به تابع لاگرانژی تسریع شود. تابع لاگرانژی افزوده شده عبارت است از (Aster et al. 2019):

$$\mathbf{L}_\mu(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\lambda}) = \|\mathbf{A}\boldsymbol{\rho} - \mathbf{d}\|_2 + \alpha \|\mathbf{L}\boldsymbol{\rho}\|_1 + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{L}\boldsymbol{\rho} - \mathbf{z}) + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{L}\boldsymbol{\rho} - \mathbf{z}\|_2 \quad (5)$$

در این قسمت، پارامتر جریمه مثبت  $\mu$  به گونه‌ای تنظیم می‌شود که سرعت رسیدن به جواب نهایی افزایش یابد. هر تکرار اصلی الگوریتم شامل سه مرحله است. ابتدا، تابع لاگرانژی در رابطه (5) را نسبت به  $\boldsymbol{\rho}$  کمینه می‌کنیم تا  $\boldsymbol{\rho}^{(k+1)}$  را به دست آوریم. در این مرحله  $\mathbf{z}^{(k)}$  و  $\boldsymbol{\lambda}^{(k)}$  ثابت هستند (Aster et al. 2019):

گرفته می‌شود.

به منظور تعیین پارامتر منظم سازی مناسب در این تحقیق، از روش تطبیقی استفاده می‌شود. در روش تطبیقی، مسئله وارون بدون منظم سازی در مرحله تکرار اول حل شده و پارامتر منظم سازی اولیه با استفاده از رابطه زیر تخمین زده می‌شود (Zhdanov, 2002):

$$\alpha_1 = \frac{\|\mathbf{A}\boldsymbol{\rho}_1 - \mathbf{d}\|_2}{\|\mathbf{L}\boldsymbol{\rho}_1\|_1} \quad (10)$$

که در آن  $\boldsymbol{\rho}_1$  جواب مسئله وارون در مرحله تکرار اول است. پارامتر منظم سازی در سایر مراحل تکرار با ضرب پارامتر منظم سازی مرحله قبل در عدد نیم محاسبه می‌گردد. با این روش می‌توان سرعت حل مسئله وارون را افزایش داد زیرا به محاسبات زیاد و پیچیده برای محاسبه پارامتر منظم سازی نیاز ندارد.

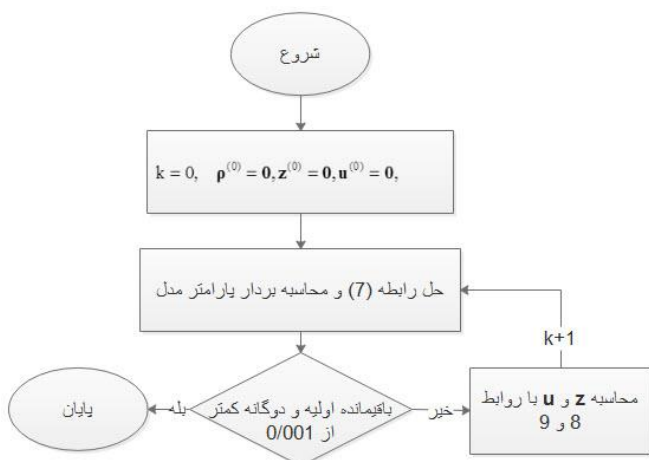
به منظور جبران کاهش اثر سریع سیگنال گرانی نسبت عمق، باید ماتریس وزنی عمقی نیز در حل مسئله وارون وارد گردد. ماتریس وزنی عمقی به شکل زیر قابل تعریف است (Li and Oldenburg, 1996):

$$\mathbf{W}_z = \text{diag}(1/z_j) \quad (11)$$

که در آن  $Z_j$  عمق  $Z$  زمین پارامتر مدل است. برای اعمال ماتریس وزنی ابتدا ماتریس هسته در رابطه (3) به صورت  $\mathbf{A}_w = \mathbf{A}\mathbf{W}_z^{-1}$  تغییر نموده و  $\boldsymbol{\rho}_w = \mathbf{W}_z^{-1}\boldsymbol{\rho}$  جایگزین بردار پارامترهای مدل در این رابطه شود. سپس در هر مرحله تکرار بردار پارامترهای مدل با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\boldsymbol{\rho} = \mathbf{W}_z \boldsymbol{\rho}_w \quad (12)$$

به شکل کلی، روند نمای روش پیشنهادی در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: روند نمای روش هت متناوب ضرایب

که در آن  $\mathbf{u}^{(k)} = (1/\mu)\boldsymbol{\lambda}^{(k)}$  است. با مشتق گیری از رابطه (6) و قرار دادن آن برابر با صفر جواب آن و سیستم معادلات به دست می‌آید. با کمینه نمودن معادله نرمال به شکل زیر می‌توان جواب را به دست آورد (Aster et al. 2019):

$$\boldsymbol{\rho}^{(k+1)} = \text{Arg min} \left[ \begin{array}{l} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\rho} - \mathbf{d}\|_2 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{L}\boldsymbol{\rho} - \mathbf{z}\|_2 \\ + \mu (\mathbf{u}^{(k)})^T \mathbf{L}\boldsymbol{\rho} \end{array} \right] \quad (6)$$

رابطه (7) را می‌توان با استفاده از یکی از روش‌های دارای مرحله تکرار مثل گرادیان مزدوج حل نمود. پس از به دست آمدن جواب قید کران اعمال می‌گردد به گونه‌ای که  $\boldsymbol{\rho}_{\min} \leq \boldsymbol{\rho}^{(k+1)} \leq \boldsymbol{\rho}_{\max}$ . در مرحله بعد،  $\mathbf{z}^{(k+1)}$  با روش آستانه نرم تعیین می‌گردد (Aster et al. 2019):

$$\boldsymbol{\rho}^{(k+1)} = \text{Arg min} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \sqrt{\frac{\mu}{2}} \mathbf{L} \end{bmatrix} \boldsymbol{\rho} - \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \sqrt{\frac{\mu}{2}} (\mathbf{z}^{(k)} - \mathbf{u}^{(k)}) \end{bmatrix} \right\|_2 \quad (7)$$

رابطه (7) را می‌توان با استفاده از یکی از روش‌های دارای مرحله تکرار مثل گرادیان مزدوج حل نمود. پس از به دست آمدن جواب قید کران اعمال می‌گردد به گونه‌ای که  $\boldsymbol{\rho}_{\min} \leq \boldsymbol{\rho}^{(k+1)} \leq \boldsymbol{\rho}_{\max}$ . در مرحله بعد،  $\mathbf{z}^{(k+1)}$  با روش آستانه نرم تعیین می‌گردد (Aster et al. 2019):

$$\mathbf{z}^{(k+1)} = \mathbf{S}(\mathbf{L}\boldsymbol{\rho}^{(k+1)} - \mathbf{z}^{(k)}, \alpha/\mu), \quad \mathbf{S}(x, \gamma) = \begin{cases} x - \gamma & \gamma < x \\ 0 & -\gamma < x < \gamma \\ x + \gamma & x < -\gamma \end{cases} \quad (8)$$

در مرحله سوم  $\boldsymbol{\lambda}^{(k+1)}$  و  $\mathbf{u}^{(k+1)}$  تعیین می‌شوند (Aster et al. 2019):

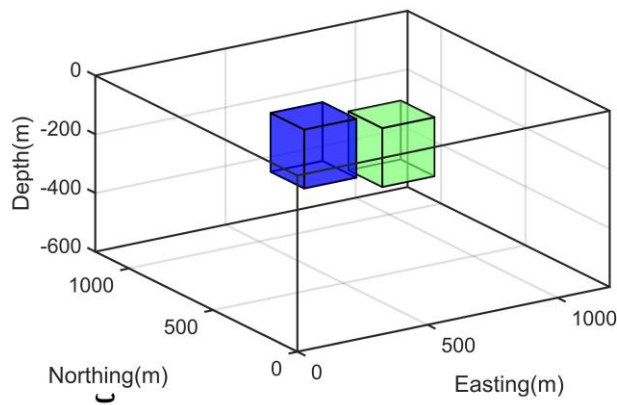
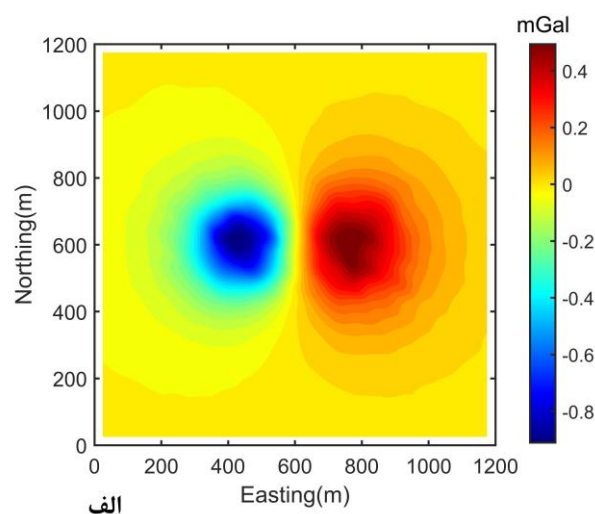
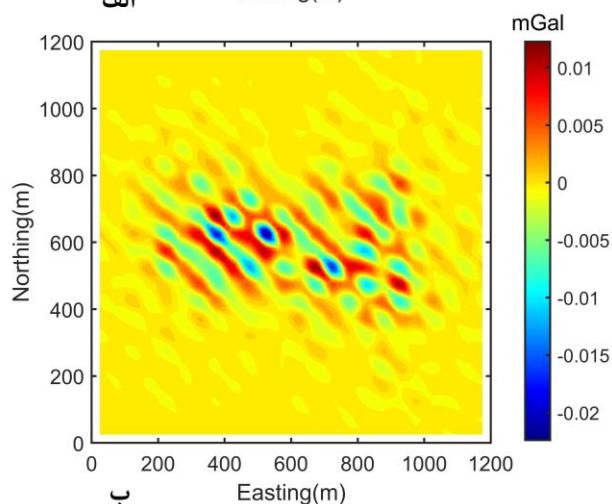
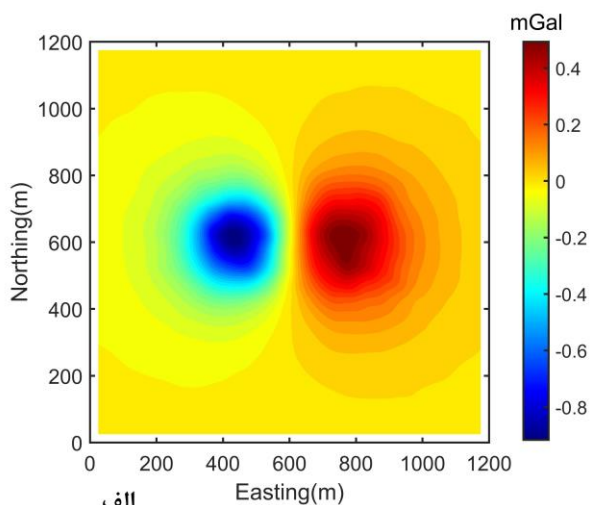
$$\boldsymbol{\lambda}^{(k+1)} = \boldsymbol{\lambda}^{(k)} + \mu(\mathbf{L}\boldsymbol{\rho}^{(k+1)} - \mathbf{z}^{(k+1)}) \quad (9)$$

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \mathbf{u}^{(k)} + (\mathbf{L}\boldsymbol{\rho}^{(k+1)} - \mathbf{z}^{(k+1)})$$

الگوریتم ADMM قید  $\mathbf{z} = \mathbf{L}\boldsymbol{\rho}$  را تنها در صورتی اعمال می‌کند که تکرارها به سمت یک جواب بهینه همگرا شوند. بنابراین، بررسی بردار باقیمانده اولیه  $(\mathbf{r}^{(k+1)} = \mathbf{L}\boldsymbol{\rho}^{(k+1)} - \mathbf{z}^{(k+1)})$  مهم است و تا زمانی که نرم دو آن کوچکتر از حد مورد نظر نباشد، همگرایی اعلام نمی‌شود. علاوه بر باقیمانده اولیه، ما همچنین باقیمانده دوگانه

## ۲-۲- مثال مصنوعی

روش مدل سازی وارون در این مقاله بر روی داده‌های حاصل از یک مدل مصنوعی بررسی می‌گردد. شکل ۲ الف داده‌ها و شکل ۲ ب نمای سه بعدی مدل مصنوعی را نشان می‌دهد. مدل مصنوعی از دو بلوک مکعبی با ابعاد ۲۰۰ متری در زیر سطح زمین تشکیل شده است که عمق بلوک غربی ۵۰ متر و عمق بلوک شرقی ۱۰۰ متر است. چگالی بلوک‌ها ۰/۵ گرم بر سانتیمتر مکعب است به شکلی که چگالی بلوک شرقی مثبت بوده و چگالی بلوک غربی منفی می‌باشد. به داده‌ها نوفه تصادفی با انحراف معیار ۵ درصد اضافه شده است. داده‌های بی‌هنجاری گرانی بر روی سطح زمین با فواصل  $50 \times 50$  متر در منطقه‌ای با گسترش  $1200 \times 1200$  متر محاسبه شده است.



شکل ۲: داده‌های حاصل از مدل مصنوعی (الف). نمای سه بعدی مدل

### مصنوعی (ب)

به منظور مدل سازی وارون داده‌های گرانی در این محدوده، ابتدا زیر سطح زمین به  $5760 (24 \times 24 \times 10)$  سلول مکعبی شکل با ابعاد ۵۰ متری تقسیم شد. پس از محاسبه ماتریس هسته مدل سازی وارون با استفاده از روش جهت متناوب ضرایب انجام شد که در آن حد باقیمانده اولیه و دوگانه  $0/1$  در نظر گرفته شده است. جواب مسئله وارون پس از ۶۸ مرحله تکرار به دست آمد. شکل ۳ داده‌های حاصل از مدل وارون و اختلاف بین این داده‌ها و داده‌های حاصل از مدل مصنوعی را نشان می‌دهد که بیانگر قابل قبول بودن برازش داده‌ها می‌باشد.

شکل ۳: داده‌های حاصل از مدل وارون (الف) نقشه اختلاف بین داده‌های

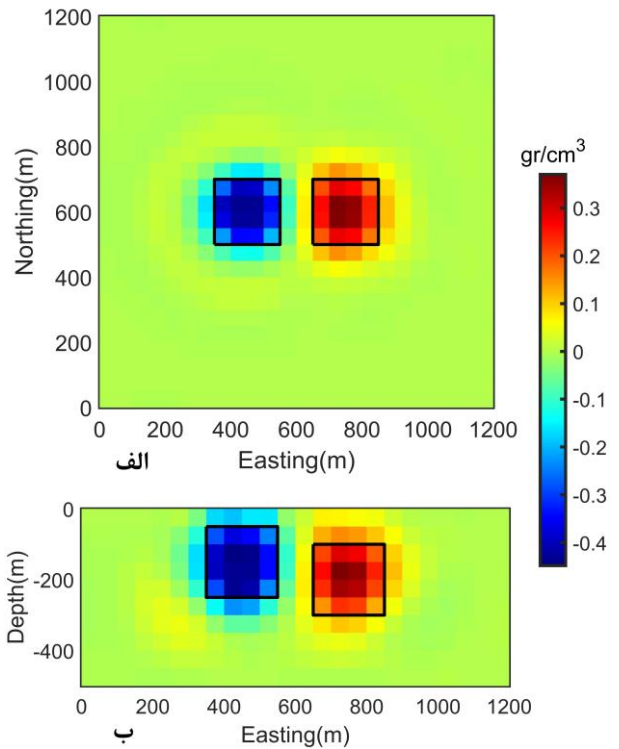
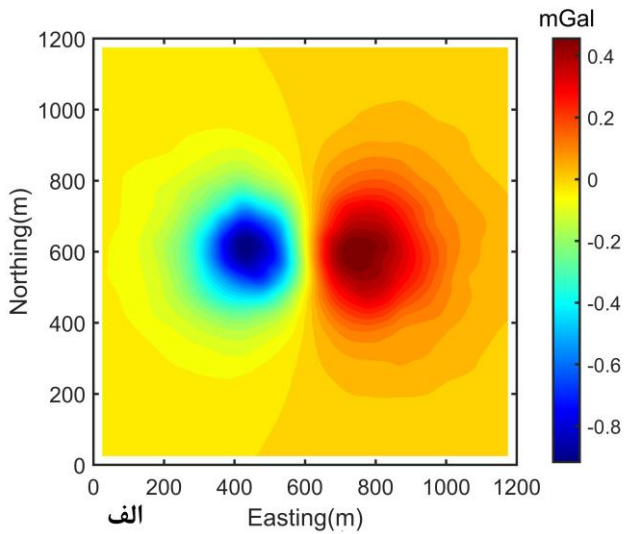
### مدل وارون و مدل مصنوعی (ب)

شکل ۴ مقاطع افقی و قائم در مدل وارون به دست آمده از داده‌های شکل ۲ الف را نشان می‌دهد. شکل ۴ الف مقطع افقی در عمق ۱۵۰ متری از مدل به دست آمده بوده و شکل ۴ ب مقطع قائم شرقی-غربی در فاصله ۶۰۰ متری از مبدا می‌باشد. مرزهای واقعی بلوک‌های موجود در مدل مصنوعی با خطوط سیاه در این شکل‌ها نمایش داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی می‌تواند محل و تاحدودی شکل توده‌ها را بازسازی نماید.

نکته قابل توجه در این مدل، پیچیدگی آن به خاطر وجود دو توده بی‌هنجار با چگالی مثبت و منفی است و همچنین فاصله کم این توده‌ها از یکدیگر و همپوشانی بین بی‌هنجاری‌های گرانی آنها است. با این حال روش ارائه شده در این تحقیق به خوبی شکل و محل توده‌ها را تعیین نموده است. بنابراین نتایج حاصل از این مدل مصنوعی کارایی روش پیشنهادی را تایید می‌نماید.

نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۸، شماره ۴، ۱۴۰۱.

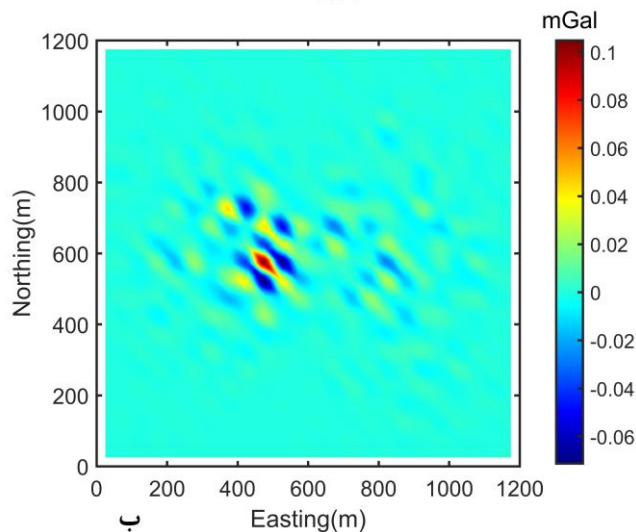
به دست آمد. شکل ۶ نشان دهنده داده‌های حاصل از مدل وارون و اختلاف بین این داده‌ها و داده‌های حاصل از مدل مصنوعی در شکل ۵ است که نتایج بیانگر قابل قبول بودن برازش داده‌ها است.



شکل ۴: مقطع افقی در مدل وارون در عمق ۱۵۰ متری از سطح زمین (الف). مقطع قائم از غرب به شرق در مدل وارون در فاصله ۶۰۰ متری از

مبدأ. خطوط سیاه مرزهای واقعی بلوک‌ها هستند

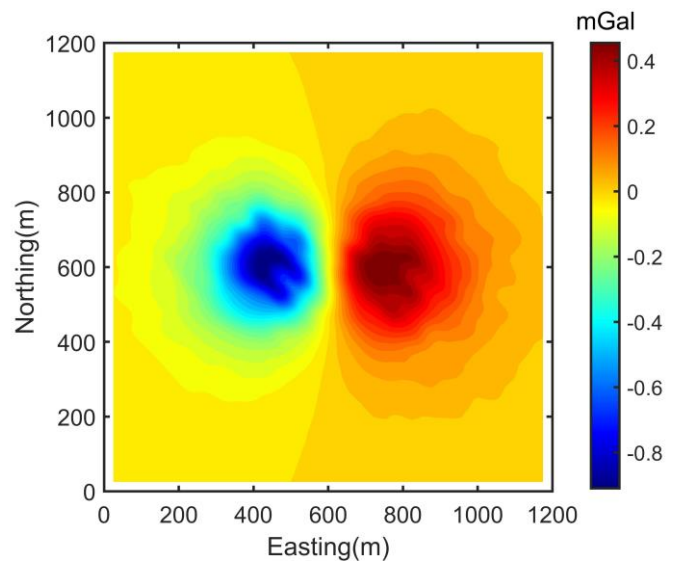
به منظور ارزیابی بهتر الگوریتم پیشنهادی برای سطح نوفه بالاتر، در مرحله بعد به داده‌ها نوفه تصادفی با انحراف معیار ۱۰ درصد اضافه شد. نقشه داده‌ها در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۶: داده‌های حاصل از مدل وارون (الف) نقشه اختلاف بین داده‌های

مدل وارون و مدل مصنوعی (ب)

شکل ۷ نتایج مدل‌سازی وارون را بر اساس داده‌های شکل ۵ نشان می‌دهد. در این شکل، دو مقطع افقی و قائم از مدل به دست آمده مشابه شکل ۴ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با وجود سطح نوفه زیاد، روش پیشنهادی توانسته است محل و شکل این دو توده را به خوبی شناسایی کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که روش جهت متناوب ضرایب در حضور نوفه به نسبت زیاد می‌تواند جواب قابل قبولی ارائه نماید.

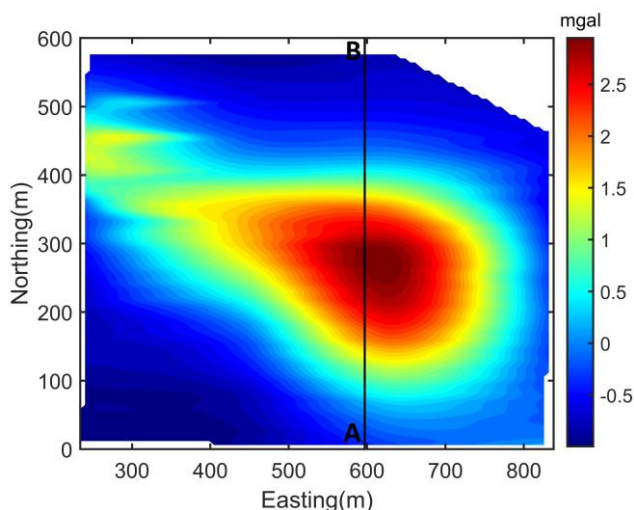


شکل ۵: داده‌های حاصل از مدل مصنوعی با نوفه تصادفی با انحراف

معیار ۱۰ درصد

جواب مسئله وارون با اجرای الگوریتم پیشنهادی پس از ۴۶ مرحله تکرار

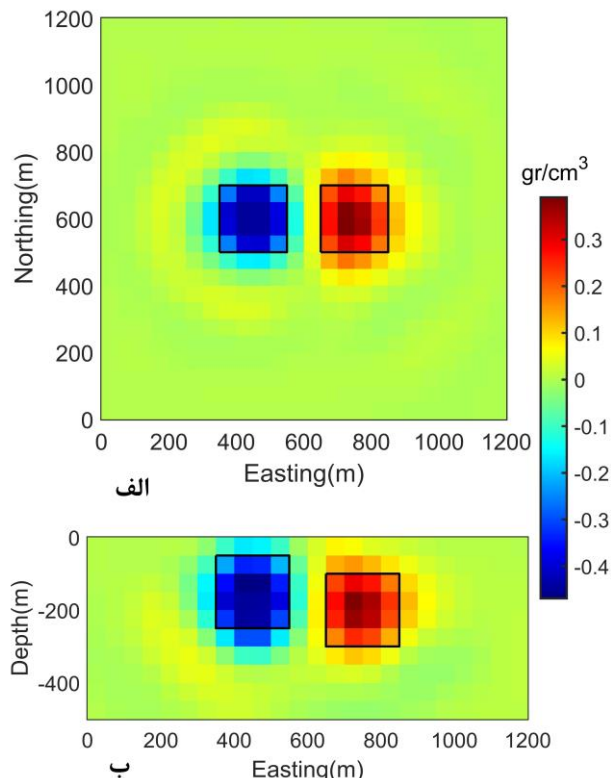
داده‌ها مقادیر بی‌هنجاری بوگه کامل هستند. این داده‌ها زیرمجموعه‌ای کوچک از تقریباً ۱۰۰۰۰ برداشت شده در حدود ۳۰۰ کیلومتر مربع اطراف ذخایر ویسی بی است. متوسط فاصله خطوط برداشت ۲۰۰ متر و فاصله نقاط برداشت در امتداد خطوط بین ۲۵ تا ۵۰ متر بوده است (Farquharson et al. 2008). لازم به ذکر است که داده‌های مورد استفاده در این مقاله از یک پایان نامه کارشناسی ارشد (Ash, 2007) برگرفته شده است.



شکل ۸: نقشه بی‌هنجاری باقیمانده داده‌های گرانی منطقه ویسی بی

به منظور مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی، زیر سطح محدوده مورد مطالعه به  $۶۶۱۷۷ = ۲۷ \times ۴۳ \times ۵۷$  سلول مکعبی با ابعاد ۱۵ متر تقسیم شد. مدل سازی وارون داده‌های گرانی با روش پیشنهادی در این مقاله پس از ۷۴ مرحله تکرار به جواب همگرا شد. شکل ۹ داده‌های حاصل از مدل و اختلاف این داده‌ها با داده‌های برداشت شده را نشان می‌دهد.

شکل ۱۰ الف مقطع افقی در مدل به دست آمده در عمق ۷۵ متری از سطح زمین را نشان می‌دهد. شکل ۱۰ ب مقطع قائم در امتداد خط A-B در شکل ۸ را نشان می‌دهد. با توجه به اطلاعات حفاری که با خط سیاه رنگ بر روی مقطع قائم مرز واقعی ماده معدنی را نشان می‌دهد (Ash, 2007) می‌توان نتیجه گرفت که مدل به دست آمده به خوبی محل کانسار را مشخص نموده و می‌تواند مرزهای کانسار را مشخص نماید. همچنین نتایج به دست آمده نتایج سایر مطالعات در مورد شکل و گسترش عمقی کانی سازی این معدن را تایید می‌نماید (Ash, 2007; Farquharson et al. 2008).



شکل ۷: مقطع افقی در مدل وارون در عمق ۱۵۰ متری (الف).

مقطع قائم از غرب به شرق در مدل وارون حاصل از داده‌های مدل مصنوعی با نوفه تصادفی با انحراف معیار ۱۰ درصد. خطوط سیاه مرزهای واقعی بلوک‌ها هستند

### ۲-۳- مدل سازی وارون داده‌های کانسار ویسی بی

توده معدنی نیکل، مس و کبالت ویسی بی، واقع در شمال شرقی لابرادور، یکی از مهم‌ترین اکتشافات معدنی کانادا در چند دهه گذشته محسوب می‌شود.

توده اصلی معدن که در حال حاضر استخراج می‌شود، بیضی شکل است. این عدسی سولفیدی عظیم با شکل تقریباً بیضوی با ابعاد افقی ۶۵۰ در ۳۵۰ متر است. اعتقاد بر این است که حاوی ذخایر قطعی و احتمالی تقریباً ۳۰ میلیون تن با عیار ۲/۹ درصد نیکل، ۱/۷ درصد مس و ۰/۱۴ درصد کبالت است. توده بیضی شکل و توده‌های معدنی مجاور در امتداد دامنه‌های قائم یک سیستم دایک تغذیه کننده تروکتولیتی کانی‌سازی شده‌اند. این سیستم به درون سنگ میزبان گنیس نفوذ کرده است. خود توده بیضی شکل در زیر پوشش سنگی با ضخامت متفاوت از ۲۰ تا ۳۰ متر قرار دارد. توده نفوذی ویسی بی بخشی از مجموعه پلوتونیک ناین است که در امتداد مرزی قرار دارد که استان آرکتیک ناین در شرق را از استان پروتروزیویک چرچیل در غرب جدا می‌کند. تروکتولیت ویسی بی، میزبان ذخایر نیکل، مس و کبالت، بر روی مرز ناین-چرچیل قرار دارد و اعتقاد بر این است که با ساختار برخوردی، معروف به اوروگن تورنگات، بین دو استان مرتبط است (Farquharson et al. 2008).

نقشه مجموعه داده‌های گرانی برداشت شده بر روی این کانسار که در این مطالعه استفاده شده است در شکل ۸ نشان داده شده است.

نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۸، شماره ۴، ۱۴۰۱.

در گوشه‌های کانسار که ضخامت ماده معدنی کم بوده مدل نتوانسته است کانسار را خوب بازسازی نماید که علت اصلی آن فواصل زیاد بین خطوط برداشت داده‌های گرانی در منطقه مورد مطالعه است. در نهایت می‌توان بیان نمود که مدل سازی وارون گرانی با استفاده از روش متناوب ضرایب و با قید پراکندگی کلی می‌تواند محل و شکل کانسار را مشخص نموده و مرزهای کانسار را با دقت قابل قبولی تعیین نموده است.

### ۳- نتیجه گیری

در این پژوهش، روشی نوین برای مدل سازی وارون داده‌های گرانی به کار گرفته شده است که از ترکیب منظم سازی نرم یک و تغییرات کلی برای بازسازی ویژگی‌های ساختارهای زیرسطحی استفاده می‌کند. این روش، تابع هدف را بر اساس نرم یک بردار مدل و گرادیان آن جریمه می‌کند. برای حل مسئله بهینه‌سازی حاصل، از الگوریتم ضرایب با جهت متناوب بهره گرفته شده که با بهینه‌سازی متناوب متغیرهای اولیه و دوگانه در یک تابع لاگرانژی، به دنبال یک مدل قابل قبول است. با این حال، به دلیل نیاز به حل کامل مسئله وارون خطی در هر مرحله تکرار ADMM، هزینه محاسباتی بالایی دارد. برای کاهش این هزینه، از روش دارای مرحله تکرار گرادیان مزدوج استفاده شده است.

برای تعیین بهینه پارامتر منظم‌سازی، به جای روش سنتی منحنی L از روش تطبیقی مرحله‌ای استفاده شده است. زیرا این روش سنتی نیازمند محاسبه مدل برای طیف وسیعی از مقادیر پارامتر منظم‌سازی است که از نظر محاسباتی بسیار پرهزینه است. در روش تطبیقی با ایجاد خودکار دنباله‌ای از پارامترهای منظم‌سازی، این پارامتر تعیین می‌شود. روش مدل‌سازی پیشنهادی مبتنی بر منظم‌سازی تغییرات کلی و الگوریتم ضرایب با جهت متناوب بر روی داده‌های یک مدل مصنوعی اعمال شد و توانست با موفقیت مدل واقعی، موقعیت، گستره و مرزهای آن را بازسازی کند. این روش همچنین بر روی داده‌های واقعی کانسار ویسی بی در شمال شرقی لابرادور کشور کانادا، اعمال شد و مدل بدست آمده با اطلاعات زمین‌شناسی و حفاری منطقه سازگار بود.

### ۴- منابع

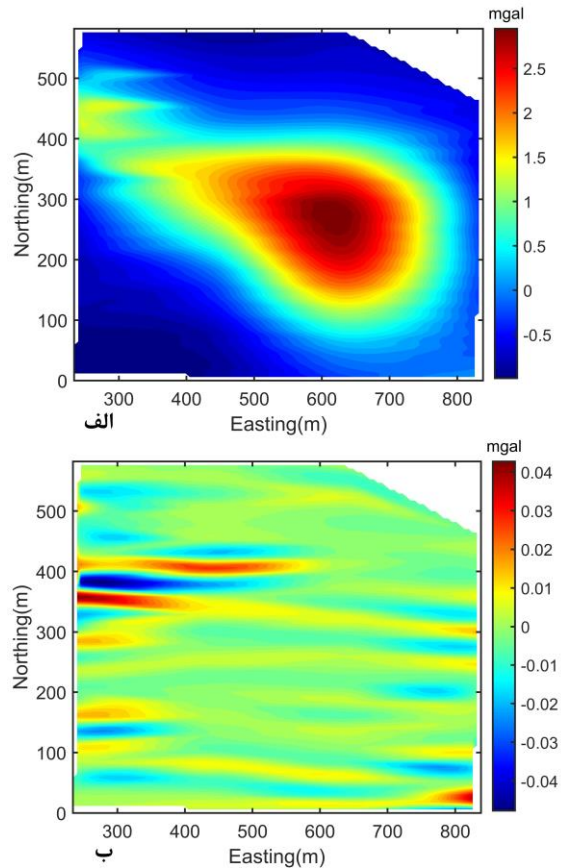
Ash, M. R., 2007, Constrained inversion of gravity data over the Ovoid and Mini-Ovoid in the Voisey's Bay Ni-Cu-Co deposit, Labrador, M.S. thesis, Memorial University of Newfoundland.

Aster, R.C., Borchers, B. and Thurber, C.H., 2018, Parameter estimation and inverse problems, Elsevier, e-book.

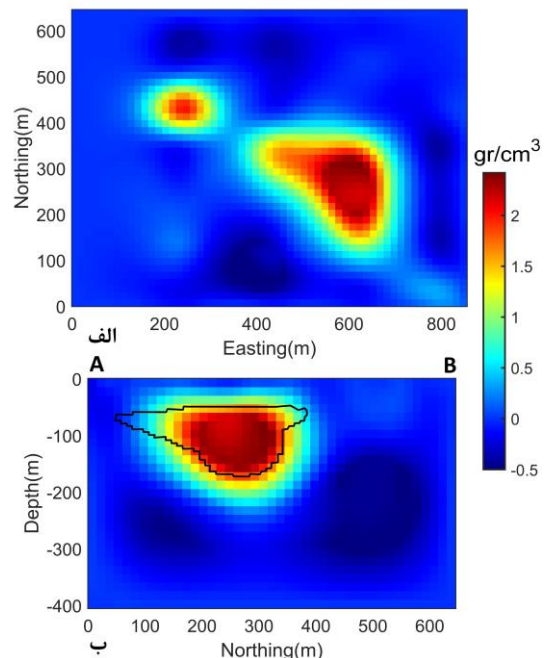
Boyd, S., Parikh, N., Chu, E., Peleato, B. and Eckstein, J., 2011, Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers, Foundations and Trends® in Machine learning, 3(1), 1-122.

Farquharson, C.G., Ash, M.R. and Miller, H.G., 2008. Geologically constrained gravity inversion for the Voisey's Bay ovoid deposit, The Leading Edge, 27(1), 64-69.

Last, B.J. and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion, Geophysics, 48(6), 713-721.



شکل ۹: داده‌های حاصل از مدل (الف) و نقشه اختلاف این داده‌ها با داده‌های برداشت شده (ب)



شکل ۱۰: مقطع افقی در عمق ۷۵ متری (الف) و مقطع قائم در امتداد A- B (ب) در مدل ویسی بی

همچنین نتایج نشان می‌دهند که مدل به شکل متمرکز بوده و تنها

- Li, Y. and Oldenburg, D.W., 1996, 3-D inversion of magnetic data, *Geophysics*, 61(2), 394-408.
- Li, Y. and Oldenburg, D.W., 1998, 3-D inversion of gravity data. *Geophysics*, 63(1), 109-119.
- Portniaguine, O. and Zhdanov, M.S., 1999, Focusing geophysical inversion images, *Geophysics*, 64(3), 874-887.
- Portniaguine, O. and Zhdanov, M.S., 2002, 3-D magnetic inversion with data compression and image focusing, *Geophysics*, 67(5), 1532-1541.
- Rezaie, M., 2023, Focusing inversion of gravity data with an error function stabilizer, *Journal of Applied Geophysics*, 208, 104890.
- Rezaie, M., Moradzadeh, A. and Nejati Kalate, A., 2017, 3D gravity data-space inversion with sparseness and bound constraints, *Journal of Mining and Environment*, 8(2), 227-235.
- Tarantola, A., 2005, *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*, Society for industrial and applied mathematics, e-book.
- Utsugi, M., 2022, Magnetic inversion to recover the subsurface block structures based on L 1 norm and total variation regularization, *Geophysical Journal International*, 228(1), 510-537.
- Zhdanov, M.S., 2002, *Geophysical inverse theory and regularization problems (Vol. 36)*, Elsevier, e-book.