

پایدارسازی مشتقات قائم در برابر نوفه با استفاده از ترکیب دو روش تفاضل محدود و گسترش رو به بالا، مطالعه موردی: داده‌های گرانی محدوده شمالی معدن سنگ آهن جلال آباد زرنند، کرمان

احمد الوندی^{*}، وحید ابراهیم‌زاده اردستانی، سید هانی متولی عنبران

گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲؛ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۱/۰۴

* نویسنده مسئول مکاتبات: aalvandi@ut.ac.ir

چکیده

توسعه فیلترهای تعیین لبه و موقعیت افقی چشمه‌ها و ساختارهای مدفون زمین‌شناسی به کمک درجات اول و دوم مشتق قائم میدان گرانی گامی اساسی در بهبود روش‌های تفسیر و پردازش داده‌های گرانی است. هرچند بزرگترین عیب این فیلترها حساسیت آن‌ها به نوفه است. در این پژوهش با استفاده از ترکیب دو روش تفاضل محدود و فیلتر گسترش رو به بالا یک روش جدید و توانمند برای محاسبه مشتق قائم میدان گرانی که از پایداری بیشتری در برابر نوفه برخوردار است به منظور تولید مشتقات قائم پایدار و طراحی فیلترهای تعیین لبه معرفی و استفاده می‌گردد. بدین منظور ابتدا با استفاده از داده‌های گرانی مصنوعی آلوده به ۳ و ۶ درصد نوفه گاوسی توانایی این تکنیک و سایر روش‌های مرسوم محاسبه مشتق قائم میدان گرانی مورد بررسی قرار گرفته و پس از تایید نظری، توانمندی این روش و سایر روش‌های محاسبه مشتق قائم به همراه فیلترهای تعیین لبه‌ها مانند زاویه تیلت افقی (TDX) و فیلتر تابع پله‌ای هوی‌ساید مشتق قائم (HSV) بر روی داده‌های گرانی معدن سنگ آهن جلال‌آباد زرنند، واقع در استان کرمان نیز مورد آزمایش و بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده از مدل‌های گرانی مصنوعی و داده‌های میدانی، توانایی این تکنیک را در کاهش تاثیر نوفه در نقشه‌های گرادیان قائم و ترسیم بهتر لبه‌های چشمه‌های گرانی با فیلترهای تعیین لبه زاویه تیلت افقی و تابع پله‌ای هوی‌ساید مشتق قائم نمایش می‌دهد.

واژگان کلیدی

مشتق قائم پایدار
ادامه فراسو
تفاضل محدود
تبدیل فوریه
داده گرانی

۱- مقدمه

های مصنوعی در نظر گرفته شده است. ابتدا داده‌های یک مدل گرانی مصنوعی تولید شده از سه منشور مدفون با چگالی و عمق‌های متفاوت و آلوده به ۳ و ۶ درصد نوفه گاوسی بررسی گردیده و سپس در ادامه نیز این فیلترها بر روی داده‌های میدانی معدن سنگ آهن جلال آباد زرند، استان کرمان اعمال و با یکدیگر مقایسه گردیده است. همچنین به منظور تایید توانمندی و قابلیت روش‌های محاسبه مشتق قائم در تعیین موقعیت افقی ساختارهای مدفون، از این روش‌ها در دو فیلتر تعیین لبه چشمه-های گرانی (فیلتر زاویه تیلر افقی (Cooper & Cowan, 2006) و فیلتر تابع پله‌ای هوی‌ساید (Pham, 2021) که در رابطه اصلی آن‌ها مشتق قائم میدان گرانی وجود دارد استفاده شده است. هدف اصلی این پژوهش ضمن مقایسه روش‌های محاسبه مشتق قائم در شرایط نوفه‌ای، معرفی یک روش مورد اطمینان و دقیق برای محاسبه مشتقات قائم پایدار داده‌های گرانی آلوده به نوفه است.

۲- محاسبه مشتق قائم گرانی

اساس روش تفاضل محدود استفاده از بسط تیلور حول نقطه $z = z_0$ می‌باشد. معادله کلاسیک این روش با درجه k برابر است با (Oliveira and Pham, 2022):

$$f(z_i) = \sum_{j=0}^k \frac{1}{j!} \frac{\partial f(z_0)}{\partial z^j} (z_i - z_0)^j + O(\Delta z^{k+1}) \quad (1)$$

در رابطه (۱)، z_i نقطه مشاهده‌ای مرجع برابر با $\Delta z, z_0 + \alpha_i \Delta z$ تغییرات ارتفاعی کوچک و α_i فاصله نمونه‌برداری است. لازم به ذکر است در رابطه فوق، عبارت باقی‌مانده $O(\Delta z^{k+1})$ هنگامی که $\frac{\partial^{k+1} f}{\partial z^{k+1}}$ کران‌دار باشد مقدار تابع Δz^{k+1} به صفر نزدیک می‌شود. برای محاسبه مشتق قائم میدان گرانی می‌توانیم بر مبنای n نمونه مختلف از میدان گرانی $f(z_1)$ تا $f(z_n)$ یک تقریب بر اساس تفاضل محدود و رابطه (۱) داشته باشیم (Oliveira and Pham, 2022). این رابطه برای میدان گرانی به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\sum_{i=1}^n c_i f(z_i) = \sum_{j=0}^k \frac{1}{j!} \frac{\partial f(z_0)}{\partial z^j} \sum_{i=1}^n c_i (z_i - z_0)^j + O(\Delta z^{k+1}) \quad (2)$$

در معادله (۲)، f میدان گرانی در جهت محور قائم و متغیر n به عنوان طول الگو تعریف می‌شود. ضرایب c_i باید طوری انتخاب شوند که جمع داخلی در سمت راست (به استثنای $j = 1$) بدون تاثیر گردد، از اینرو داریم:

$$\sum_{i=1}^n c_i (z_i - z_0)^j = \begin{cases} 0 & 0 \leq j \leq k, j \neq 1 \\ \Delta z & j = 1 \end{cases} \quad (3)$$

با استفاده از رابطه (۳)، مجدد معادله (۲) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\sum_{i=1}^n c_i f(z_i) = \frac{\partial f(z_0)}{\partial z} \Delta z + O(\Delta z^{k+1}) \quad (4)$$

در رابطه (۴) مقدار $\frac{\partial f(z_0)}{\partial z}$ برابر است با:

$$\frac{\partial f(z_0)}{\partial z} = \frac{1}{\Delta z} \sum_{i=1}^n c_i f(z_0 + \alpha_i \Delta z) + O(\Delta z^k) \quad (5)$$

مشتق قائم میدان گرانی از نقشی اساسی در طراحی فیلترهای تعیین لبه و معرفی برخی روش‌های محاسبه عمق (اتوماتیک و نیمه‌اتوماتیک) به منظور پردازش و تفسیر داده‌های گرانی برخوردار است (Blakely, 1996؛ ابراهیم‌زاده اردستانی، ۱۳۸۹؛ Toktay, 2022؛ Alvandi and Ghanati, 2023). مشتق قائم میدان گرانی با استفاده از روش‌های المان محدود، بی‌اسپلاین (B-splines) و المان‌های مرزی در دامنه فضایی و یا به کمک روش تبدیل فوریه (FFT) در دامنه فرکانسی (Blakely, 1996) محاسبه می‌گردد (Gang and Lin., 2018). هرچند این روش فقط قادر به تعیین موقعیت افقی و جانبی ساختارهای کم عمق بوده و در شرایط نوفه‌ای نیز از توانایی مناسبی برای تعیین موقعیت چشمه‌های مدفون گرانی برخوردار نیست (Baniamerian et al., 2018). برای کاهش تاثیر نوفه در داده‌های گرانی معمولاً از فیلترهای کاهش نوفه مانند فیلترهای پایین‌گذر، روش ادامه فراسو یا گسترش رو به بالا، فیلتر میانگین غیرمحملی بهبود یافته (modified non local means) و.. استفاده می‌گردد (Ai et al., 2023). به همین دلیل و به منظور پایداری و دقت بیشتر در پردازش و تفسیر داده‌های گرانی و محاسبه مشتقات درجه اول و دوم قائم گرانی، در سال‌های اخیر برخی پژوهشگران به کمک ترکیب فیلتر ادامه فراسو با سایر توابع و تکنیک‌های محاسباتی، مشتق قائم میدان گرانی را محاسبه و فیلترهای مناسب‌تری مانند ادامه فروسو، تعیین لبه و.. تولید نموده‌اند (Oliveira and Pham, 2022). به عنوان مثال Florio و همکاران (۲۰۰۶) با استفاده از فیلتر ادامه فراسو یک تقریب از مشتق قائم دامنه سیگنال تحلیلی با عنوان روش تفاضل پسرو (BD) (backward difference) برای بهبود و افزایش دقت روش محبوب نیمه اتوماتیک دیکانولوشن اوپلر سه‌بعدی ارائه نموده‌اند. برای تعیین موقعیت افقی و مرز چشمه‌های مدفون میدان پتانسیل با عمق‌های متفاوت (ساختارهای پیچیده)، ترکیبی از مشتق قائم میدان گرانی با دامنه سیگنال تحلیلی سه‌بعدی توسط Tatchum و همکاران (۲۰۱۱) ارائه شده است. در سال ۲۰۲۰، توسط Nguyen و Tran با استفاده از بسط تیلور و فیلتر ادامه فراسو روشی ترکیبی تحت عنوان روش بسط تیلور-ادامه فراسو (TS-UC) برای محاسبه مشتق قائم میدان گرانی و مغناطیسی به منظور بهبود عملکرد فیلتر ادامه فروسو تولید و معرفی شده است. به منظور افزایش کیفیت و دقت در پردازش داده‌های گرانی حاوی نوفه، توسط Oliveira و Pham (۲۰۲۲) یک رابطه پایدار و توانمند با استفاده از ترکیب دو روش تفاضل محدود و فیلتر گسترش رو به بالا تحت عنوان روش تفاضل محدود-ادامه فراسو (FD-UC) برای محاسبه مشتق قائم داده‌های میدان پتانسیل معرفی شده است. این فیلتر در مقایسه با سایر روش‌های محاسبه مشتق قائم قادر است با دقت و کیفیت بیشتری مشتقات قائم میدان پتانسیل را در شرایط نوفه‌ای محاسبه و نقشه موقعیت افقی ساختارهای مدفون را ترسیم نماید (Oliveira and Pham, 2022).

در این پژوهش به منظور بررسی توانایی و قابلیت روش‌های اشاره شده (دامنه فرکانسی، تفاضل پسرو، بسط تیلور-ادامه فراسو و تفاضل محدود-ادامه فراسو) برای محاسبه مشتق قائم میدان گرانی دو سناریو برای داده-

و همکاران. (۲۰۰۶) برای محاسبه مشتق قائم میدان پتانسیل معرفی گردیده است.

$$\frac{\partial f(z_0)}{\partial z} = \frac{f(z_0) - f(z_0 - \Delta z)}{\Delta z} + O(\Delta z) \quad (۱۱)$$

۳- مطابق با روش Tran و Nguyen (۲۰۲۰)، می‌توان تقریب‌های تفاضل محدود از مرتبه $O(\Delta z^k)$ را نیز استخراج نمود. همچنین تقریب‌هایی را برای مشتقات عمودی مرتبه ۲ تا k بدست آورد، در حالی که روش FD-UC فقط اولین مشتق عمودی میدان گرانی را محاسبه می‌نماید. ضمناً معادله Tran و Nguyen (۲۰۲۰) برای $\frac{\partial f}{\partial z}$ را نیز می‌توان با استفاده از روش FD-UC با انتخاب β با برابر با صفر به دست آورد.

۴- روش ارائه شده در معادله (۱۰) برابر با روش تفاضل محدود پسرو (معادله ۱۱) برای داده‌های گسترش یافته به سمت بالا به اندازه $h = \beta \Delta z$ است. از سوی دیگر، رابطه پیشنهادی (معادله ۶) برابر با معادله (۱۲) برای داده‌های گسترش یافته به سمت بالا به اندازه h نیست. بنابراین با استفاده از معادله (۱۲) با ادامه h به سمت بالا، تقریبی از مرتبه چهارم مشتق قائم میدان گرانی در $z = (z_0 - h)$ به دست می‌آید.

$$\frac{\partial f(z_0)}{\partial z} = \frac{25f(z_0) - 48f(z_0 - \Delta z) + 36f(z_0 - 2\Delta z) - 16f(z_0 - 3\Delta z) + 3f(z_0 - 4\Delta z)}{12\Delta z} + O(\Delta z^4) \quad (۱۲)$$

۵- برای محاسبه مشتق قائم در دامنه فرکانسی از رابطه ذیل استفاده می‌گردد (Blakely, 1996):

$$\frac{\partial f}{\partial z} = F^{-1}[[K|F[f]]] \quad (۱۳)$$

در رابطه (۱۳)، F تبدیل فوریه و K عدد موج است. ۶- در رابطه پیشنهادی برای محاسبه مشتق قائم (روش تفاضل محدود-ادامه فراسو) هنگامی که Δz بین $\Delta x/10$ و $\Delta x/5$ در نظر گرفته می‌شود، حساسیت روش به نوفه کمتر خواهد بود (Oliveira and Pham, 2022). روندنمای استفاده از روش‌های محاسبه مشتق قائم و فیلترهای تعیین لبه با استفاده از داده‌های مصنوعی آلوده به نوفه و بی‌هنجاری گرانی محدوده جلال آباد در شکل (۱) نمایش داده شده است.

به منظور پایداری معادله (۵)، Oliveira و Pham (۲۰۲۲)، استفاده از رابطه $\alpha_i = -(\beta + i - 1)$ پیشنهاد نمودند. در این رابطه β یک پارامتر ثابت مثبت و پایداری ساز است که تضمین می‌کند میدان پتانسیل گرانی حداقل به ارتفاع $h = \beta \Delta z$ رو به بالا گسترش دارد و کمتر به نوفه حساس است. با توجه به پیشنهاد Oliveira و Pham (۲۰۲۲) از تقریب مرتبه چهارم ($k=4$) برای محاسبه رابطه (۵) استفاده می‌نماییم. دلیل استفاده از این تقریب پایدار شدن رابطه (۶) و کاهش حساسیت به نوفه است.

$$\frac{\partial f(z_0)}{\partial z} = \frac{c_1 f(z_1) + c_2 f(z_2) + c_3 f(z_3) + c_4 f(z_4) + c_5 f(z_5)}{\Delta z} + O(\Delta z^4), \quad z_i = z_0 - \beta \Delta z - (i - 1)\Delta z \quad (۶)$$

ضرایب $c_1 \dots c_5$ با فرض $k=4$ و $n=5$ از معادله (۳) به دست می‌آیند. از اینرو سیستم خطی زیر بوجود می‌آید:

$$\begin{cases} c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 = 0 \\ c_1 \alpha_1 \Delta z + c_2 \alpha_2 \Delta z + c_3 \alpha_3 \Delta z + c_4 \alpha_4 \Delta z + c_5 \alpha_5 \Delta z = \Delta z \\ c_1 \alpha_1^2 \Delta z^2 + c_2 \alpha_2^2 \Delta z^2 + c_3 \alpha_3^2 \Delta z^2 + c_4 \alpha_4^2 \Delta z^2 + c_5 \alpha_5^2 \Delta z^2 = 0 \\ c_1 \alpha_1^3 \Delta z^3 + c_2 \alpha_2^3 \Delta z^3 + c_3 \alpha_3^3 \Delta z^3 + c_4 \alpha_4^3 \Delta z^3 + c_5 \alpha_5^3 \Delta z^3 = 0 \\ c_1 \alpha_1^4 \Delta z^4 + c_2 \alpha_2^4 \Delta z^4 + c_3 \alpha_3^4 \Delta z^4 + c_4 \alpha_4^4 \Delta z^4 + c_5 \alpha_5^4 \Delta z^4 = 0 \end{cases} \quad (۷)$$

پاسخ سیستم خطی بالا با جایگذاری جمله $\alpha_i = -(\beta + i - 1)$ و حذف Δz ، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\begin{cases} c_1 = (2\beta^3 + 15\beta^2 + 35\beta + 25)/12. \\ c_2 = (-8\beta^3 - 54\beta^2 - 104\beta - 48)/12. \\ c_3 = (12\beta^3 + 72\beta^2 + 114\beta + 36)/12. \\ c_4 = (-8\beta^3 - 42\beta^2 - 56\beta - 16)/12. \\ c_5 = (2\beta^3 + 9\beta^2 + 11\beta + 3)/12. \end{cases} \quad (۸)$$

باتوجه به روش پیشنهادی این پژوهش و سایر روش‌های محاسبه مشتق قائم میدان گرانی، بررسی و ارائه چند مورد از خواص این روش ضروری به نظر می‌آید:

۱- اگر $n = 2, k = 1$ و پایداری ساز رابطه برابر $\alpha_i = -(\beta + i - 1)$ باشد. سیستم خطی زیر پس از حذف Δz ایجاد می‌گردد:

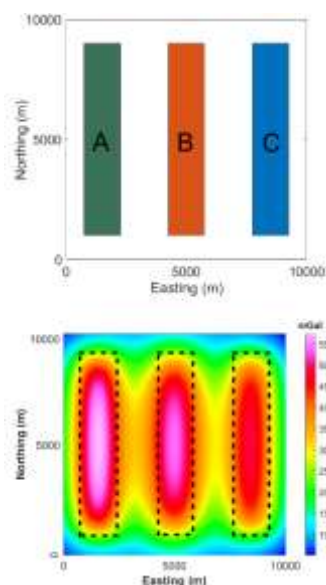
$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 0. \\ c_1(-\beta) + c_2(-\beta - 1) = 1. \end{cases} \quad (۹)$$

پاسخ c_1 و c_2 برابر با ۱ و -۱ است که به مقدار β وابستگی ندارد (بتا یک پارامتر مثبت است). از اینرو داریم:

$$\frac{\partial f(z_0)}{\partial z} = \frac{f(z_0 - \beta \Delta z) - f(z_0 - \beta \Delta z - \Delta z)}{\Delta z} + O(\Delta z) \quad (۱۰)$$

معادله بالا همان رابطه ارائه شده توسط Tatchum و همکاران. (۲۰۱۱) برای محاسبه مشتق قائم میدان گرانی است.

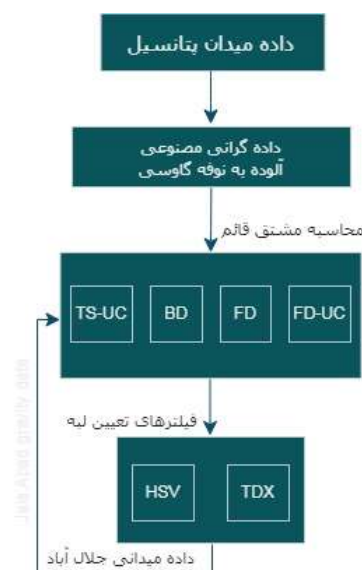
۲- اگر مقدار β برابر با صفر در نظر گرفته شود. معادله زیر که همان روش تفاضل محدود پسرو است ایجاد می‌گردد. این روش توسط Florio



شکل ۲: الف) نمایش دوبعدی مدل گرانی و موقعیت افقی سه چشمه مصنوعی مدفون با برچسب A، B و C؛ ب) بی‌هنجاری گرانی تولید شده از سه منشور مدفون بر حسب mGal و عاری از نوفه (لبه‌های دقیق چشمه‌های مصنوعی با نقطه‌چین سیاه نمایش داده شده است)

جدول ۱: پارامترهای چگالی و هندسی مدل گرانی مصنوعی

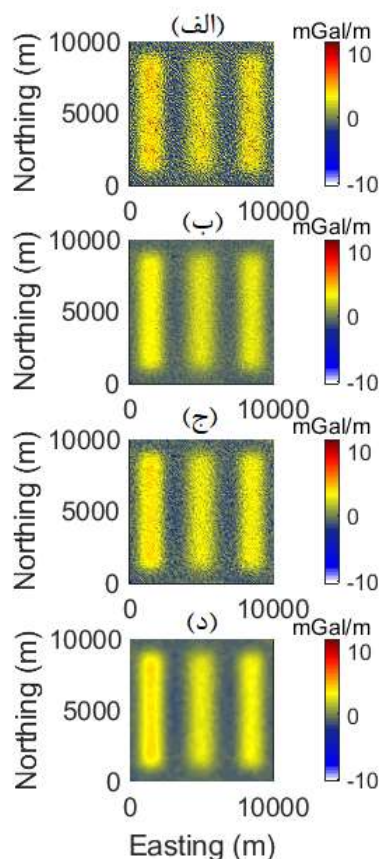
پارامترها/برچسب منشور	A	B	C
چگالی (کیلوگرم بر متر مکعب)	۳۰۰۰	۳۵۰۰	۲۵۰۰
طول (متر)	۸۰۰۰	۸۰۰۰	۸۰۰۰
عرض (متر)	۱۵۰۰	۱۵۰۰	۱۵۰۰
عمق بالا (متر)	۵۰۰	۸۰۰	۵۰۰
ضخامت (متر)	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰



شکل ۱: روندنمای استفاده از روش‌های محاسبه مشتق قائم و روش‌های تعیین لبه با استفاده از داده‌های مصنوعی آلوده به نوفه و بی‌هنجاری گرانی محدوده جلال آباد

۳- مدل مصنوعی

در این بخش توانایی روش‌های محاسبه مشتق قائم با استفاده از یک مدل گرانی مصنوعی متشکل از سه منشور مدفون با چگالی‌های متفاوت آزمایش شده است. پارامترهای مدل مصنوعی در جدول (۱) ارائه شده است. مدل دوبعدی ساختار مصنوعی به همراه بی‌هنجاری گرانی تولید شده بر حسب میلی‌گال در شکل (۲) نمایش داده شده است. به منظور ساده‌سازی محاسبات، هر دو مقدار Δx و Δy مساوی در نظر گرفته شده و مدل گرانی مصنوعی در یک شبکه منظم $10 \text{ km} \times 10 \text{ km}$ در جهت شمال-جنوب و شرق-غرب با فاصله نمونه‌برداری یک کیلومتر با استفاده از فرمول ارائه شده توسط Rao و همکاران (۱۹۹۰) در محیط برنامه MATLAB تولید شده است. از آنجا که هدف اصلی در تولید مدل‌های مصنوعی بررسی توانایی و پایداری روش‌های مشتق قائم میدان گرانی در برابر نوفه است، مدل مصنوعی تولید شده را به نوفه گاوسی با انحراف استاندارد ۳ و ۶ درصد ماکزیمم دامنه بی‌هنجاری آلوده نموده‌ایم. نتایج استفاده از روش‌های مختلف محاسبه مشتق قائم شامل روش مرسوم دامنه فرکانسی (معادله ۱۳)، روش تفاضل پسرو (با استفاده از معادله ۱۱) و با در نظر گرفتن $\Delta z = 2\Delta x$ ، روش بسط تیلور-ادامه فراسو (با استفاده از معادله ۱۲) و با در نظر گرفتن $\Delta z = 2\Delta x$ ، و روش تفاضل محدود-ادامه فراسو (با استفاده از معادله ۶) و با در نظر گرفتن $\beta = 50$ و $\Delta z = \Delta x/10$ ، در شکل (۳) به ترتیب نمایش داده شده است. باتوجه به پیشنهاد Oliveira و Pham (۲۰۲۲) مقدار بتا در این پژوهش برای داده‌های مصنوعی و میدانی مقدار ۵۰ فرض شده است. متغیر بتا می‌تواند بین ۳۰ تا ۵۰ و با تشخیص مفسر انتخاب گردد.

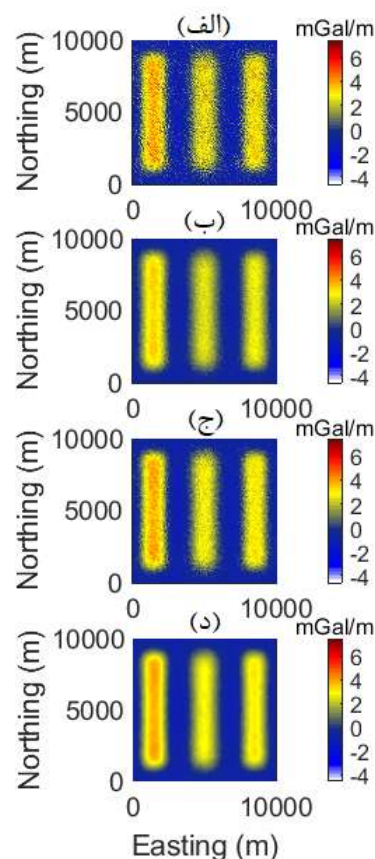


شکل ۴: محاسبه مشتق قائم داده‌های گرانی مصنوعی با ۶ درصد نوفه گاوسی با روش: (الف) دامنه فرکانسی، (ب) تفاضل پسرو، (ج) بسط تیلور-ادامه فراسو، (د) تفاضل محدود-ادامه فراسو

در شکل (۴) موقعیت هر سه چشمه A، B و C با روش‌های محاسبه مشتق قائم دامنه فرکانسی، تفاضل پسرو، بسط تیلور-ادامه فراسو، و تفاضل محدود-ادامه فراسو تعیین شده است. هرچند محاسبه مشتق قائم در دامنه فرکانسی از نوفه گاوسی تاثیر بیشتری پذیرفته و روش تفاضل محدود-ادامه فراسو تاثیرپذیری کمتری از نوفه نسبت به دو روش بر مبنای تفاضل محدود دارد. در نقشه ۴-الف مرز افقی چشمه‌های مدفون به صورت هاله‌ای ترسیم گردیده و شکل ۴-د مرز افقی چشمه‌های مدفون با تفکیک‌پذیری و به دور از مرزهای جعلی و ناقص ترسیم شده است.

۴- فیلترهای تعیین لبه

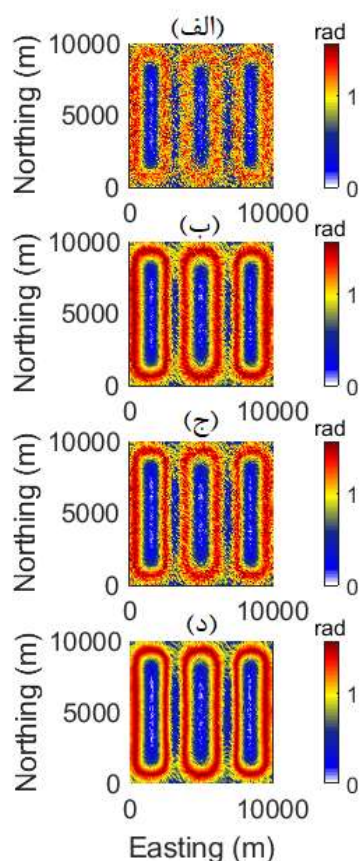
فیلترهای تعیین لبه نقشه‌ای اساسی در پردازش داده‌های گرانی و مغناطیسی ایفا می‌نمایند (Alvandi et al., 2022a). در این بخش توانایی و کیفیت روش پیشنهادی (معادله ۶) و سایر روش‌های محاسبه مشتق قائم با استفاده از فیلترهای تعیین لبه که در رابطه اصلی آن‌ها مشتق قائم میدان گرانی وجود دارد برای داده‌های آلوده به نوفه گاوسی مورد بررسی و آزمایش قرار خواهد گرفت. فیلتر زاویه تیلت افقی برای



شکل ۳: محاسبه مشتق قائم داده‌های گرانی مصنوعی با ۳ درصد نوفه گاوسی با روش: (الف) دامنه فرکانسی، (ب) تفاضل پسرو، (ج) بسط تیلور-ادامه فراسو، (د) تفاضل محدود-ادامه فراسو

در شکل (۳) موقعیت هر سه چشمه A، B و C با روش‌های محاسبه مشتق قائم دامنه فرکانسی، تفاضل پسرو، بسط تیلور-ادامه فراسو، و تفاضل محدود-ادامه فراسو برحسب میلی‌گال بر متر تعیین شده است. البته نقشه مشتق قائم در دامنه فرکانسی از نوفه تاثیر بیشتری پذیرفته و لبه‌های چشمه‌های مدفون به صورت هاله‌ای ترسیم شده است. ضمناً نقشه به دست آمده از روش تفاضل محدود-ادامه فراسو تاثیرپذیری کمتری از نوفه نسبت به روش‌های تفاضل پسرو و بسط تیلور-ادامه فراسو دارد. در این نقشه مرز افقی چشمه‌ها با کیفیت و تفکیک‌پذیری بیشتری قابل مشاهده است.

به منظور بررسی بهتر و دقیق‌تر توانایی و کیفیت روش‌های محاسبه مشتق قائم در برابر نوفه، در ادامه داده‌های مصنوعی به نوفه گاوسی با انحراف استاندارد ۶ درصد ماکزیمم دامنه بی‌هنجاری آلوده شده است. نتایج استفاده از روش‌های مختلف محاسبه مشتق قائم در شکل (۴) همزمان با افزایش نوفه گاوسی نمایش داده شده است.



شکل ۵: محاسبه زاویه تیلت افقی برای داده‌های گرانی مصنوعی با ۳ درصد نوفه گاوسی با استفاده از روش: (الف) دامنه فرکانسی، (ب) تفاضل پسرو، (ج) بسط تیلور-ادامه فراسو، (د) تفاضل محدود-ادامه فراسو

در ادامه مانند بخش محاسبه مشتقات قائم میدان گرانی، به منظور بررسی بهتر و دقیق‌تر روش‌های محاسبه مشتق قائم در برابر نوفه، داده‌های مدل مصنوعی به نوفه گاوسی با انحراف استاندارد ۶ درصد ماکزیمم دامنه بی‌هنجاری آلوده شده است. نتایج تعیین لبه سه چشمه مدفون با روش TDX و به کمک فیلترهای مختلف محاسبه مشتق قائم شامل روش مرسوم دامنه فرکانسی، روش تفاضل پسرو، روش بسط تیلور-ادامه فراسو، و روش تفاضل محدود-ادامه فراسو در شکل (۶) به ترتیب نمایش داده شده است.

تعیین موقعیت افقی داده‌های میدان پتانسیل توسط Cowan و Cooper (۲۰۰۶) معرفی گردیده است (Alvandi et al., 2022b). این فیلتر تعیین لبه به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$TDX = \text{atan} \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}}{\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|} \right)$$

(۱۴)

به منظور متعادل نمودن سیگنال‌های مختلف حاصل از منابع مدفون با عمق‌های متفاوت، فیلتر تعیین لبه تابع هوی‌ساید مشتق قائم میدان گرانی معرفی شده است (Pham, 2021). رابطه اصلی این فیلتر به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$HSV = \sqrt{\left(\frac{\partial HV}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial HV}{\partial y}\right)^2}$$

(۱۵)

که مقدار HV از رابطه (۱۶) محاسبه می‌گردد:

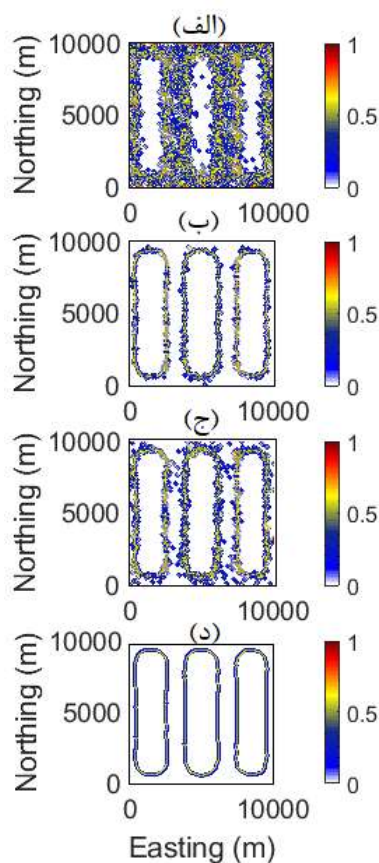
$$HV = 0.5 \times \left(\text{sign} \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right) + 1 \right)$$

(۱۶)

۴-۱- فیلتر زاویه تیلت افقی (TDX)

در این بخش کیفیت فیلتر تعیین لبه TDX بر روی داده‌های گرانی آلوده به نوفه گاوسی با انحراف استاندارد ۳ و ۶ درصد ماکزیمم دامنه بی-هنجاری مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

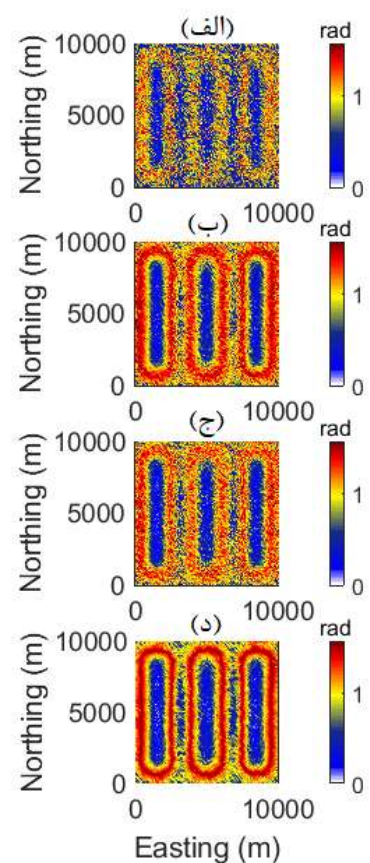
در شکل (۵) موقعیت هر سه چشمه A، B و C با استفاده از ماکزیمم دامنه فیلتر TDX و به کمک روش‌های محاسبه مشتق قائم دامنه فرکانسی، تفاضل پسرو، بسط تیلور-ادامه فراسو، و تفاضل محدود-ادامه فراسو با داده‌های مصنوعی آلوده به ۳ درصد نوفه تعیین شده است. هرچند در شکل (۵-الف)، نقشه تعیین لبه به دست آمده به کمک مشتق قائم در دامنه فرکانسی از نوفه تاثیر بیشتری پذیرفته است. همانطور که انتظار داریم، نقشه تعیین لبه به دست آمده از مشتق قائم حاصل از روش تفاضل محدود-ادامه فراسو تاثیرپذیری کمتری از نوفه نسبت به روش‌های تفاضل پسرو و بسط تیلور-ادامه فراسو دارد. تعیین لبه چشمه‌های مدفون با استفاده از ترکیب فیلتر TDX و روش تفاضل محدود-ادامه فراسو از تفکیک‌پذیری بیشتر و ماکزیمم دامنه نقشه به خوبی لبه سه چشمه را تعیین نموده است.



شکل ۷: تعیین مرز افقی با فیلتر تابع هوی‌ساید برای داده‌های گرانی مصنوعی با ۳ درصد نوفه گاوسی با استفاده از روش: (الف) دامنه فرکانسی، (ب) تفاضل پسرو، (ج) بسط تیلور-ادامه فراسو، (د) تفاضل محدود-ادامه فراسو

در شکل (۷) موقعیت هر سه چشمه A، B و C با استفاده از ماکزیمم دامنه فیلتر HSV و به کمک روش‌های محاسبه مشتق قائم دامنه فرکانسی، تفاضل پسرو، بسط تیلور-ادامه فراسو، و تفاضل محدود-ادامه فراسو با داده‌های مصنوعی آلوده به ۳ درصد نوفه تعیین شده است. البته در شکل (۷-الف)، نقشه تعیین لبه به دست آمده به کمک مشتق قائم در دامنه فرکانسی از نوفه تاثیر بیشتری پذیرفته است. همانطور که انتظار داریم، نقشه تعیین لبه به دست آمده از مشتق قائم حاصل از روش تفاضل محدود-ادامه فراسو تاثیرپذیری کمتری از نوفه نسبت به روش‌های تفاضل پسرو و بسط تیلور-ادامه فراسو دارد. این نقشه بدون ترسیم مرزهای جعلی و اضافی موقعیت سه چشمه مدفون را تعیین نموده است. در این نقشه به خوبی کیفیت و توانایی روش تفاضل محدود-ادامه فراسو به کمک فیلتر تابع هوی‌ساید مشخص شده است.

در ادامه به منظور بررسی بهتر و دقیق‌تر توانایی و کیفیت فیلترهای تعیین مرز افقی در برابر نوفه، داده‌ها به نوفه گاوسی با انحراف استاندارد ۶ درصد ماکزیمم دامنه بی‌هنجاری آلوده شده است. نتایج تعیین لبه با



شکل ۶: محاسبه زاویه تیلت افقی برای داده‌های گرانی مصنوعی با ۳ درصد نوفه گاوسی با استفاده از روش: (الف) دامنه فرکانسی، (ب) تفاضل پسرو، (ج) بسط تیلور-ادامه فراسو، (د) تفاضل محدود-ادامه فراسو

در شکل (۶) موقعیت هر سه چشمه A، B و C با فیلتر تعیین لبه زاویه تیلت افقی مشخص شده است. هرچند تولید فیلتر TDX در دامنه فرکانسی از نوفه تاثیر بیشتری پذیرفته و فیلتر تولید شده با روش تفاضل محدود-ادامه فراسو تاثیرپذیری کمتری از نوفه نسبت به دو روش بر مبنای تفاضل محدود دارد. تعیین لبه سه چشمه در نقشه ۶-الف به سختی امکان پذیر بوده و لبه‌های تعیین شده به کمک ترکیب فیلتر TDX و روش تفاضل محدود-ادامه فراسو در شکل ۶-د از کیفیت و شفافیت بیشتری در مقایسه با سه نقشه دیگر برخوردار است.

۲-۴- فیلتر تابع هوی‌ساید (HSV)

در این بخش کیفیت فیلتر تعیین لبه HSV بر روی داده‌های گرانی آلوده به نوفه گاوسی با انحراف استاندارد ۳ و ۶ درصد ماکزیمم دامنه بی-هنجاری مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

جدول ۲: مقادیر RMSE بین نقشه‌های تعیین لبه (زاویه تیلت افقی و تابع هوی‌ساید) و نقشه دوبعدی مدل مصنوعی

RMSE		زاویه تیلت افقی	تابع هوی‌ساید
مدل اول (۳ درصد نوفه)	نقشه	۲/۳۵:FD	۲/۴۵:FD
	مدل دوبعدی	۱/۸۴:BD	۱/۹۲:BD
		۲/۰۳:TS-UC	۲/۲۳:TS-UC
		۱/۰۵:FD-UC	۱/۱۴:FD-UC
مدل دوم (۶ درصد نوفه)	نقشه	۳/۵۴:FD	۳/۷۵:FD
	مدل دوبعدی	۱/۳۲:BD	۱/۴۲:BD
		۱/۴۶:TS-UC	۱/۶۵:TS-UC
		۰/۸۹:FD-UC	۰/۹۵:FD-UC

باتوجه به نتایج به دست آمده از جدول (۲) به وضوح مشخص است که روش تفاضل محدود-ادامه فراسو در کاهش نوفه در داده‌های گرانی و فیلتر تابع هوی‌ساید در تعیین لبه ساختارهای مدفون از کیفیت و توانایی لازم برخوردار است.

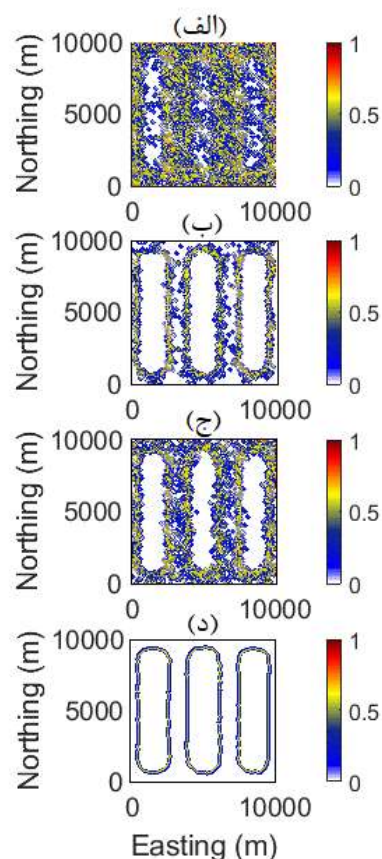
۵-مدل میدانی

در این بخش توانایی و کیفیت روش‌های محاسبه مشتق قائم و فیلترهای تعیین لبه با استفاده از روش‌های محاسبه مشتق قائم، بر روی داده‌های گرانی محدوده شمالی معدن سنگ آهن جلال آباد زرنند، کرمان مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است.

۵-۱- موقعیت جغرافیایی و زمین‌شناسی منطقه

معدن سنگ آهن جلال آباد زرنند یکی از ذخایر بزرگ سنگ آهن ایران می باشد که در استان کرمان و در فاصله ۳۵ کیلومتری شمال غرب شهرستان زرنند واقع شده است. منطقه مورد مطالعه در این پژوهش در شمال محدوده معدن آهن جلال‌آباد شهرستان زرنند و در بین طول‌های شرقی ۴۴۳۶۰۰ تا ۴۴۵۴۰۰ و عرض‌های شمالی ۳۴۳۲۸۰۰ تا ۳۴۳۵۰۰۰ در سیستم مختصات UTM در زون R40 قرار گرفته است (ژولیده‌سر و همکاران، ۱۳۹۹). نقشه زمین‌شناسی ساده محدوده مورد مطالعه با مستطیل قرمز در شکل (۹) نمایش داده شده است (یوسفی-طیلس و آقاجانی، ۱۳۹۷؛ ژولیده‌سر و همکاران، ۱۳۹۹). زمین‌شناسی منطقه معدنی جلال آباد عمدتاً مربوط به قبل از دوران پالئوزوئیک و پالئوزوئیک تحتانی است و جایگاه ساختاری آن مربوط به بلوک ایران مرکزی است که از طرف شرق و شمال شرق به گسل بزرگ کوهبنان و از طرف غرب و جنوب غرب به گسل داوران محدود می شود. سنگ‌های ولکانیک و رسوبی، سنگ‌های میزبان محدوده مورد مطالعه است. کانسار اصلی محدوده جلال‌آباد، منیتیت است که در اعماق بیشتر قرار گرفته و هماتیت به صورت ثانویه از اکسیداسیون منیتیت و در اعماق کمتر بوجود آمده است (ژولیده‌سر و مصطفایی، ۱۳۹۲). در محدوده مورد مطالعه دو برداشت مغناطیس‌سنجی و گرانی‌سنجی به منظور بررسی ساختارهای مدفون انجام شده است. نقشه بی‌هنجاری گرانی باقی‌مانده محدوده مورد مطالعه در شکل (۱۰) بر حسب میلی‌گال پس از تصحیحات گرانی نمایش

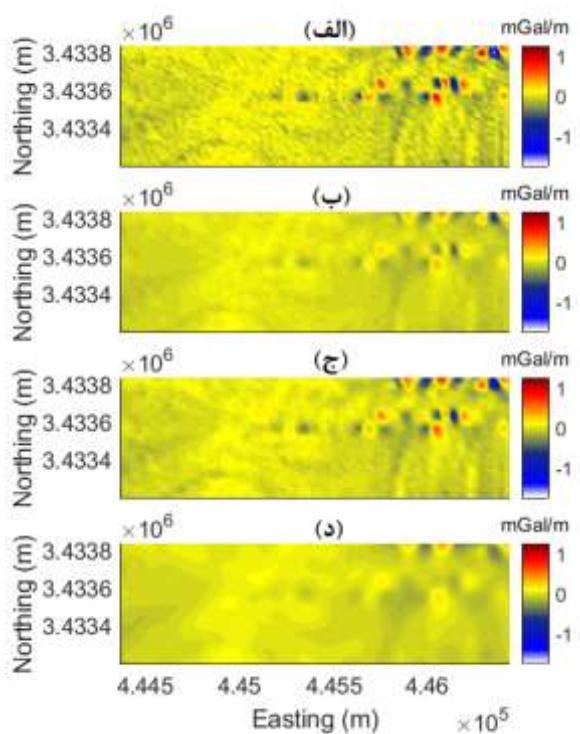
فیلتر تابع هوی‌ساید و به کمک روش‌های مختلف محاسبه مشتق قائم شامل روش مرسوم دامنه فرکانسی، روش تفاضل پسر، روش بسط تیلور-ادامه فراسو و روش تفاضل محدود-ادامه فراسو در شکل (۸) به ترتیب نمایش داده شده است.



شکل ۸: تعیین مرز افقی با روش تابع هوی‌ساید برای داده‌های گرانی مصنوعی با ۶ درصد نوفه گاوسی با استفاده از روش (الف) دامنه فرکانسی، (ب) تفاضل پسر، (ج) بسط تیلور-ادامه فراسو، (د) تفاضل محدود-ادامه فراسو

در شکل (۸) موقعیت هر سه چشمه A، B و C با فیلتر تعیین لبه HSV مشخص شده است. البته فیلتر HSV در دامنه فرکانسی از نوفه تاثیر بیشتری پذیرفته و فیلتر تولید شده با روش تفاضل محدود-ادامه فراسو تاثیرپذیری کمتری از نوفه نسبت به دو روش بر مبنای تفاضل محدود دارد. در شکل ۸-د و با وجود افزایش نوفه به خوبی کیفیت و توانایی روش تفاضل محدود-ادامه فراسو به کمک فیلتر تابع هوی‌ساید مشخص شده است.

به منظور بررسی دقیق‌تر و کمی فیلترهای کاهش نوفه داده‌های گرانی و ارزیابی توانایی فیلترهای تعیین لبه در تشخیص موقعیت افقی ساختارهای مدفون، مقادیر خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) بین نقشه‌های تعیین لبه و روش‌های مختلف کاهش نوفه داده‌های گرانی با مدل دوبعدی مصنوعی در جدول (۲) نمایش داده شده است.



شکل ۱۱: محاسبه مشتق قائم داده‌های گرانی محدوده مورد مطالعه با روش: (الف) دامنه فرکانسی، (ب) تفاضل پسر، (ج) بسط تیلور-ادامه فراسو، (د) تفاضل محدوده-ادامه فراسو

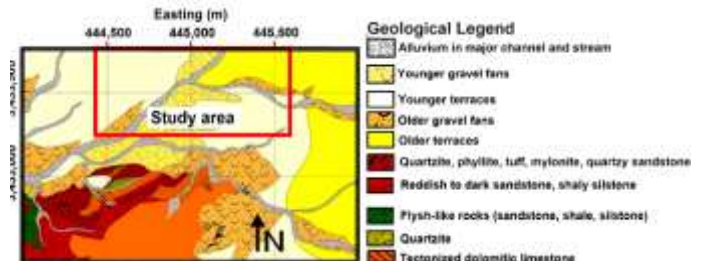
در شکل (۱۱) موقعیت و لبه کانسار آهن با روش‌های محاسبه مشتق قائم دامنه فرکانسی، تفاضل پسر، بسط تیلور-ادامه فراسو، و تفاضل محدوده-ادامه فراسو تعیین نشده است. لذا استفاده از فیلترهای تعیین لبه به منظور تعیین موقعیت ساختارهای مدفون کاملاً به ضروری به نظر می‌آید. در ادامه از دو فیلتر زاویه تیلت افقی و تابع هوی ساید به منظور تعیین موقعیت افقی کانسار آهن محدوده مورد مطالعه استفاده شده است.

۵-۳- نقشه TDX و HSV

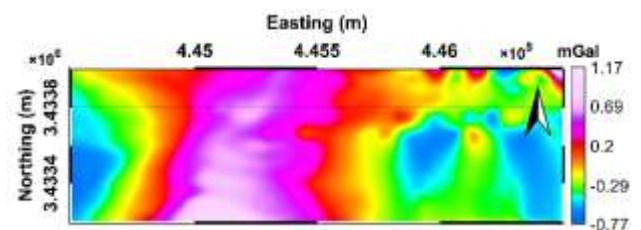
در این بخش ابتدا کیفیت فیلتر تعیین لبه TDX بر روی داده‌های گرانی محدوده مورد مطالعه مورد بررسی قرار گرفته است.

در شکل (۱۲) موقعیت ساختارهای مدفون با استفاده از ماکزیمم دامنه فیلتر TDX و به کمک روش‌های محاسبه مشتق قائم دامنه فرکانسی، تفاضل پسر، بسط تیلور-ادامه فراسو، و تفاضل محدوده-ادامه فراسو تعیین شده است. مرز ساختار اصلی در نقشه‌های ۱۲-الف، ب و ج مشخص نگردیده و اطلاعات به دست آمده از همبستگی کافی با نقشه گرانی باقی‌مانده برخوردار نیست. نقشه به دست آمده از ترکیب فیلتر زاویه تیلت افقی با روش تفاضل محدوده-ادامه فراسو مرز افقی ساختار الی را تعیین نموده است. باتوجه به اینکه یکی از معایب فیلتر TDX ترسیم مرزهای جعلی و نادرست است (Alvandi and Ardestani., 2023)

داده شده است. در نقشه بی‌هنجاری گرانی یک بی‌هنجاری با شدت کم مربوط به کانسار آهن قابل با روند شمالی-جنوبی مشاهده است (Alvandi et al., 2023).



شکل ۹: نقشه زمین‌شناسی محدوده مورد مطالعه (مستطیل قرمز رنگ محدوده برداشت داده گرانی را نشان می‌دهد)

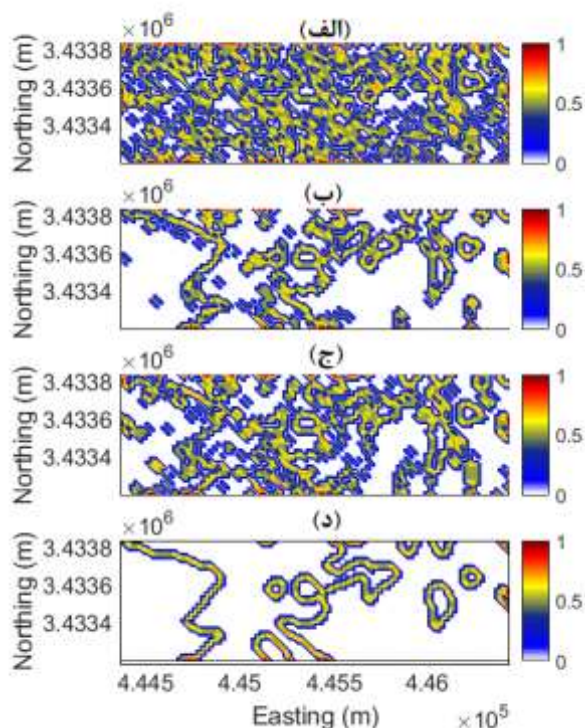


شکل ۱۰: نقشه بی‌هنجاری گرانی باقی‌مانده معدن جلال آباد بر حسب میلی‌گال

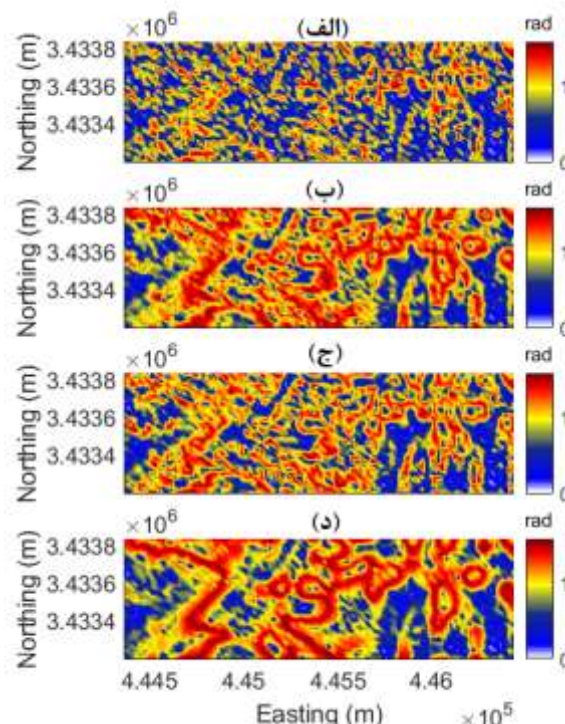
۵-۲- نقشه مشتق قائم

در این بخش نقشه محاسبه مشتق قائم با استفاده از روش دامنه فرکانسی، روش تفاضل پسر ($\Delta z = 2\Delta x$)، روش بسط تیلور-ادامه فراسو ($\Delta z = 2\Delta x$)، و روش تفاضل محدوده-ادامه فراسو ($\beta = 50$) و ($\Delta z = \Delta x/10$)، در شکل (۱۰) به ترتیب نمایش داده شده است.

استفاده از فیلتر تابع هوی‌ساید به منظور تولید یک نقشه با قدرت تفکیک مناسب و عاری از مرزهای جعلی کاملاً ضروری به نظر می‌آید.



شکل ۱۳: تعیین مرز افقی با روش تابع هوی‌ساید برای داده‌های گرانی میدانی با استفاده از روش: (الف) دامنه فرکانسی، (ب) تفاضل پسر، (ج) بسط تیلور-ادامه فراسو، (د) تفاضل محدود-ادامه فراسو



شکل ۱۴: محاسبه زاویه تیلت افقی برای داده‌های گرانی واقعی با استفاده از روش: (الف) دامنه فرکانسی، (ب) تفاضل پسر، (ج) بسط تیلور-ادامه فراسو، (د) تفاضل محدود-ادامه فراسو

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش روش‌های مختلف محاسبه مشتق قائم (دامنه فرکانسی، تفاضل پسر، بسط تیلور-ادامه فراسو و تفاضل محدود-ادامه فراسو) با استفاده از داده‌های مصنوعی آلوده به نوفه و داده‌های میدانی محدوده شمالی معدن سنگ آهن جلال آباد زرنند، کرمان مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. همچنین با ترکیب روش‌های محاسبه مشتق قائم با فیلترهای تعیین لبه، کیفیت فیلترهای TDX و HSV در برابر نوفه بهبود یافته است. بنابراین با استفاده از ترکیب دو روش تفاضل محدود و گسترش رو به بالا می‌توان نقشه‌های مشتقات قائم میدان گرانی و فیلترهای تعیین لبه را با تفکیک‌پذیری بهتر و نوفه کمتر تولید و ترسیم نمود.

۷- منابع

ابراهیم‌زاده اردستانی، و.، ۱۳۸۹، گرانی‌سنجی کاربردی، انتشارات دانشگاه تهران.

ژولیده‌سر، ف.، مرادزاده، ع. و دولتی‌ارده‌جانی، ف.، ۱۳۹۹، وارون‌سازی تُنک سه‌بعدی توام گرادیان متقاطع با استفاده از قید همواری برای داده‌های گرانی و مغناطیس کانسار آهن هماتیتی جلال‌آباد، نشریه مهندسی معدن، ۱۵(۴۹)، ۶۷-۸۷.

یوسفی‌طیلس، ع. و آقاجانی، ح.، ۱۳۹۷، کاربرد روش گرادیان کل نرمال

در شکل (۱۳) موقعیت کانسار آهن با استفاده از ماکزیمم دامنه فیلتر HSV و به کمک روش‌های محاسبه مشتق قائم دامنه فرکانسی، تفاضل پسر، بسط تیلور-ادامه فراسو، و تفاضل محدود-ادامه فراسو تعیین شده است. البته نقشه تعیین لبه به دست آمده به کمک مشتق قائم در دامنه فرکانسی از نوفه تأثیر بیشتری پذیرفته است. همانطور که انتظار داریم، نقشه تعیین لبه به دست آمده از مشتق قائم حاصل از روش تفاضل محدود-ادامه فراسو تأثیرپذیری کمتری از نوفه نسبت به روش‌های تفاضل پسر و بسط تیلور-ادامه فراسو دارد. این نقشه بدون ترسیم مرزهای جعلی و اضافی موقعیت کانسار آهن را تعیین نموده است. همچنین مرز تعیین شده از همبستگی بسیار خوبی با نقشه گرانی باقی‌مانده برخوردار بوده و روند شمالی-جنوبی کانسار آهن در نقشه تعیین لبه ترسیم شده است.

- Blakely, R. J., 1996, Potential theory in gravity and magnetic applications. Cambridge: Cambridge University Press.
- Cooper, G. R. J., and Cowan, D. R., 2006, Enhancing potential field data using filters based on the local phase. *Computers and Geosciences*, 32(10), 1585–1591.
- Florio, G., Fedi, M., and Pasteka, R., 2006, On the application of Euler deconvolution to the analytic signal. *Geophysics*, 71(6), L87–L93.
- Gang, Y, Lin, Z., 2018, An improved stable downward continuation of potential fields using a truncated Taylor series and regularized vertical derivatives method, *Journal of Geophysics and Engineering*, 15(5), 2001–2008.
- Oliveira, S.P. and Pham, L.T., 2022, A stable finite difference method based on upward continuation to evaluate vertical derivatives of potential field data. *Pure Appl Geophys* 179(12):4555–4566.
- Rao DB, Prakash MJ, Ramesh Babu N (1990) 3-D and 2 1/2-D modeling of gravity anomalies with variable density contrast. *Geophys Prospect* 38:411–422.
- Tatchum, C. N., Tabod, C. T., Koumetio, F., and Manguelle Dicoum, E., 2011, A gravity model study for differentiating vertical and dipping geological contacts with application to a Bouguer gravity anomaly over the Fouban shear zone, Cameroon. *Geophysica*, 47(1–2), 43–55.
- Toktay, H.D., 2022, Modeling of Archaeomagnetic Anomaly Maps, Springer, Singapore, <https://doi.org/10.1007/978-981-19-4219-8>.
- Tran, K. V., and Nguyen, T. N., 2020, A novel method for computing the vertical gradients of the potential field: application to downward continuation. *Geophysical Journal International*, 220(2), 1316–1329.
- Pham, L. T., 2021, A high resolution edge detector for interpreting potential field data: A case study from the Witwatersrand basin, South Africa. *Journal of African Earth Science*, 178(104), 190.
- بهبودیافته در تعیین موقعیت بی‌هنجاری‌های میدان پتانسی، نشریه مهندسی منابع معدنی، ۳(۳)، ۱۷–۲۹.
- ژولیده‌سر، ف. و مصطفایی، ک.، ۱۳۹۲، خدمات ژئوفیزیک مغناطیس-سنجی و گرانی‌سنجی در آنومالی‌های سنگ آهن ایران مرکزی، پروژه اکتشاف گرانی‌سنجی در محدوده شمالی معدن سنگ‌آهن جلال‌آباد زرنند، گزارش فنی گرانی‌سنجی، مشارکت شرکت معدن-کاو و زمین موج‌گستر.
- Alvandi A., Toktay H D. and Pham L T.; 2022a: Capability of improved Logistics filter in determining lateral boundaries and edges of gravity and magnetic anomalies Tuzgol, Area Turkey. *Iranian Journal of Mining Engineering*, 7(4), <https://doi.org/10.22034/ijme.2022.538984.1889>. (in Persian).
- Alvandi A., Toktay H D. and Pham L T.; 2022b: Interpretation of gravity data using logistic function and total horizontal gradient (LTHG) - A case study: Charak anticline. *JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS (JRAG)*, 17(56), <https://doi.org/10.22044/jrag.2022.11430.1325>. (in Persian).
- Ai, H., Alvandi, A., Ghanati, R., Pham, L., Alarifi, S., Nasui, D. and Eldosouky, A., 2023, Modified non-local means: A novel denoising approach to process gravity field data. *Open Geosciences*, 15(1), <https://doi.org/10.1515/geo-2022-0551>.
- Alvandi, A., Su, K., Ai, H., Ardestani, V.E., and Lyu, C., 2023, Enhancement of Potential Field Source Boundaries Using the Hyperbolic Domain (Gudermannian Function). *Minerals*, 13, 1312. <https://doi.org/10.3390/min13101312>.
- Alvandi, A., and Ardestani, V.E., 2023, Edge detection of potential field anomalies using the Gompertz function as a high-resolution edge enhancement filter. *Bull. Geophys. Oceanogr*, 64, 279–300. <https://doi.org/10.4430/bgo00420>.
- Alvandi, A., Ghanati, R., 2023, Using magnetic data for estimating the location of lateral boundaries and the depth of the shallow salt dome of Aji-Chai, East Azerbaijan Province, Iran. *International Journal of Mining and Geo-Engineering*, 57(3), pp. 251-258. <https://doi.org/10.22059/ijmge.2023.352685.595014>.
- Baniamerian, J., Liu, S., and Abbas, M. A., 2018, Stable computation of the vertical gradient of potential field data based on incorporating the smoothing filters. *Pure and Applied Geophysics*, 175(8), 2785–2806.