



دوره ۱۰، شماره ۱، ۱۴۰۳، صفحات ۸۳-۹۴
(DOI): 10.22044/JIRAG.2023.12276.1341

تحلیل زمان بسامد داده‌های لرزه‌ای با استفاده از روش تبدیل فشرده‌سازی همزمان چندگانه بازچینی شده در زمان برای آشکارسازی سایه کم بسامد

محمود شیرازی^{۱*}، امین روشندل کاهو^۲، محمد رداد^۳ و گنگ روو^۴

۱- دانشجوی دکتری؛ دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲- دانشیار؛ دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۳- استادیار؛ دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۴- استادیار؛ دانشکده مهندسی برق، دانشگاه جینان، چین

دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۶/۲۴؛ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱۲/۰۵

* نویسنده مسئول مکاتبات: m.shirazil@shahroodut.ac.ir

چکیده

شناسایی سایه کم- بسامد از این نظر که در ارتباط با مخازن گازی هستند، بسیار اهمیت دارد. این سایه‌های کم- بسامد که ناشی از میرایی گاز بر روی امواج لرزه‌ای هستند، باعث می‌شوند تا بسامدهای پایین در زیر مخازن گازی نسبت به بسامدهای بالا دامنه قوی‌تری داشته باشند. لذا در صورتی که دقت زمانی مناسبی در شناسایی این نشانگر در نظر گرفته شود، مخزن گازی و به تبع آن موقعیت آن با دقت قابل توجهی شناسایی خواهد شد. یکی از روش‌های شناسایی سایه‌های کم- بسامد، تبدیل‌های زمان- بسامد هستند. لذا آن دسته از تبدیل‌های زمان- بسامدی که دارای قدرت تفکیک زمانی و بسامدی مطلوبی هستند، می‌توانند در شناسایی سایه‌های کم- بسامد نقش شایانی داشته باشند. در این مقاله، از روشی با عنوان تبدیل فشرده‌سازی همزمان چندگانه بازچینی‌شده در زمان (*TMSST*) استفاده می‌شود که نسبت به تبدیل‌های زمان- بسامد متداول از قبیل *STFT*، *RM* و *SST* از قدرت تفکیک زمانی و بسامدی بالاتری بهره می‌برد. لذا با اعمال تبدیل ذکر شده بر روی یک داده مصنوعی و یک داده واقعی، این مهم به نمایش گذاشته شده است. به عنوان یک کاربرد لرزه‌ای، مقاطع تک- بسامد حاصل از یک میدان هیدروکربنی در محیط متلب تهیه و ناهنجاری‌های سایه کم- بسامد با استفاده از این روش زمان- بسامد با قدرت تفکیک بالا شناسایی شدند. علاوه بر این، در این مقاله از پارامتر رنی که به طور مستقیم با تُنکی در ارتباط بوده و جهت ارزیابی تمرکز انرژی مورد استفاده قرار می‌گیرد، استفاده شده است. عدد بدست آمده برای پارامتر رنی با استفاده از روش پیشنهادی در این مقاله، دلیل دیگری در راستای اثبات عملکرد قابل توجه این روش در بدست آوردن نمایش زمان- بسامد با قدرت تفکیک زمانی و بسامدی بالا به طور همزمان می‌باشد.

واژگان کلیدی

تحلیل زمان- بسامد
تبدیل فشرده‌سازی همزمان چندگانه
بازچینی‌شده در زمان
مقطع تک بسامد
سایه کم- بسامد

استخراج اطلاعات مرتبط با سیگنال های لرزه ای امری ضروری و مهم در پردازش و تفسیر آن ها تلقی می شود. دو روش مرسوم برای نمایش یک رد لرزه استفاده از دو حوزه زمان و بسامد می باشد. در واقع داشتن همه این ویژگی ها به طور همزمان غیرممکن می باشد. در نتیجه، توسعه ابزاری که قادر به نمایش هر دو جنبه سیگنال به طور همزمان باشد مهم به نظر می رسد. لذا این مهم با عنوان تحلیل زمان-بسامد شناخته می شود و در هنگام بررسی یک سیگنال ناپایا که محتوای بسامدی آن با زمان تغییر می کند، بسیار مفید است.

روش های متعددی از جمله تبدیل فوریه زمان-کوتاه (*STFT*) (Gabor, 1946) تبدیل *S* (*ST*) (Stockwell et al., 1996) و توزیع ویگنر ویل (*WVD*) (Martin & Flandrin, 1985) مبتنی بر تبدیل فوریه، تبدیل های موجک پیوسته و گسسته بر مبنای تحلیل موجک (Mallat, 1999) و روش های تجزیه مُد تجربی (*EMD*) (N. E. Huang & Wu, 2008) و تجزیه مُد متغیر (*VMD*) (Dragomiretskiy & Zosso, 2013) مبتنی بر داده وجود دارند که جهت تجزیه طیفی توسعه یافته اند.

تمامی روش هایی که جهت تجزیه طیفی معرفی و توسعه یافته اند در جهت افزایش تفکیک پذیری صفحه زمان-بسامد قدم برداشته اند. لذا روش تبدیل فوریه زمان-کوتاه *STFT* که با تغییر طول پنجره جهت افزایش تفکیک پذیری معرفی شده بود، نتوانست تفکیک پذیری ایده آل را ارائه دهد. به عنوان یکی دیگر از راهکارهای افزایش تفکیک پذیری روش های زمان-بسامد، روش بازچینی (*RM*) توسط اوگر و فلاندرین (Auger & Flandrin, 1995) معرفی شد. در این روش انرژی پخش شده در صفحه زمان-بسامد به مختصات واقعی آن انتقال پیدا کرده و فرآیند بازچینی صورت می پذیرد. جهت غلبه بر محدودیت روش تبدیل فوریه زمان-کوتاه، تبدیل *S* با ارائه یک پنجره گاوسی که پهنای آن با بسامد رابطه عکس دارد، جهت بهبود تفکیک پذیری نسبت به روش *STFT* توسط استاک ول و همکاران (Stockwell et al., 1996) معرفی گردید. وجود تفکیک پذیری پایین در بسامدهای پائین و تفکیک پذیری بسامدی پائین در بسامدهای بالا از جمله ضعف های تبدیل *S* بود که منجر به معرفی و توسعه روش های دیگری همچون تبدیل *S* تعدیم یافته (*GST*) گردید (Pinnegar & Mansinha, 2003). علاوه بر این، رداد و همکاران یکی دیگر از روش هایی که جهت بهبود و افزایش تفکیک پذیری در تبدیل *S* می توانست کارا باشد را معرفی کردند. آنها با استفاده از معیارهای تمرکز انرژی و فرآیندهای بهینه سازی توانستند بهترین پهنای پنجره را برای هر مولفه بسامدی پیدا کنند (Radad et al., 2015).

همزمان با روش بازچینی، تبدیل فشرده سازی همزمان (*SST*) توسط دابیشز و مائس (Daubechies & Maes, 2017) معرفی گردید. این روش بر مبنای فاز توسعه یافته است و فرآیند بازچینی را در هر دو راستای زمان و بسامد انجام می دهد. مطالعات مختلفی جهت افزایش قدرت تفکیک پذیری با استفاده از روش *SST* صورت پذیرفته است که می توان به

(Tu et al., 2020)، (S. Wang et al., 2013)، (Z. Huang et al., 2015)، (Wu & Zhou, 2011)، (Thakur & Wu, 2011)، (Gholtashi et al., 2015) و (2018) اشاره نمود. یکی از تفاوت های بارز بین این دو روش در بازسازی کامل سیگنال توسط روش *SST* می باشد، درحالی که روش *RM* قادر به بازسازی سیگنال به طور کامل نمی باشد. روش بازچینی (*RM*) و تبدیل فشرده سازی همزمان (*SST*) دارای الگوریتم مشابه هستند و از آنجا که جهت افزایش تفکیک پذیری و بهبود تمرکز انرژی در صفحه زمان-بسامد معرفی شده اند، نسبت به رفع مشکل عدم قطعیت هایزیربرگ قدم برداشته و از جمله روش های پس پردازش در نظر گرفته می شوند (Tary et al., 2018).

در ادامه، روش های متعددی در راستای بازچینی ضرایب زمان-بسامد و فشرده سازی همزمان معرفی گردیدند که می توان به تبدیل *Synchroextracting* (Yu et al., 2017)، تبدیل فشرده سازی همزمان دمودول شده (Yu, 2018)، تبدیل فشرده سازی همزمان چندگانه^۱ (*MSST*) (Yu et al., 2018)، تبدیل فشرده سازی همزمان مرتبه بالا (Wang et al., 2019)، تبدیل فشرده سازی همزمان ماکزیمم محلی (*LMSST*) (Yu et al., 2019)، تبدیل فشرده سازی همزمان بازچینی در زمان (*TSST*) (Cao et al., 2020)، تبدیل فشرده سازی همزمان چندگانه بازچینی شده در زمان^۲ (*TMSST*) (Yu et al., 2020) اشاره کرد.

در راستای کاربرد روش های زمان-بسامد در شناسایی سایه کم-بسامد می توان به استفاده از روش تبدیل موجک تجربی که هدف اصلی آن استخراج مدهای متمایز از طریق ساخت موجک های تطبیقی می باشد، برای شناسایی سایه کم-بسامد مرتبط با گاز اشاره کرد (Shirazi et al., 2018). روش تبدیل فشرده سازی همزمان چندگانه که قادر به بازسازی سیگنال به صورت کامل می باشد، در تفسیر داده های لرزه ای جهت شناسایی سایه کم-بسامد مورد استفاده قرار گرفته و با ترکیب با تبدیل *S* تعدیم یافته در شناسایی مخازن گازی مورد استفاده قرار گرفته است (X. Chen, Chen, Li, et al., 2020).

روش های تبدیل *Synchroextracting* و تبدیل موجک تجربی (*EWT*) به عنوان دو روش آنالیز زمان-بسامد بهبود یافته جهت شناسایی هیدروکربن مورد استفاده قرار گرفتند (H. Chen et al., 2017). روش تبدیل *Synchroextracting* با مرتبه بالا نیز برای شناسایی مخازن هیدروکربنی مورد استفاده قرار گرفت (X. Chen, Chen, Fang, et al., 2020). روش تبدیل فشرده سازی همزمان ماکزیمم محلی (*LMSST*) نیز جهت شناسایی سایه کم-بسامد از روی داده های لرزه ای مورد استفاده قرار گرفت (Mahdavi et al., 2021).

تحقیق های متعددی در راستای استفاده از تبدیل های زمان-بسامد جهت شناسایی مخازن گازی صورت گرفته است که می توان به (Fang et al., 2021)، (Hamidi et al., 2011)، (Sinha et al., 2005) و (Sun et al., 2021).

¹ Multi-Synchrosqueezing Transform

² Time-reassigned Multi-Synchrosqueezing Transform

تبدیل فوریه زمان-کوتاه که برگرفته از تبدیل فوریه سیگنال پنجره-جایگزیده می‌باشد، به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود:

$$STFT_x^g(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau - t)x(\tau)e^{-i\omega(\tau - t)}d\tau \quad (۴)$$

که در آن $g(t)$ بیانگر مقدار واقعی پنجره با $[-\Delta_t, \Delta_t]$ supp $\{g\} \in$ می‌باشد. اگر سیگنال $x(t)$ هارمونیک در نظر گرفته شود، بنابراین، تبدیل فوریه زمان-کوتاه سیگنال $x(t)$ به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود:

$$STFT_x^g(t, \omega) = \sum_{k=1}^n a_k(t)e^{i\varphi_k(t)}\hat{g}(\omega - \varphi'(t)) \quad (۵)$$

که $\hat{g}(\omega)$ تبدیل فوریه پنجره $g(t)$ با $[-\Delta_\omega, \Delta_\omega]$ supp $\{\hat{g}\} \in$ می‌باشد.

با توجه به ویژگی‌های تبدیل فوریه و اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، هیچ تابع غیرصفری وجود ندارد که به طور همزمان در زمان و بسامد فشرده باشد (Yu et al., 2018). بنابراین، با توجه به تبدیل فوریه زمان-کوتاه، ذکر این نکته حائز اهمیت است که جایگزیده‌شدن یک سیگنال به صورت همزمان در زمان و بسامد امکان‌پذیر نمی‌باشد (Auger et al., 2013) و نمایش زمان-بسامد آن از حالت ایده آل به دور می‌باشد.

روش‌های متعددی برای به حداقل رساندن انرژی هدر رفته حول بسامد لحظه‌ای و تأخیر گروه^۱ با جابجا کردن ضرایب نمایش زمان-بسامد به موقعیت واقعی آن‌ها جهت بهبود قدرت تفکیک صفحات زمان-بسامد معرفی شده‌اند (Yu et al., 2018; Auger & Flandrin, 1995; Daubechies et al., 2011). سه روش پس‌پردازش با هدف فشرده-سازی ضرایب زمان-بسامد اخیراً معرفی شده‌اند. این روش‌ها شامل روش بازچینی، تبدیل فشرده‌سازی همزمان و تبدیل فشرده‌سازی همزمان چندگانه هستند. هر کدام از این روش‌ها از عملگرهای مختلفی جهت بازچینی ضرایب استفاده می‌کنند.

روش بازچینی (RM) که ضرایب را در دو جهت بسامد و زمان بازچینی می‌کند، از طریق جابجایی اطلاعات $|STFT_x^g(t, \omega)|$ از مختصات موجود (t, ω) به یک مختصات جدید $(\hat{t}(t, \omega), \hat{\omega}(t, \omega))$ به صورت رابطه (پ-۱) تعریف می‌شود که $\hat{t}(t, \omega)$ و $\hat{\omega}(t, \omega)$ بسامد لحظه‌ای و تأخیر گروه تخمین‌زده‌شده می‌باشند. $STFT_x^{dg}(t, \omega)$ و $STFT_x^{tg}(t, \omega)$ به ترتیب تبدیل فوریه زمان-کوتاه سیگنال $x(t)$ با استفاده از $\frac{d}{dt}g(t)$ و پنجره $tg(t)$ می‌باشند (Yu et al., 2018).

همانطور که مشاهده می‌شود، در این روش جابجایی تنها بر روی دامنه ضرایب اتفاق می‌افتد و بازایی سیگنال با استفاده از این روش امکان‌پذیر نمی‌باشد. جهت غلبه بر مشکل عدم بازایی سیگنال با استفاده از روش بازچینی، روش تبدیل فشرده‌سازی همزمان (SST) معرفی شده است که

(2002) اشاره کرد.

همانطور که گفته شد، شناسایی سایه‌های کم-بسامد مبتنی بر تفکیک بسامدهای بالا از پایین و مقایسه دامنه آن‌ها می‌باشد. بنابراین در صورت استفاده از تبدیل زمان-بسامدی که قدرت تفکیک بسامدی خوبی نداشته باشد، احتمال ترکیب‌شدن بسامدهای بالا و پائین افزایش یافته و در نتیجه سایه کم-بسامد به خوبی قابل شناسایی نخواهد بود. همچنین موقعیت زمانی سایه‌های کم-بسامد برای تعیین موقعیت مکانی مخزن گازی دارای اهمیت می‌باشد. بنابراین، هرچقدر تبدیل زمان-بسامد بکار برده شده دارای قدرت تفکیک زمانی بالاتری باشد، سایه کم-بسامد با دقت بالاتری شناسایی می‌شود و می‌توان موقعیت مخزن گازی را با دقت بالاتری تخمین زد. در تمام مطالعاتی که تاکنون انجام شده است، بیشتر از تبدیل‌های زمان-بسامدی استفاده شده است که یا فشرده‌سازی را تنها در راستای بسامد انجام می‌دهند (مانند تبدیل‌های SST و MSST)، یا فشرده‌سازی را در دو راستای زمان-بسامد انجام داده اما دارای مشکل عدم بازگشت‌پذیری سیگنال به طور کامل می‌باشند که می‌توان به روش RM اشاره نمود و یا دارای مشکل زمان محاسبه بوده که می‌توان به روش LMSST اشاره نمود. لذا در این مقاله، به تبدیل فشرده‌سازی همزمان چندگانه بازچینی‌شده در زمان (TMSST) پرداخته می‌شود که هم دارای مزایای موجود در روش LMSST می‌باشد و هم علاوه بر فشرده‌سازی در هر دو راستای زمان و بسامد، دارای زمان محاسبه بسیار پایین می‌باشد. در این مقاله ابتدا به توصیف و بررسی تئوری روش‌های RM، STFT، SST، MSST و TMSST پرداخته شده است و در ادامه به ارائه نتایج حاصل از اعمال روش‌های مذکور بر روی سیگنال‌های مصنوعی غیر لرزه-ای و لرزه‌ای پرداخته شده است.

۲- تئوری

یک سیگنال ناپایا چندمولفه‌ای به صورت رابطه (۱) در نظر گرفته می‌شود:

$$x(t) = \sum_{k=1}^n a_k(t)e^{i\varphi_k(t)} \quad (۱)$$

که $a_k(t)$ دامنه لحظه‌ای و $\varphi_k(t)$ به‌عنوان فاز لحظه‌ای تعریف می‌شود. آنالیز زمان-بسامد ایده‌آل (ITFA) که در آن بسامد لحظه‌ای به صورت رابطه (۲) برگرفته از تبدیل هیلبرت تعریف می‌شود، به صورت رابطه (۳) در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{\varphi}_k(t) = \frac{d\varphi_k(t)}{dt} \quad (۲)$$

$$ITFA(\alpha, \omega) = \sum_{k=1}^n \alpha_k(t)e^{i\varphi_k(t)}\delta(\omega - \dot{\varphi}_k(t)) \quad (۳)$$

که $\delta()$ بیان‌کننده تابع دلتا دیراک می‌باشد (Yu et al., 2018).

۲-۱- از تبدیل فوریه زمان-کوتاه (STFT) تا تبدیل فشرده‌سازی همزمان چندگانه (MSST)

^۱ Group Delay (GD)

$$\hat{\omega}_k^{[N]}(t, \omega) = \varphi'_k(t) + \left(\frac{\varphi''_k(t)^T}{1 + \varphi''_k(t)^T} \right)^N (\omega - \varphi'_k(t)) \quad (10)$$

روش های بازچینی، تبدیل فشرده سازی همزمان و تبدیل فشرده سازی همزمان چندگانه هر کدام دارای معایبی هستند. در حالی که روش بازچینی می تواند نمایش زمان- بسامد با قدرت تفکیک بالا را در زمان و بسامد فراهم آورد، این مزیت به تنهایی برای کاربردهای عملی کافی نبوده و عدم بازیابی سیگنال با استفاده از این روش یک کاستی مهم برای آن محسوب می شود. با این وجود، روش تبدیل فشرده سازی همزمان با توانایی بازیابی سیگنال به طور کامل کاستی روش بازچینی را برطرف کرد اما خود عملکرد مناسبی را برای سیگنال های هارمونیک ندارد. روش تبدیل فشرده سازی همزمان چندگانه که بازچینی ضرایب را تنها در راستای بسامد انجام می دهد، توانایی بازیابی سیگنال را به صورت کامل دارا می باشد. اما وجود نقاط غیربازچینی شده^۱ در آن محدودیت بزرگی را ایجاد کرده و این روش را در مواجهه با داده های بزرگ همچون داده های لرزه ای بازتابی با مشکل مواجه می کند.

۲-۲- تبدیل فشرده سازی همزمان چندگانه بازچینی شده در زمان (TMSST)

یک سیگنال با تغییرات شدید بسامدی به اندازه کافی کوچک در نظر گرفته می شود اگر $|a'(t)| \leq \epsilon$ و $|\varphi'''(t)| \leq \epsilon$ باشد. بنابراین، یک سیگنال ناپایا چندمؤلفه ای به صورت رابطه (پ-۴) معرفی می شود (Yu et al., 2021):

با در نظر گرفتن یک پنجره گوسی به صورت رابطه (پ-۵)، تخمین تأخیر گروه دوبعدی به صورت رابطه (پ-۶) خواهد بود. ذکر این نکته حائز اهمیت است که مطابق رابطه (پ-۶) $\frac{\varphi'''(\omega)^T}{\sigma^4 + \varphi'''(\omega)^T} (t + \hat{\phi}(\omega))$ نمی تواند تخمین دقیقی برای تأخیر گروه سیگنال باشد (Yu et al., 2021).

از آنجا که $\hat{\phi}(\omega)$ یک نقطه ثابت از $\hat{t}(t, \omega)$ می باشد، بنابراین جهت کاهش خطا مابین $-\hat{\phi}(\omega)$ و $\hat{t}(t, \omega)$ ، اولین تکرار به صورت رابطه (پ-۷) بیان می شود (Yu et al., 2021).

رابطه (پ-۷) یک تخمین تأخیر گروه جدید دوبعدی را ایجاد می کند که به صورت $\hat{t}(\hat{t}(t, \omega), \omega)$ بیان می شود. بنابراین، تکرار دوم و همچنین تولید گروه تأخیر دوبعدی در تکرار N ام، موجبات تشکیل رابطه های (پ-۸) و (پ-۹) را فراهم می آورد (Yu et al., 2021).
بنابراین، رابطه نهایی به صورت رابطه (پ-۱۰) بیان می شود. لذا رابطه (پ-۱۰) اثبات می کند که می تواند از تکرارهای نقطه ثابت چندگانه^۲ بهره گیرد.

۳- پیاده سازی بر روی داده لرزه ای مصنوعی

به منظور بررسی عملکرد تبدیل فشرده سازی همزمان چندگانه بازچینی شده در زمان، این روش برای بدست آوردن نمایش زمان- بسامد

علاوه بر اطلاعات دامنه از اطلاعات فاز سیگنال نیز استفاده می کند (Daubechies & Maes, 2017).

فشرده سازی انرژی های پخش شده به بسامد لحظه ای واقعی در راستای بسامد توسط روش SST از طریق رابطه (۷) امکان پذیر می باشد (Yu et al., 2018):

$$SST(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} STFT_x^g(t, \nu) \delta(\omega - \omega_*(t, \nu)) d\nu$$

$$\omega_*(t, \omega) = \omega - \Im \left\{ \frac{STFT_x^{dg}(t, \omega)}{STFT_x^g(t, \omega)} \right\} \quad (7)$$

که $\omega_*(t, \omega)$ بسامد لحظه ای تخمین زده شده می باشد. شرایط حاکم بر جدایش مؤلفه های بسامد بدون ایجاد جملات متقاطع در نمایش زمان- بسامد بدین صورت می باشد که دو مُد پیوسته به اندازه کافی از یکدیگر جدا می باشند و برای آن داریم:

$\varphi'_k(t) - \varphi'_{k-1}(t) > 2\Delta\omega$
سیگنال های با تغییرات شدید زمانی همچون سیگنال های لرزه ای به طور تقریبی به عنوان سیگنال چیرپ خطی در یک طول دوره زمانی کوتاه اگر $|a'(t)| \leq \epsilon$ و $|\varphi'''(t)| \leq \epsilon$ باشد برای تمام نمونه های زمانی در نظر گرفته می شود (Z. Huang et al., 2015). مطابق با بسط تیلور دامنه لحظه ای و فاز لحظه ای، سیگنال ناپایا چندمؤلفه ای به صورت رابطه (۸) نوشته می شود (Pinnegar & Mansinha, 2003):

$$x(t) = \sum_{k=1}^n a_k(\tau) e^{i[\varphi_k(\tau) + \varphi'_k(\tau)(t-\tau) + \frac{1}{2}\varphi''_k(\tau)(t-\tau)^2]} \quad (8)$$

یو و همکاران (Yu et al. 2018) رابطه (پ-۲) را برای تخمین دقیق بسامد لحظه ای پیشنهاد کردند. با استفاده از این رابطه با عنوان تخمین بسامد لحظه ای در اپراتور SST، تبدیل فشرده سازی همزمان چندگانه (MSST) با تکرار برابر ۲ بدست آورده می شود که معادل محاسبه مجدد عملگر SST بر روی نمایش زمان- بسامد به صورت رابطه (پ-۳) می باشد. در آن رابطه $SST^{[4]}$ بیانگر آمین محاسبه با تکرار بر روی نمایش زمان- بسامد با استفاده از روش SST می باشد.

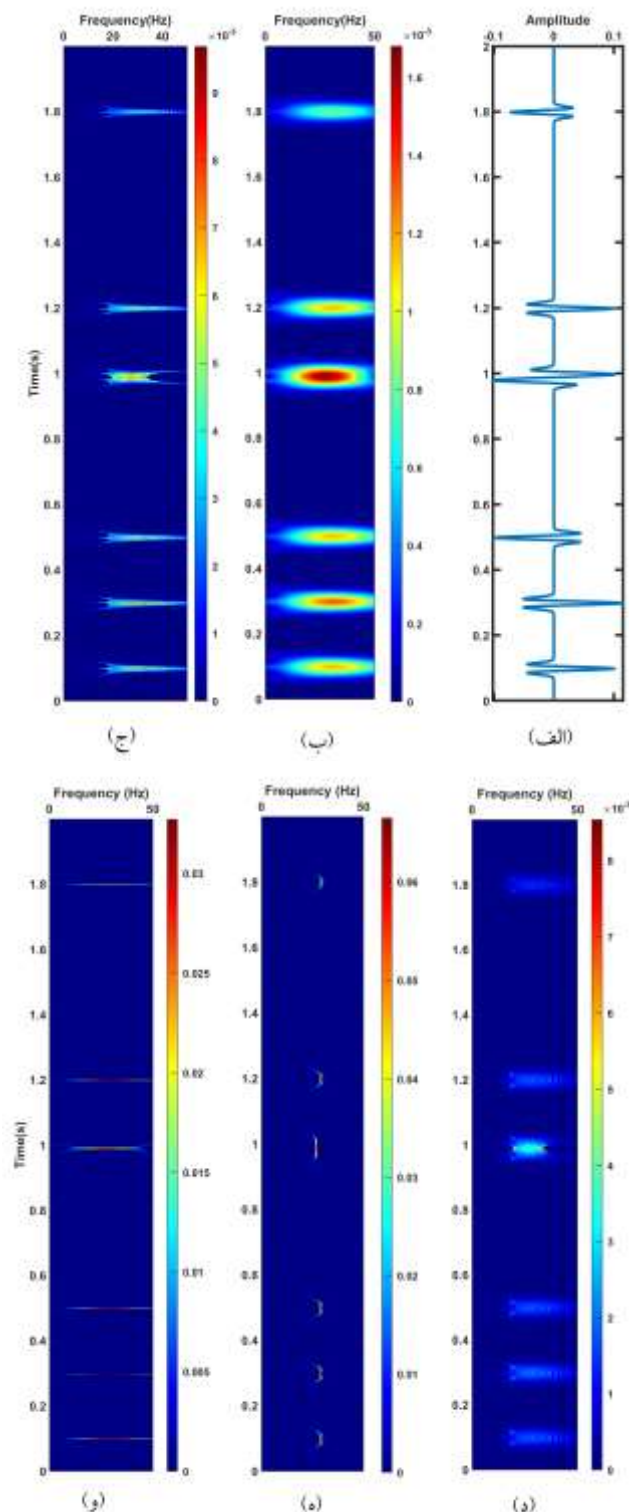
واضح است که $SST^{[1]}$ برابر با روش SST مرسوم نشان داده شده در رابطه (۷) می باشد. تخمین دقیق تر بسامد لحظه ای در رابطه (پ-۳) انتظار می رود که منجر به نمایش زمان- بسامد متمرکزتر با استفاده از رابطه (۹) گردد:

$$MSST^{[N]}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} STFT_x^g(t, \nu) \delta(\omega - \hat{\omega}_k^{[N]}(t, \omega)) d\nu \quad (9)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} SST^{[N-1]}(t, \nu) \delta(\omega - \hat{\omega}_k(t, \nu)) d\nu$$

¹ Non-reassigned Points

² Multiple fixed-point iterations



شکل ۱: الف) رد لرزه مصنوعی و نمایش زمان- بسامد آن با استفاده از ب) *STFT* ج) *RM* د) *SST* ه) *MSST* و و) *TMSST*.

جدول ۱: پارامتر رنی محاسبه شده برای پنج روش زمان- بسامد نشان داده شده در شکل ۱.

روش زمان- بسامد	مقدار پارامتر رنی
<i>STFT</i>	۱۵,۰۷۸۴

حاصل از یک داده لرزه‌ای مصنوعی مورد استفاده قرار گرفت. یک سیگنال مصنوعی لرزه‌ای که شامل ۷ بازتابنده در زمان‌های ۰,۳، ۰,۵، ۱,۲، ۱,۸ و ۱ ثانیه با دامنه بین ۱ و -۱ می‌باشد با همامیخت در یک موجک ریکر با بسامد ۳۰ هرتز در محیط متلب تولید شده است (شکل ۱). بسامد نمونه‌برداری این ردلرزه مصنوعی برابر ۲ میلی‌ثانیه می‌باشد. نمایش زمان- بسامد حاصل از اعمال روش‌های *STFT*، *MSST* و *TMSST* در شکل ۱ نشان داده شده است. با توجه به این شکل، واضح است که روش تبدیل فشرده‌سازی همزمان چندگانه بازچینی شده در زمان (شکل ۱- و) قادر به تولید نمایش زمان- بسامد با قدرت تفکیک بالاتر نسبت به بقیه روش‌های زمان- بسامد بوده و توانسته است تمام مؤلفه‌ها بالاخص دوبازتابنده کنار یکدیگر در زمان ۱ ثانیه را از یکدیگر با قدرت تفکیک بالا تمییز دهد. علاوه بر این، همانطور که در شکل ۱- ه نشان داده شده است، روش *MSST* در محدوده زمانی ۱ ثانیه، قادر به شناسایی بازتابنده‌های نزدیک به هم که بیانگر لایه نازک می‌باشند نبوده است. همانطور که در شکل ۲- ب نیز نشان داده شده است، پخش‌شدگی انرژی حول بسامد لحظه‌ای و *GD* در نمایش زمان- بسامد حاصل از روش تبدیل فوریه زمان- کوتاه مشهود می‌باشد که دلیلی بر اثبات وجود عدم قطعیت هایزنبرگ و فاصله گرفتن نمایش از نمایش زمان- بسامد ایده‌آل می‌باشد. نمایش حاصل از دو روش *SST* و *RM* نیز همان‌طور که در شکل ۱- ج و ۱- د نشان داده شده است، دارای قدرت تفکیک پایین‌تر در شناسایی مؤلفه‌های سیگنال می‌باشند.

در این مقاله از پارامتری به نام پارامتر رنی^۱ استفاده شده است که به طور مستقیم با تُنکی^۲ در نمایش زمان- بسامد (*TFR*) در ارتباط بوده و جهت ارزیابی تمرکز انرژی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این پارامتر که به صورت رابطه (۱۱) تعریف می‌شود، مقدار پایین آن بیانگر قدرت تفکیک بالا یا تُنکی بالا در نمایش زمان- بسامد می‌باشد (Ren et al., 2007).

$$R^{\alpha} = \frac{1}{1-\alpha} \log_{\tau} \frac{\iint TFR(t, \omega)^{\alpha} dt d\omega}{\iint TFR(t, \omega) dt d\omega} \quad (11)$$

که مرتبه معمولاً به صورت $\alpha = 3$ در نظر گرفته می‌شود.

پارامتر رنی برای همه روش‌های بکار گرفته شده، محاسبه شده و در جدول ۱ نشان داده شده است. همان‌طور که در این جدول نشان داده شده است، مقدار پایین این پارامتر برای روش *TMSST* دلالت بر قدرت تفکیک بالای آن نسبت به روش‌های دیگر دارد.

^۱ Rényi parameter

^۲ Sparsity

۱۱,۲۲۲۰	RM
۱۴,۷۰۹۰	SST
۹,۱۶۸۸	MSST
۸,۹۶۴۳	TMSST

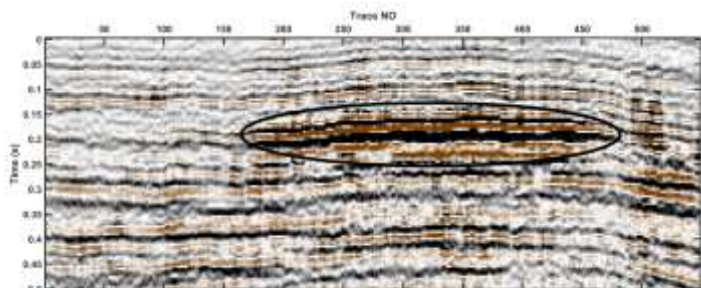
۴- سایه کم- بسامد و نشانگر تک- بسامد

استفاده از تجزیه طیفی در شناسایی و آشکارسازی سایه کم- بسامد ناشی از حضور گاز از جمله کاربردهای نمایش زمان- بسامد می باشد (Chabysheva & Goloshubin, 2014). یک توضیح و برداشت احتمالی این است که این امواج، امواج برشی تبدیل شده محلی هستند که عمدتاً به صورت امواج P حرکت می کنند و بنابراین کمی بعد از رویداد اولیه واقعی به گیرنده می رسند (Castagna et al., 2003). سایه کم- بسامد ناحیه ای است که در داده های لرزه ای با بسامدهای غیرعادی پایین مشخص می شوند که در زیر مخازن گازی رخ می دهد. می توان با مقایسه برش های بسامدی مختلف، سایه های با بسامد پایین لرزه ای را شناسایی کرد. وجود ناهنجاری های کم- بسامد در برش های بسامد پایین بجای برش های بسامد متوسط به بالا، نشانگر سایه کم- بسامد است. در نتیجه، استفاده از ابزاری جهت آشکارسازی این نواحی بر روی داده ای لرزه ای، امری مهم و ضروری به نظر می رسد. یکی از این ابزارها استفاده از نشانگر تک- بسامد می باشد که بررسی آن در بسامدهای مختلف از جمله روش- های رایج محسوب می شود (Castagna et al., 2003; Liu et al., 2011; Sinha et al., 2005; Mahdavi et al., 2021). روش نشانگر تک- بسامد با انتقال یک مجموعه از داده های لرزه ای دوبعدی به حوزه زمان- بسامد و ایجاد یک حجم سه بعدی حاصل می شود که بعد سوم آن بسامد است (رداد، ۱۳۹۸). بعد از اینکه در راستای محور بسامد برش صورت می پذیرد، مقطعی دوبعدی حاصل خواهد شد که به مقطع تک- بسامد لرزه ای معروف است. به همین منظور، مقاطع تک- بسامد بدست آورده شده از یکسری داده لرزه ای واقعی با استفاده از روش پیشنهادی در این مقاله و مقایسه آن با روش های زمان- بسامد مرسوم در بخش بعدی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

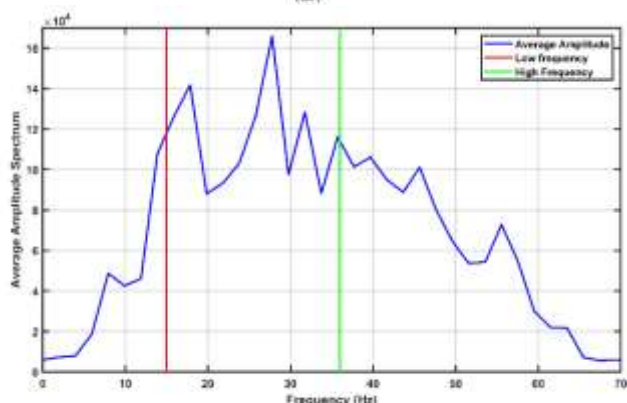
۵- پیاده سازی بر روی داده لرزه ای واقعی

به منظور بررسی عملکرد روش پیشنهادی در این مقاله بر روی داده واقعی، بخشی از یک داده لرزه ای مربوط به یکی از میداین گازی جنوب ایران مورد استفاده قرار گرفت. فاصله نمونه برداری زمانی برای این داده لرزه ای ۴ میلی ثانیه می باشد. این داده به همراه طیف دامنه آن در شکل ۲ نشان داده شده است. لازم به ذکر می باشد لایه گازدار در این منطقه در ارتباط با افق ماسه سنگی غار از مؤلفه های سازند آسماری می باشد (روشندل و نجاتی، ۱۳۹۱). تجزیه طیفی با استفاده از روش پیشنهادی و مقایسه آن با روش های زمان- بسامد مرسوم بر روی این داده لرزه ای اعمال گردید. از آنجا که محدوده بسامدی داده بین ۱۵ تا

۷۵ هرتز می باشد، برای بدست آوردن مقاطع تک- بسامد، دو بسامد ۱۵ و ۳۵ هرتز انتخاب گردید. ناهنجاری های با کم- بسامد (۱۵ هرتز) با دامنه زیاد با استفاده از روش پیشنهادی (TMSST) و روش های زمان- بسامد مرسوم بدست آورده شد (شکل ۳). ناهنجاری های با بسامد بالا (۳۵ هرتز) با بدست آوردن نشانگر تک- بسامد با استفاده از روش پیشنهادی (TMSST) و مقایسه آن با روش های مرسوم بدست آورده شده و در شکل ۴ نشان داده شده اند. همانطور که در شکل ۳ و ۴ (ه) نشان داده شده است، روش فشرده سازی همزمان چندگانه بازچینی شده در زمان توانسته است محدوده آنومالی سایه کم- بسامد را با قدرت تفکیک بالاتر و تمرکز انرژی بالاتر نسبت به بقیه روش ها به نمایش گذاشته و حضور گاز در این محدوده را تأیید نماید. جهت تأیید این موضوع، مقطع تفاضلی حاصل از تفاضل دو مقطع تک- بسامد با بسامدهای پایین و بالا بدست آورده شده و در شکل ۵ نشان داده شده است.

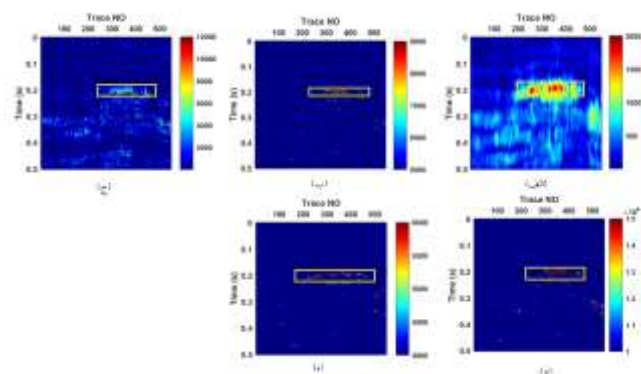


(الف)



(ب)

شکل ۲: (الف) بخش مخزنی داده واقعی مربوط به یک خط چشمه در یکی از میدان های گازی جنوب غربی ایران (بیضی مشکی رنگ محل حضور گاز حاصل از داده های چاه را نشان می دهد) به همراه (ب) طیف دامنه میانگین آن.



باشد که باید با پیدا کردن یک الگوریتم مناسب جهت تخمین بسامد لحظه‌ای همراه باشد که در نهایت منجر به ارائه یک تبدیل زمان- بسامد جدید با قدرت تفکیک بالا می‌شود. نتیجه حاصل از این الگوریتم می- تواند جهت تخمین فاکتور کیفیت (Q) و شناسایی کانال در داده‌های لرزه‌ای مورد استفاده قرار گیرد.

۷- پیوست

$$RM(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |STFT_x^g(\eta, \nu)| \delta(t - \hat{t}(\eta, \nu)) \delta(\omega - \hat{\omega}(\eta, \nu)) d\eta d\nu$$

$$\hat{\omega}(t, \omega) = \omega - \Im \left\{ \frac{STFT_x^{dg}(t, \omega)}{STFT_x^g(t, \omega)} \right\}$$

$$\hat{t}(t, \omega) = t + R \left\{ \frac{STFT_x^{tg}(t, \omega)}{STFT_x^g(t, \omega)} \right\} \quad (1-ب)$$

$$\begin{aligned} & \hat{\omega}_k(t, \hat{\omega}_k(t, \omega)) \\ &= \phi'_k(t) + \frac{\phi''_k(t)^2}{1 + \phi''_k(t)^2} (\hat{\omega}_k(t, \omega) - \phi'_k(t)) \\ &= \phi'_k(t) + \left(\frac{\phi''_k(t)^2}{1 + \phi''_k(t)^2} \right)^2 (\omega - \phi'_k(t)) \end{aligned} \quad (2-ب)$$

$$\begin{aligned} & SST^{[2]}(t, \omega) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} STFT_x^g(t, \nu) \delta(\omega - \hat{\omega}_k(t, \omega)) d\nu = \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} SST^{[1]}(t, \nu) \delta(\omega - \hat{\omega}_k(t, \nu)) d\nu \end{aligned} \quad (3-ب)$$

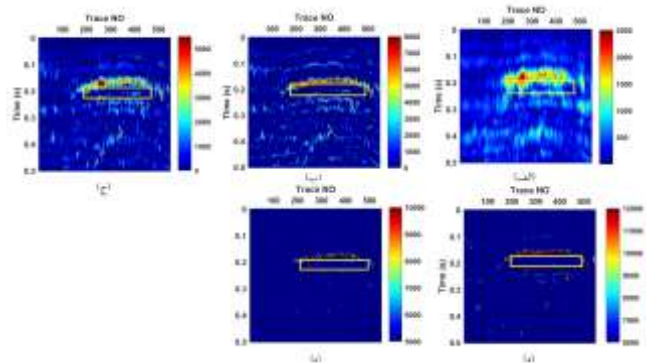
$$\hat{f}(\xi) = a(\omega) e^{i(\phi(\omega) + \phi'(\omega)(\xi - \omega) + 0.5\phi''(\omega)(\xi - \omega)^2)} \quad (4-ب)$$

$$\hat{g}(\omega) = \sqrt{2\sigma\pi} e^{-0.5\sigma\omega^2} \quad (5-ب)$$

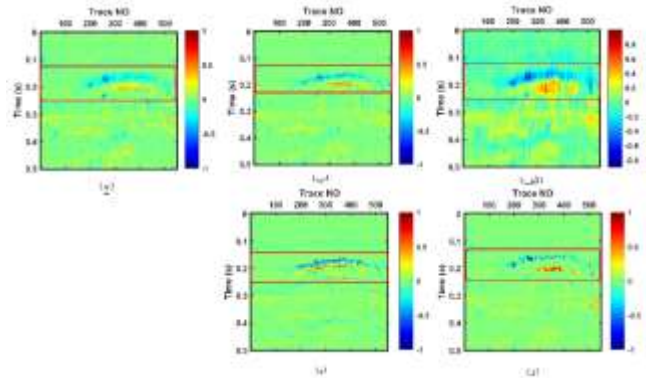
$$\hat{t}(t, \omega) = -\phi'(\omega) + \frac{\phi''(\omega)^2}{\sigma^2 + \phi''(\omega)^2} (t + \phi'(\omega)) \quad (6-ب)$$

$$\begin{aligned} & \hat{t}(\hat{t}(t, \omega), \omega) \\ &= -\phi'(\omega) + \left(\frac{\phi''(\omega)^2}{\sigma^2 + \phi''(\omega)^2} \right)^2 (t + \phi'(\omega)) \end{aligned} \quad (7-ب)$$

شکل ۳: مقاطع تک- بسامد ۱۵ هرتزی حاصل از تحلیل زمان- بسامد مقطع لرزه‌ای نشان داده شده در شکل ۳ با استفاده از الف (STFT ب) RM (ج) SST (د) MSST و (ه) TMSST. کادرهای مستطیلی زردرنگ در شکل‌ها موقعیت احتمالی ناهنجاری‌های سایه کم- بسامد را نشان می‌دهند.



شکل ۴: مقاطع تک- بسامد ۳۵ هرتزی حاصل از تحلیل زمان- بسامد مقطع لرزه‌ای نشان داده شده در شکل ۳ با استفاده از الف (STFT ب) RM (ج) SST (د) MSST و (ه) TMSST. کادرهای مستطیلی زردرنگ در شکل‌ها موقعیت احتمالی ناهنجاری‌های سایه کم- بسامد را نشان می‌دهند.



شکل ۵: مقاطع تک- بسامد تفاضلی حاصل از الف (STFT ب) RM (ج) SST (د) MSST و (ه) TMSST. مستطیل‌های قرمز رنگ در شکل‌ها موقعیت احتمالی ناهنجاری‌های سایه کم- بسامد را نشان می‌دهند.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله سعی شد از روش تبدیل فشرده‌سازی همزمان چندگانه بازچینی‌شده در زمان جهت آنالیز داده‌های لرزه‌ای استفاده شود. در ابتدا، این روش بر روی یک داده لرزه‌ای مصنوعی اعمال و موجب بهبود پارامتر رنی شد که نشان دهنده قدرت تفکیک بالای این تبدیل زمان- بسامد می‌باشد. علاوه بر این، بازتابنده‌های گنجانده شده در کنار هم در زمان ۱ ثانیه در داده‌های مصنوعی که نشان‌دهنده یک لایه نازک می- باشد، توسط این روش به خوبی شناسایی و تفکیک گردید. در ادامه، روش پیشنهادی بر روی یک داده واقعی دوبعدی با هدف شناسایی سایه کم- بسامد نیز اعمال شد و از آنجا که داشتن دقت زمانی جهت شناسایی این نشانگر اهمیت دارد، استفاده از این تبدیل زمان- بسامد موجب شناسایی دقیق مخزن گازی و موقعیت آن گردید که همخوانی بیشتری با اطلاعات زمین‌شناسی منطقه دارد. از جمله تحقیقاتی که می- تواند موجب بهبود عملکرد روش پیشنهادی در این مقاله شود و در آینده مورد استفاده قرار گیرد، ترکیب و توسعه آن با تبدیل S تعمیم‌یافته می-

Energies, 10(8), 1090.

Chen, X., Chen, H., Fang, Y., & Hu, Y. (2020). High-Order Synchroextracting Time-Frequency Analysis and Its Application in Seismic Hydrocarbon Reservoir Identification. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters.

Chen, X., Chen, H., Li, R., Hu, Y., & Fang, Y. (2020). Multisynchrosqueezing Generalized S-Transform and Its Application in Tight Sandstone Gas Reservoir Identification. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters.

Daubechies, I., Lu, J., & Wu, H.-T. (2011). Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool. Applied and Computational Harmonic Analysis, 30(2), 243-261.

Daubechies, I., & Maes, S. (2017). A nonlinear squeezing of the continuous wavelet transform based on auditory nerve models. In Wavelets in medicine and biology (pp. 527-546). Routledge.

Dragomiretskiy, K., & Zosso, D. (2013). Variational mode decomposition. IEEE Transactions on Signal Processing, 62(3), 531-544.

Fang, Y., Hu, Y., Li, M., Chen, H., Chen, X., & Li, J. (2021). Second-Order Horizontal Multi-Synchrosqueezing Transform for Hydrocarbon Reservoir Identification. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 19, 1-5.

Gabor, D. (1946). Theory of communication. Part 1: The analysis of information. Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part III: Radio and Communication Engineering, 93(26), 429-441.

Gholtashi, S., Nazari Siahsar, M. A., RoshandelKahoo, A., Marvi, H., & Ahmadifard, A. (2015). Synchrosqueezing-based transform and its application in seismic data analysis. Iranian Journal of Oil & Gas Science and Technology, 4(4), 1-14.

Hamidi, M., Hosseini, S. K., & Sadeghi, H. (2011). SUCCESSFUL APPLICATION S-TRANSFORM TIME-FREQUENCY METHOD IN HYDROCARBON RESERVOIRS AND LOW FREQUENCY SHADOWS DETECTION. Proceedings of the 10th SEGJ International Symposium, 1-4.

Huang, N. E., & Wu, Z. (2008). A review on Hilbert- Huang transform: Method and its applications to geophysical studies. Reviews of Geophysics, 46(2).

$$\hat{t}(\hat{t}(t, \omega), \omega), \omega)$$

$$= -\phi'(\omega) + \left(\frac{\phi''(\omega)^2}{\sigma^2 + \phi''(\omega)^2}\right)^3 (t + \phi'(\omega)) \quad (8-ب)$$

$$\hat{t}^{[N]}(t, \omega)$$

$$= -\phi'(\omega) + \left(\frac{\phi''(\omega)^2}{\sigma^2 + \phi''(\omega)^2}\right)^N (t + \phi'(\omega)) \quad (9-ب)$$

$$TMSST^{[N]}(u, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(t, \omega) \delta(u - \hat{t}^{[N]}(t, \omega)) dt \quad (10-ب)$$

۸- منابع

رداد، م، ۱۳۹۸، تحلیل زمان- بسامد داده های لرزه ای با روش تبدیل S بازچینی شده برای آشکارسازی سایه کم- بسامد، نشریه پژوهش- های ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۵، شماره ۲، صفحات ۲۸۳-۲۹۳.

روشندل، ا، نجاتی، ع، ۱۳۹۱، تجزیه طیفی با قدرت تفکیک زیاد و کاربرد آن در آشکارسازی سایه های کم ناشی از مخازن گازی، مجله ژئوفیزیک ایران، جلد ۶، شماره ۱، صفحه ۶۱-۶۸.

Auger, F., & Flandrin, P. (1995). Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method. IEEE Transactions on Signal Processing, 43(5), 1068-1089.

Auger, F., Flandrin, P., Lin, Y.-T., McLaughlin, S., Meignen, S., Oberlin, T., & Wu, H.-T. (2013). Time-frequency reassignment and synchrosqueezing: An overview. IEEE Signal Processing Magazine, 30(6), 32-41.

Cao, H., Wang, X., He, D., & Chen, X. (2020). An improvement of time-reassigned synchrosqueezing transform algorithm and its application in mechanical fault diagnosis. Measurement, 155, 107538.

Castagna, J. P., Sun, S., & Siegfried, R. W. (2003). Instantaneous spectral analysis: Detection of low-frequency shadows associated with hydrocarbons. The Leading Edge, 22(2), 120-127.

Chabyshova, E., & Goloshubin, G. (2014). Seismic modeling of low-frequency "shadows" beneath gas reservoirs. Geophysics, 79(6), D417-D423.

Chen, H., Kang, J., Chen, Y., Xu, D., & Hu, Y. (2017). An improved time-frequency analysis method for hydrocarbon detection based on EWT and SET.

- wavelet and synchrosqueezed transforms. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 376(2126), 20170254.
- Thakur, G., & Wu, H.-T. (2011). Synchrosqueezing-based recovery of instantaneous frequency from nonuniform samples. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 43(5), 2078–2095.
- Tu, X., Zhang, Q., He, Z., Hu, Y., Abbas, S., & Li, F. (2020). Generalized Horizontal Synchrosqueezing Transform: Algorithm and Applications. IEEE Transactions on Industrial Electronics.
- Wang, Q., Gao, J., & Liu, N. (2019). Second-order synchrosqueezing wave packet transform and its application for characterizing seismic geological structures. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 17(5), 760–764.
- Wang, S., Chen, X., Cai, G., Chen, B., Li, X., & He, Z. (2013). Matching demodulation transform and synchrosqueezing in time-frequency analysis. IEEE Transactions on Signal Processing, 62(1), 69–84.
- Wu, G., & Zhou, Y. (2018). Seismic data analysis using synchrosqueezing short time Fourier transform. Journal of Geophysics and Engineering, 15(4), 1663–1672.
- Yu, G. (2018). Demodulated synchrosqueezing transform. 2018 Chinese Automation Congress (CAC), 3468–3471.
- Yu, G., Lin, T., Wang, Z., & Li, Y. (2020). Time-reassigned multisynchrosqueezing transform for bearing fault diagnosis of rotating machinery. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 68(2), 1486–1496.
- Yu, G., Lin, T., Wang, Z., & Li, Y. (2021). Time-Reassigned Multisynchrosqueezing Transform for Bearing Fault Diagnosis of Rotating Machinery. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 68(2). <https://doi.org/10.1109/TIE.2020.2970571>
- Yu, G., Wang, Z., & Zhao, P. (2018). Multisynchrosqueezing transform. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 66(7), 5441–5455.
- Yu, G., Wang, Z., Zhao, P., & Li, Z. (2019). Local maximum synchrosqueezing transform: an energy-concentrated time-frequency analysis tool. Mechanical Systems and Signal Processing, 117, 537–552.
- Yu, G., Yu, M., & Xu, C. (2017). Synchroextracting transform. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 64(10), 8042–8054.
- Huang, Z., Zhang, J., Zhao, T., & Sun, Y. (2015). Synchrosqueezing S-transform and its application in seismic spectral decomposition. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 54(2), 817–825.
- Liu, G., Fomel, S., & Chen, X. (2011). Time-frequency analysis of seismic data using local attributes. Geophysics, 76(6), P23–P34.
- Mahdavi, A., Kahoo, A. R., Radad, M., & Monfared, M. S. (2021). Application of the local maximum synchrosqueezing transform for seismic data. Digital Signal Processing, 110, 102934.
- Mallat, S. (1999). A wavelet tour of signal processing. Elsevier.
- Martin, W., & Flandrin, P. (1985). Wigner-Ville spectral analysis of nonstationary processes. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 33(6), 1461–1470.
- Pinnegar, C. R., & Mansinha, L. (2003). The S-transform with windows of arbitrary and varying shape. Geophysics, 68(1), 381–385.
- Radad, M., Gholami, A., & Siahkoobi, H. R. (2015). S-transform with maximum energy concentration and its application to detect gas bearing zones and low-frequency shadows. Journal of the Earth and Space Physics, 41(3), 403–412.
- Ren, H., Goloshubin, G., & Hilterman, F. (2007). Spectra crossplot. Leading Edge (Tulsa, OK), 26(12). <https://doi.org/10.1190/1.2821943>
- Shirazi, M., Kahoo, A. R., & Chen, Y. (2018). Detection of Low-frequency Shadows Associated with Gas Using High-resolution Empirical Wavelet Transform. 80th EAGE Conference and Exhibition 2018, 2018(1), 1–5.
- Sinha, S., Routh, P. S., Anno, P. D., & Castagna, J. P. (2005). Spectral decomposition of seismic data with continuous-wavelet transform. Geophysics, 70(6), P19–P25.
- Stockwell, R. G., Mansinha, L., & Lowe, R. P. (1996). Localization of the complex spectrum: the S transform. IEEE Transactions on Signal Processing, 44(4), 998–1001.
- Sun, S., Castagna, J. P., & Siegfried, R. W. (2002). Examples of wavelet transform time-frequency analysis in direct hydrocarbon detection. In SEG Technical Program Expanded Abstracts 2002 (pp. 457–460). Society of Exploration Geophysicists.
- Tary, J. B., Herrera, R. H., & van der Baan, M. (2018). Analysis of time-varying signals using continuous

شیرازی و همکاران، تحلیل زمان-بسامد داده های لرزه ای با استفاده از روش تبدیل فشرده سازی همزمان چندگانه ، صفحات ۸۳-۹۴.