



دوره ۹، شماره ۲، ۱۴۰۲، صفحات ۱۵۷-۱۷۳

(DOI): 10.22044/JRAG.2022.12000.1334

وارون سازی توأمان سه بعدی داده های گرانی و مغناطیس با استفاده از پایدارکننده تغییرات کلی و قید گرادیان متقاطع

مهدی چهارپاشلو^۱، سعید وطن خواه^{۲*} و مصطفی قارلقی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران.

۲- استادیار؛ گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران.

۳- دانشجوی دکترا، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران.

دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۳/۲۴؛ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۸/۰۲

* نویسنده مسئول مکاتبات: svatan@ut.ac.ir

واژگان کلیدی

چکیده

در این مقاله الگوریتمی برای وارون سازی توأمان داده های گرانی و مغناطیس با استفاده از پایدارکننده ناهمسانگرد تغییرات کلی و قید گرادیان متقاطع توسعه داده شده است. پایدارکننده ناهمسانگرد تغییرات کلی با کاربرد جداگانه نرم یک بر مشتق پارامترهای مدل در سه جهت مختصاتی حاصل می گردد. استفاده از این نوع پایدارکننده سبب می شود که در مدل های بازسازی شده، لبه های ساختار زیرسطحی حفظ شده و مدل هایی متمرکز حاصل شوند. همچنین، ناپیوستگی های موجود در ساختارهای زیرسطحی بهتر آشکار می گردد. ارتباط بین پارامترهای مختلف مدل، تباین چگالی و خودپذیری مغناطیسی، توسط قید گرادیان متقاطع برقرار می شود. این قید از هندسه مدل ها برای جفت شدگی مدل های متفاوت استفاده می کند، بنابراین، باعث افزایش شباهت ساختاری بین مدل های بازسازی شده می شود. این بدان معنی است که اطلاعات موجود در هر دو داده گرانی و مغناطیسی به طور هم زمان مورداستفاده قرار گرفته است. لذا عدم قطعیت جواب حاصل از وارون سازی کاهش یافته و اطمینان بیشتری بر نتایج حاصل وجود دارد؛ بنابراین تفسیر چنین نتایجی ساده تر خواهد بود. الگوریتم توسعه داده شده بر روی دو مدل مصنوعی متفاوت آزمایش می گردد. نتایج به روشنی دلالت بر کارایی روش ارائه شده دارند. در نهایت داده واقعی جمع آوری شده بر روی دو لوله کیمبرلیت در ناحیه اوراپا کشور بوتسوانا مورداستفاده و مدل سازی قرار گرفته است. این ناحیه یکی از مناطق مهم تولید الماس در جهان می باشد. مدل های بازسازی شده به خوبی توزیع خاصیت فیزیکی، هندسه، گسترش جانبی و عمق هر دو لوله کیمبرلیت را نشان می دهند. این نتایج انطباق خوبی با زمین شناسی منطقه و اطلاعات گمانه های موجود دارند.

وارون سازی توأمان
پایدارکننده تغییرات کلی
گرادیان متقاطع
گرانی
مغناطیس

۱- مقدمه

روش های ژئوفیزیکی به دنبال آن هستند که با مطالعه ساختارهای زیرسطحی و توزیع خواص فیزیکی آن ها مانند چگالی، خودپذیری مغناطیسی، سرعت امواج لرزه ای و خصوصیات الکتریکی، تصویری از توزیع این خواص و هندسه مربوط به ساختارهای زیرسطحی، با توجه به داده برداشت شده، فراهم آورند. از جمله کاربردهای اولیه این دسته از مطالعات می توان به شناخت ساختارهای زمین اعم از هسته، گوشته و پوسته اشاره کرد که تحولاتی عمیق در علوم زمین پدید آورد. با گذشت زمان و پیشرفت علم در شاخه های ریاضی، فیزیک و زمین شناسی، محققان پای فراتر نهادند و به کاربردهایی بیشتر و اقتصادی تر از این دسته مطالعات پرداختند که از آن جمله می توان به اکتشافات هیدروکربنی، منابع معدنی و فلزی، آب های زیرزمینی، مطالعات مدیریت بحران و ... اشاره کرد.

در اکتشافات ژئوفیزیکی، پس از برداشت داده ها و پردازش آن ها، تفسیر بی هنجاری های به دست آمده مورد نظر است. روش های تفسیر در ژئوفیزیک غالباً به سه دسته تقسیم بندی می شوند (Blakely 1996): الف) روش های بهبود و نمایش داده، ب) مدل سازی پیشرو، و ج) وارون سازی. با توسعه رایانه های پیشرفته و نیز الگوریتم های توانمند، وارون سازی داده ها در سال های اخیر اهمیت و کاربرد فراوانی در تفسیر داده های ژئوفیزیکی یافته است. بسته به تنوع داده های موجود در ناحیه مورد بررسی، می توان از وارون سازی صرفاً یک نوع داده (وارون سازی جداگانه) و یا از وارون سازی هم زمان دو و یا چند نوع داده متفاوت (وارون سازی توأمان) استفاده کرد. وارون سازی جداگانه و مبتنی بر یک مجموعه داده، صرفاً اطلاعاتی در مورد توزیع یک نوع پارامتر فیزیکی در اختیار مفسر قرار می دهد. در صورتی که شرایط و امکانات فراهم باشد، استفاده هم زمان از دو یا چند نوع داده می تواند اطلاعات مفیدتری از سطح زیرین فراهم آورد. بنابراین وارون سازی توأمان روشی مؤثر برای کاهش عدم یکتایی موجود در مسائل وارون ژئوفیزیکی می باشد.

در الگوریتم های وارون سازی توأمان، داده های مختلف به طور هم زمان در یک الگوریتم وارون سازی وارد شده و با توجه به وابستگی مستقیم و یا غیرمستقیم بین پارامترهای مدل مختلف، الگوریتم با محدود کردن فضای مدل به سمت حصول نتایجی می رود که تمامی داده ها و پارامترهای مدل را مورد نظر قرار دهد. در این صورت است که عدم یکتایی جواب تا حدی کاهش یافته و نتایج بهتری در اختیار مفسر قرار می گیرد؛ بنابراین استفاده از الگوریتم های وارون سازی توأمان، به همراه پایدار کننده ها و قیود مناسبی که با توجه به ساختار مورد نظر انتخاب می گردند، در تفسیر داده های ژئوفیزیکی رو به افزایش است. امروزه الگوریتم های متفاوتی در وارون سازی توأمان داده های ژئوفیزیکی کاربرد دارند. در یک تقسیم بندی کلی می توان غالب این الگوریتم ها را در یکی از دو دسته کلی زیر قرار داد (Gallardo & Meju 2004): الف) روش هایی که بر اساس یک رابطه مستقیم بین پارامترهای فیزیکی مورد

جستجو توسعه داده شده اند، و ب) روش هایی که دربرگیرنده استفاده از ویژگی های ساختاری چشمه های زیرسطحی به عنوان یک عامل مشترک میان مدل های ژئوفیزیکی می باشند. هنگامی که اطلاعات دقیقی از رابطه بین پارامترهای مختلف مدل در دسترس باشد، طبیعتاً دسته نخست نتایج بهتری ارائه می کنند. به هر حال فراهم کردن چنین اطلاعاتی برای کل ناحیه مورد بررسی دشوار و گاهی غیرممکن است. در شیوه وارون سازی های توأمان به کمک ویژگی های ساختاری، درواقع از هندسه مدل ها جهت افزایش شباهت ساختاری بین مدل های بازسازی شده استفاده می شود (Haber & Oldenburg 1997; Gallardo & Meju 2003, 2004). پرکاربردترین قید مورد استفاده در این دسته، قید گرادیان متقاطع می باشد. ایده اصلی این شیوه آن است که تغییرات خصوصیات فیزیکی در مدل های مختلف بایست در یک محل اتفاق بیفتد، یا آنکه تغییرات در یکی از مدل ها صفر باشد. بنابراین مدل های ساخته شده تا حد امکان شبیه یکدیگر خواهند بود. پژوهش های متعددی در حوزه وارون سازی توأمان با استفاده از قید گرادیان متقاطع انجام شده است (Gallardo & Meju 2003, 2004; Tryggvason & Linde 2006; Gallardo 2007; Fregoso & Gallardo 2009; Haber & Holtzman 2013; Vatanikhah et al. 2022). در تحقیق حاضر فرض بر آن است که توزیع چگالی و خودپذیری مغناطیسی برای ساختارهای زیرسطحی دارای هندسه مشابهی می باشند. بنابراین قید گرادیان متقاطع برای جفت شدگی این پارامترها مورد استفاده قرار می گیرد.

در تمامی الگوریتم های وارون سازی، حصول جواب های باکیفیت نیازمند استفاده از پایدار کننده های مناسب است. پایدارکننده در الگوریتم وارون سازی برای منظم کردن جواب و کاهش اثر نوفه بر مدل بازسازی شده به کار می رود. علاوه بر آن، برخی مشخصات مورد انتظار برای مدل زیرسطحی نیز توسط پایدارکننده به مساله اعمال می گردد. پایدار کننده های مختلفی در مسائل وارون ژئوفیزیکی توسعه داده شده اند. به عنوان نمونه هنگامی که صرفاً بازسازی مشخصات اصلی ساختارهای زیرسطحی مورد نظر باشد (جزئیات مورد نیاز نباشد) می توان از پایدار کننده با بیشینه هموارشدگی (maximum smoothness stabilizer) استفاده کرد. این پایدارکننده درواقع از کمینه کردن نُرم دو مشتق پارامترهای مدل حاصل می شود (Li & Constable et al. 1987; Oldenburg 1996; Pilkington 1997). از سوی دیگر کاربرد نُرم یک و نُرم صفر^۱ برای مشتق پارامترهای مدل به ترتیب به پایدار کننده های تغییرات کلی (Total Variation) و کمینه گرادیان (minimum gradient support) منجر خواهد شد. این دو پایدارکننده، مدل های متمرکز با جزئیات بیشتر تولید کرده و همچنین لبه های ساختارهای

1- نُرم صفر از لحاظ ریاضی نُرم محسوب نمی شود. این نُرم در واقع به معنی تعداد عناصر غیر صفر در یک بردار است. کمینه کردن یک بردار با نُرم صفر سبب می گردد که تعداد عناصر غیر صفر آن کمینه گردد. در ژئوفیزیک، این نُرم برای تولید مدل های فشرده و تُنک استفاده می گردد.

و بردار $\mathbf{d}^{obs}$ داده‌های مشاهده‌ای را شامل می‌شود:

$$\mathbf{d}^{obs} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1^{obs} \\ \mathbf{d}_2^{obs} \end{bmatrix} \in R^{2m}.$$

در رابطه (۲)، عبارت‌های $\|\mathbf{W}_d(\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{G}\mathbf{m})\|_2^2$ عدم انطباق داده وزن-

دار، $\left(\sum_{j=x,y,z} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{D}_j & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{D}_j \end{bmatrix} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^{apr}) \right\|_1 \right)$ عبارت‌های تنظیم نرم یک

و $\|\mathbf{t}\|_2^2$ قید گرادیان متقاطع می‌باشد. همچنین در این رابطه، $\mathbf{W}_d$ ماتریس وزن‌دهی داده‌ها متشکل از ماتریس‌های قطری $\mathbf{W}_{d_1}$ و $\mathbf{W}_{d_2}$ می‌باشد. با فرض توزیع مستقل نوفه بر روی داده‌های مشاهده‌ای، درایه‌های این ماتریس‌ها به ترتیب شامل وارون انحراف معیارهای مربوط به داده‌های گرانی و مغناطیس می‌باشند:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_m} \end{bmatrix}$$

(۳)

که σ_m انحراف معیار مربوط به داده m ام است.

در عبارت پایدارکننده، ماتریس $\mathbf{D}_j$ شکل گسسته مشتق پارامترهای مدل در راستاهای x ، y و z را اعمال می‌کند. درواقع $\mathbf{D}\mathbf{m}$ بیانگر تقریب مشتق برای پارامتر مدل $\mathbf{m}$ می‌باشد.

برای حصول جواب، تابع هدف رابطه (۲) بایست کمینه گردد. بنابراین نیاز است که از این تابع هدف مشتق گرفته شود. وجود تابع پایدارکننده نرم یک و نیز قید گرادیان متقاطع مشکل‌زا می‌باشد. ابتدا با استفاده از الگوریتم لاوسون (Lawson, 1961) عبارت نرم یک پایدارکننده به یک عبارت وزن‌دار نرم دو تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} P^{(\alpha, \lambda)}(\mathbf{m}) = & \|\mathbf{W}_d(\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{G}\mathbf{m})\|_2^2 \\ & + \alpha^2 \left(\sum_{j=x,y,z} \left\| \begin{bmatrix} (\mathbf{W}_{Depth})_1 (\mathbf{W}_{TV_j})_1 \mathbf{D}_j & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & (\mathbf{W}_{Depth})_2 (\mathbf{W}_{TV_j})_2 \mathbf{D}_j \end{bmatrix} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^{apr}) \right\|_2 \right)^2 \\ & + \lambda^2 \|\mathbf{t}\|_2^2 \end{aligned} \quad (۴)$$

که ماتریس $\mathbf{W}_{TV_j}$ مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$(\mathbf{W}_{TV_j})_i = \text{diag} \left(\frac{1}{((\mathbf{D}_j(\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_i^{apr}))^2 + \varepsilon^2)^{1/4}} \right) \quad (۵)$$

چون $\mathbf{W}_{TV_j}$ وابسته به پارامترهای مدل است، بنابراین کمینه کردن تابع هدف رابطه (۴) نیازمند استفاده از یک الگوریتم تکرار است. پارامتر ε یک

زیرسطحی را بهتر آشکار می‌کنند. رویکردی یکپارچه از کاربرد پایدار کننده‌های مختلف در الگوریتم وارون‌سازی جداگانه در Vatankhah et al. (2020) ارائه شده است. در تحقیق حاضر پایدارکننده تغییرات کلی در الگوریتم وارون‌سازی توأمان مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین مدل‌های ساخته شده متمرکز بوده و لبه‌های ساختار زیرسطحی حفظ می‌گردند.

در ادامه، بخش ۲، تئوری روش وارون‌سازی توأمان داده‌های گرانی و مغناطیس بر اساس قید گرادیان متقاطع و پایدارکننده تغییرات کلی به تفصیل توضیح داده خواهد شد. همچنین در این بخش شیوه کمینه‌سازی تابع هدف کلی و نیز نحوه تعیین پارامترهای تنظیم در فرآیند وارون‌سازی بیان شده است. در بخش ۳، نتایج حاصل از کاربرد الگوریتم بر روی دو مدل مصنوعی متفاوت ارائه می‌گردد. بخش ۴، اختصاص به وارون‌سازی توأمان داده‌های گرانی و مغناطیس برداشت شده بر روی معادن کیمبرلیت اوراپا در بوتسوانا دارد.

۲- تئوری روش

سطح زیرین در ناحیه برداشت داده به وسیله n مکعب با هندسه ثابت گسسته سازی می‌شود. خاصیت فیزیکی ناشناخته مربوط به این مکعب‌ها، تغییرات چگالی و خودپذیری مغناطیسی، مورد جستجو است. با فرض آن که m داده بر روی سطح برداشت شده باشد، با صرف نظر کردن از مغناطیس بازماند، رابطه خطی بین بردار پارامترهای مدل و بردار داده‌های مربوطه، گرانی و مغناطیس، به صورت زیر برقرار است:

$$\mathbf{d}_i^{obs} = \mathbf{G}_i \mathbf{m}_i, \quad i = 1, 2. \quad (۱)$$

در این رابطه اندیس $i = 1$ برای داده‌های گرانی و اندیس $i = 2$ برای داده‌های مغناطیس در نظر گرفته می‌شود. وارون‌سازی توأمان برای این دو مجموعه داده را می‌توان به صورت کمینه کردن یک تابع هدف کلی به صورت رابطه زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} P^{(\alpha, \lambda)}(\mathbf{m}) = & \|\mathbf{W}_d(\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{G}\mathbf{m})\|_2^2 \\ & + \alpha^2 \left(\sum_{j=x,y,z} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{D}_j & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{D}_j \end{bmatrix} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^{apr}) \right\|_1 \right)^2 + \lambda^2 \|\mathbf{t}\|_2^2 \end{aligned} \quad (۲)$$

در این رابطه ماتریس $\mathbf{G}$ متشکل از دو ماتریس $\mathbf{G}_1$ و $\mathbf{G}_2$ به شکل زیر است:

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_1 & \\ & \mathbf{G}_2 \end{pmatrix} \in R^{2m \times 2n}.$$

بردار $\mathbf{m}$ شامل پارامترهای مدل مجهول، $\mathbf{m}_1$ و $\mathbf{m}_2$ ، و بردار $\mathbf{m}^{apr}$ مدل‌های اولیه را در بر دارد:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 \\ \mathbf{m}_2 \end{bmatrix} \in R^{2n}, \quad \mathbf{m}^{apr} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1^{apr} \\ \mathbf{m}_2^{apr} \end{bmatrix} \in R^{2n}.$$

$$P^{(\alpha, \lambda)}(m) = \left\| W_d(d^{obs} - Gm) \right\|_2^2 + \alpha^2$$

$$\left(\sum_{j=x,y,z} \left\| \begin{bmatrix} (W_{depth})_1 (W_{TV_j}^{(l-1)})_1 D_j & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & (W_{depth})_2 (W_{TV_j}^{(l-1)})_2 D_j \end{bmatrix} (m - m^{(l-1)}) \right\|_2^2 \right) + \lambda^2 \left\| t^{(l-1)} + B^{(l-1)}(m - m^{(l-1)}) \right\|_2^2 \quad (8)$$

در این رابطه، $t^{(l-1)}$ بردار گرادیان متقاطع است که با استفاده از پارامترهای مدل به دست آمده در تکرار $(l-1)$ محاسبه می گردد. ماتریس $B^{(l-1)} = (\nabla_m t^{(l-1)})$ ماتریس ژاکوبین برای بردار گرادیان متقاطع می باشد.

اکنون می توان از تابع هدف کلی رابطه (۸) مشتق گرفت و با قرار دادن این مشتق برابر با صفر، $\nabla_m P^{(\alpha, \lambda)}(m) = 0$ ، کمینه این تابع هدف که همان جواب مساله وارون سازی می باشد را در تکرار l ام به صورت زیر به دست آورد:

$$E^{(l)} m^{(l)} = F^{(l)} \quad (9)$$

که E و F در رابطه (۱۰) تعریف شده اند. برای حل رابطه (۹) از الگوریتم گرادیان مزدوج (Conjugate Gradient) استفاده می شود.

پارامترهای α و λ وزن مربوط به عبارتهای مختلف را مشخص می کنند و نقش مهمی در نتیجه حاصل از وارون سازی دارند. اگر مقدار این پارامترها بسیار کوچک انتخاب شوند، عبارت عدم انطباق داده نقش غالب را در وارون سازی ایفا خواهد کرد و در نتیجه خطای ناشی از نوفه، در جواب حاصل، بزرگ خواهد شد. مقدار بزرگ این پارامترها نیز سبب می گردد که برازش خوبی بین داده پیش بینی شده و داده مشاهده ای صورت نگیرد. شیوه رایج در وارون سازی توأمان آن است که الگوریتم با مقادیر بزرگ برای پارامترهای α شروع شود، سپس در طول تکرارهای متوالی الگوریتم، مقادیر این پارامترها به تدریج کاهش یافته تا آن که عدم انطباق مورد نظر برآورده شود. این شیوه در تحقیق حاضر نیز مورداستفاده قرار گرفته است. در تکرار اول برای دو پارامتر $\alpha_i^{(1)}$ مقادیر بزرگ، متفاوت با یکدیگر، انتخاب می شود، سپس این پارامترها در تکرارهای بعدی با روابط زیر به صورت تدریجی کاهش می یابند:

$$\alpha_1^{(l+1)} = \alpha_1^{(l)} q_1 \quad (11)$$

$$\alpha_2^{(l+1)} = \alpha_2^{(l)} q_2 \quad (12)$$

پارامترهای q_1 و q_2 میزان کاهش را تعیین می کنند. به دلیل آن که روند تدریجی برای کاهش پارامترهای تنظیم صورت بپذیرد، بنابراین برای این دو پارامتر، $q_1 = 0.9$ و $q_2 = 0.95$ انتخاب شده است. پارامتر λ در طول فرآیند وارون سازی یک مقدار ثابت در نظر گرفته می شود. این به آن مفهوم هست که هم زمان با کاهش پارامترهای α_i و ثابت نگه داشتن λ ، شباهت مدل ها در طول تکرارها افزایش می یابد.

برای خاتمه دادن به تکرارهای الگوریتم، معیار χ^2 به کار می رود.

عدد مثبت کوچک $1 - \varepsilon < 0$ انتخاب می شود. زمانی که ε کوچک باشد مدل حاصل تُنک خواهد بود، درحالی که برای مقادیر بزرگ آن مدل های هموار به دست می آید.

ماتریس قطری W_{Depth} که در رابطه (۴) وارد شده است ماتریس وزن دهی عمقی است (Li & Oldenburg, 1996; 1998):

$$(W_{Depth})_i = diag\left(1 / (z_j + z_0)^{\beta_i}\right) \quad (6)$$

که z_j میانگین عمق مکعب j ام، z_0 وابسته به اندازه مکعب ها و ارتفاع برداشت داده ها، و ضریب β وزن مناسب را اعمال می کند. ماتریس وزن دهی عمقی از این جهت دارای اهمیت است که در وارون سازی داده های میدان پتانسیل، مدل های بازسازی شده تمایل دارند نزدیک سطح متمرکز شوند. این به علت آن است که حساسیت کرنل با عمق کاهش می یابد. بنابراین به منظور غلبه بر این کاهش حساسیت و بازسازی مدل هایی که دارای گسترش عمقی هستند، ماتریس وزن دهی عمقی در وارون سازی داده های گرانی و مغناطیس کاربرد پیدا کرده است. انتخاب ضریب وزن دهی β باید با دقت انجام پذیرد. اگر مقدار آن بزرگ انتخاب شود به مکعب های عمیق تر وزن بیشتر می دهد و اگر کوچک انتخاب شود ماتریس وزن دهی عمقی فاقد کارایی لازم است.

عبارت سوم در رابطه (۴) قید گرادیان متقاطع می باشد که در دستگاه مختصات سه بعدی به صورت زیر تعریف می شود (Gallardo & Meju, 2003):

$$t(x, y, z) = \nabla m_1(x, y, z) \times \nabla m_2(x, y, z) \quad (7)$$

که اپراتور ∇ به عملگر گرادیان دلالت دارد. زمانی که $t(x, y, z) = 0$ شود، به این معنی است که شباهت ساختاری بین دو مدل حاصل شده است و گرادیان دو پارامتر مدل با یکدیگر موازی (هم جهت یا خلاف جهت) هستند و یا یکی از بردارهای گرادیان برابر صفر شده است. به لحاظ زمین شناسی این بدان معنی است که اگر مرزی وجود داشته باشد، که جداکننده دو واحد سنگ شناختی به لحاظ تباین ویژگی های فیزیکی باشد، به وسیله هر دو روش در یک مکان باید شناسایی شود. بنابراین، چنانچه ساختاری توسط یکی از مدل ها شناسایی گردد، در مدل دیگر نیز این ساختار تا حد ممکن نمایان خواهد شد. به منظور خطی کردن قید گرادیان متقاطع از بسط تیلور مرتبه اول استفاده می شود (Vatankhah et al. 2022). فرض کنید که مقدار هر متغیر در تکرار l ام با اندیس مربوط به آن مشخص می شود. به عنوان مثال $m^{(l)}$ مقدار پارامتر مدل را در تکرار l ام مشخص می کند. با در نظر گرفتن $m^{(1)} = m^{apr}$ و نیز بسط تیلور تابع گرادیان متقاطع، تابع هدف رابطه (۴) به شکل زیر بازنویسی می شود:

- مرحله ۴. قرار دادن $l = l + 1$
- مرحله ۵. محاسبه $\mathbf{t}^{(l-1)}$ و $\mathbf{B}^{(l-1)}$
- مرحله ۶. حل سیستم $\mathbf{E}^{(l)} \mathbf{m}^{(l)} = \mathbf{F}^{(l)}$ با استفاده از روابط (۱۰) و الگوریتم گرادینان مزدوج.
- مرحله ۷. اعمال کران‌های چگالی و خودپذیری به‌طوریکه $\rho_{\min} \leq \mathbf{m}_1 \leq \rho_{\max}$ و $\kappa_{\min} \leq \mathbf{m}_2 \leq \kappa_{\max}$
- مرحله ۸. معیار توقف بررسی شود، در صورت برآورده شدن تکرارها متوقف شوند.
- مرحله ۹. در صورت عدم توقف در مرحله ۸، به‌نگام کردن پارامترهای تنظیم با استفاده از روابط (۱۱) و (۱۲)، و همچنین به‌نگام کردن ماتریس‌های $(\mathbf{W}_{TV_j})^{(l)}$
- خروجی: $\rho = \mathbf{m}_1^{(l)}$ و $\kappa = \mathbf{m}_2^{(l)}$

$$\mathbf{E}^{(l)} = \begin{pmatrix} \mathbf{G}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{G} \\ + \alpha^2 \sum_{j=x,y,z} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_j^T (\mathbf{W}_{TV_j}^{(l-1)})^T (\mathbf{W}_{depth_1})^T (\mathbf{W}_{depth_1}) (\mathbf{W}_{TV_j}^{(l-1)}) \mathbf{D}_j & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{D}_j^T (\mathbf{W}_{TV_j}^{(l-1)})^T (\mathbf{W}_{depth_2})^T (\mathbf{W}_{depth_2}) (\mathbf{W}_{TV_j}^{(l-1)}) \mathbf{D}_j \end{bmatrix} \\ + \lambda^2 (\mathbf{B}^{(l-1)})^T \mathbf{B}^{(l-1)} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F}^{(l)} = \begin{pmatrix} \mathbf{G}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{d}^{obs} \\ + \alpha^2 \sum_{j=x,y,z} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_j^T (\mathbf{W}_{TV_j}^{(l-1)})^T (\mathbf{W}_{depth_1})^T (\mathbf{W}_{depth_1}) (\mathbf{W}_{TV_j}^{(l-1)}) \mathbf{D}_j & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{D}_j^T (\mathbf{W}_{TV_j}^{(l-1)})^T (\mathbf{W}_{depth_2})^T (\mathbf{W}_{depth_2}) (\mathbf{W}_{TV_j}^{(l-1)}) \mathbf{D}_j \end{bmatrix} \mathbf{m}^{(l-1)} \\ + \lambda^2 (\mathbf{B}^{(l-1)})^T (\mathbf{B}^{(l-1)} \mathbf{m}^{(l-1)} - \mathbf{t}^{(l-1)}) \end{pmatrix} \quad (10)$$

گسترش ۶۰۰، ۴۰۰ و ۴۰۰ متر می‌باشد. شکل ۱ سطح مقطع‌هایی غربی- شرقی از این مکعب و در فاصله ۹۵۰ متری شمال مبدأ را نشان می‌دهد. بی‌هنجاری گرانی و مغناطیسی حاصل از این مدل‌ها، $\mathbf{d}^{exact}$ در یک شبکه منظم شامل $30 \times 20 = 600$ داده با فواصل ۱۰۰ متر در سطح زمین تولید شدند. برای تولید داده گرانی، از فرمول اثر گرانی یک مکعب سه‌بعدی در (Blakely 1996) استفاده شده است. برای محاسبه میدان مغناطیسی کل مکعب از فرمول توسعه داده‌شده توسط Rao and Babu (1991) استفاده گردید. همچنین، برای تولید داده مغناطیسی،

هرگاه در یک تکرار شرط $\chi^2 = \|\mathbf{W}_{d_i}(\mathbf{d}_i^{obs} - \mathbf{G}_i \mathbf{m}_i^{(l)})\|_2^2 \leq m + \sqrt{2m}$ برای هر دو داده برآورده شود، الگوریتم متوقف می‌شود. در غیر این صورت، الگوریتم در بیشینه تعداد تکرارها، $\mathbf{L}_{max}$ که توسط کاربر تعیین می‌شود، خاتمه می‌یابد. همچنین، حدود بالا و پایین برای چگالی و خودپذیری مغناطیسی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این کار باعث محدود شدن فضای جستجوی مدل خواهد شد. در فرایند وارون‌سازی هرگاه در یک تکرار مقداری خارج از این کران‌ها حاصل شود، آن مقدار با نزدیک‌ترین مرز مربوطه جایگزین می‌گردد. مراحل انجام وارون‌سازی ارائه‌شده در این مقاله در الگوریتم ۱ خلاصه شده است.

الگوریتم ۱: مراحل انجام وارون‌سازی توأمان با استفاده از پایدارکننده تغییرات کلی و قید گرادینان متقاطع.

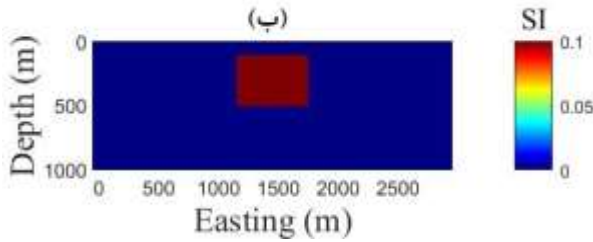
- ورودی‌ها:** $\rho_{\min}, \kappa_{\max}, \kappa_{\min}, \varepsilon^2, \mathbf{m}_i^{apr}, \mathbf{G}_i, \mathbf{W}_{d_i}, \mathbf{d}_i^{obs}, \mathbf{L}_{\max}, \beta_i, \lambda, \alpha_i^{(1)}, \mathbf{D}_j, \rho_{\max}$
- مرحله ۱. محاسبه $(\mathbf{W}_{Depth})_i$
- مرحله ۲. قرار دادن $l = 1$
- مرحله ۳. قرار دادن $\mathbf{m}_i^{(1)} = \mathbf{m}_i^{apr}$ و $(\mathbf{W}_{TV_j})_i^{(1)} = \mathbf{I}, i = 1, 2, j = x, y, z$

۳- مدل‌های مصنوعی

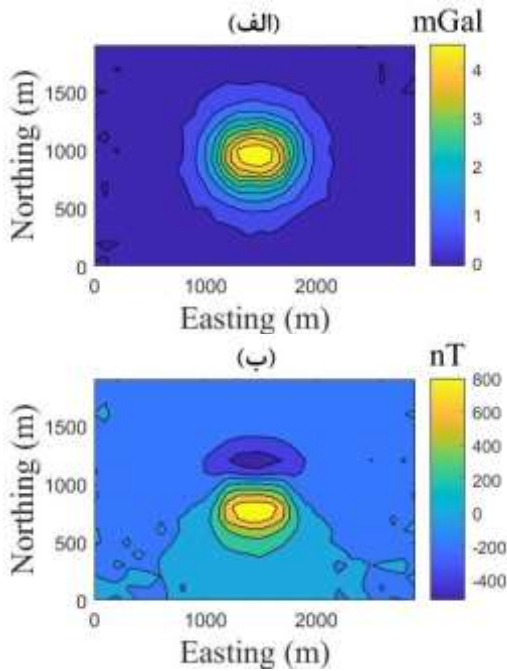
۳-۱- مدل مصنوعی اول

برای بررسی کارایی الگوریتم وارون‌سازی ارائه‌شده، مدل مصنوعی شامل یک مکعب تولیدشده است (شکل ۱- الف و ب). مکعب دارای تباين چگالی $\frac{g}{cm^3}$ ۱ و خودپذیری مغناطیسی (SI) ۰/۱ با محیط پیرامون خود می‌باشد. این مکعب در راستاهای شرق، شمال و عمق به ترتیب دارای

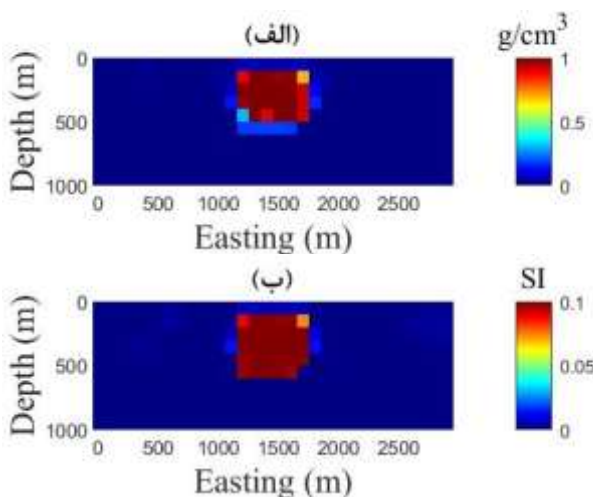
چهارپاشلو و همکاران، وارون سازی توأمان سه بعدی داده های گرانی و مغناطیس با استفاده از پایدارکننده تغییرات کلی و قید گرادیان متقاطع، صفحات ۱۵۷-۱۷۳.



شکل ۱: مدل مصنوعی اول شامل یک مکعب. الف) توزیع چگالی؛ ب) توزیع خودپذیری مغناطیسی.



شکل ۲: داده تولیدشده توسط مدل های شکل ۱ و آغشته به نوفه گوسی. الف) داده های گرانی؛ ب) داده های مغناطیسی.

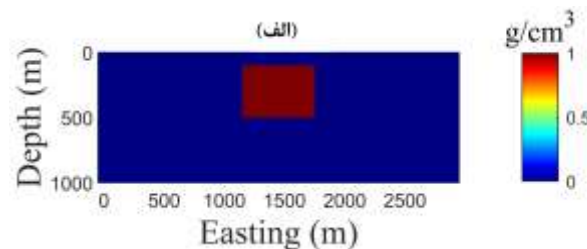


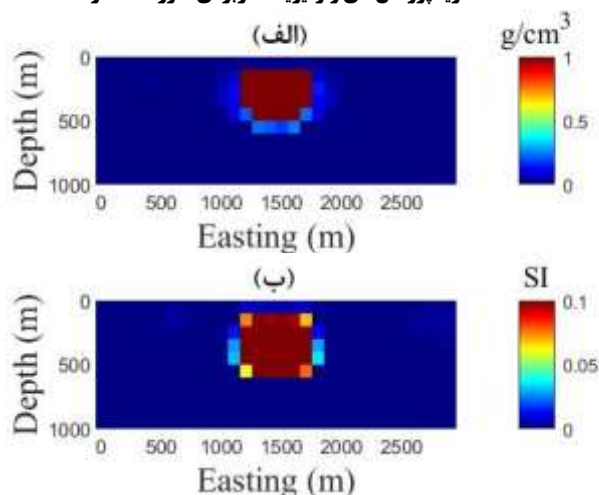
شکل ۳: مدل های بازسازی شده حاصل از اجرای الگوریتم وارون سازی توأمان بر روی داده های شکل ۲. الف) توزیع چگالی؛ ب) توزیع خودپذیری مغناطیسی.

زاویه انحراف مغناطیسی برابر ۲ درجه، زاویه میل مغناطیسی ۵۰ درجه و شدت میدان مغناطیسی ۴۷۰۰۰ نانوتسلا در نظر گرفته شده است. برای نزدیک کردن به حالت واقعی یک نوفه گوسی با انحراف معیار $\left(\tau_1 \left| \mathbf{d}_i^{\text{exact}} \right| + \tau_2 \max \left(\left| \mathbf{d}_i^{\text{exact}} \right| \right) \right)$, $s=1, \dots, m$. به هر داده s ام اضافه گردید. زوج پارامتر (τ_1, τ_2) برای داده های گرانی (0.02, 0.01) و برای داده های مغناطیس (0.01, 0.01) انتخاب شدند. این مدل تولید نوفه منطبق بر مقالات (Li & Oldenburg, 1996; 1998) است که در آن عبارت نوفه از دو مؤلفه، یکی ثابت برای همه داده ها و دیگری متناسب با مقدار هر داده، تشکیل شده است. شکل ۲ داده های آمیخته به نوفه تولیدشده توسط این مدل را نشان می دهند. کلیه محاسبات انجام شده در این مقاله توسط سیستمی با مشخصات زیر اجرا می گردد:

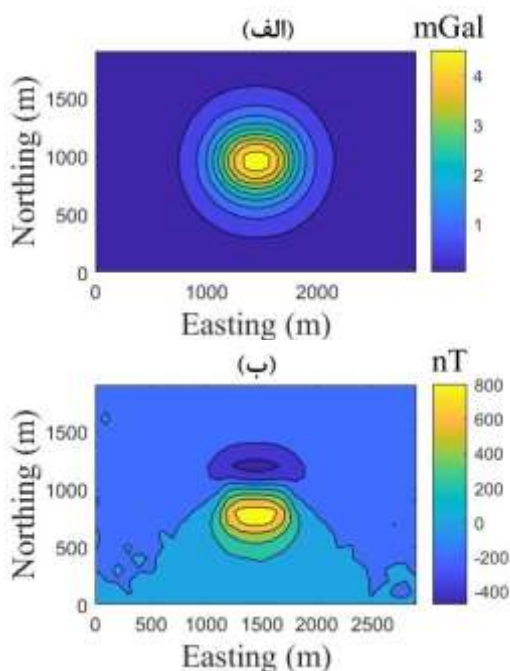
Laptop computer with Intel(R) Core(TM) i7-10750H CPU 2.6 GHz processor and 16 GB RAM

به منظور اجرای الگوریتم وارون سازی، زیر سطح ناحیه برداشت به وسیله $10 \times 20 \times 30 = 6000$ مکعب گسسته سازی می گردد. ابعاد هر مکعب ۱۰۰ متر انتخاب شده است. پارامتر تنظیم اولیه برای گرانی و مغناطیس به ترتیب $\alpha_1^{(1)} = 5000$ و $\alpha_2^{(1)} = 40000$ انتخاب می گردد. پارامتر مربوط به قید گرادیان متقاطع در مقدار $\lambda = 10^8$ ثابت می شود. محدود چگالی مجاز $0 < \rho < 1 \text{ g/cm}^3$ و محدوده خودپذیری مغناطیسی $0 < \kappa < 0.1$ واحد SI در نظر گرفته شده است. همچنین مقدار پارامتر β در ماتریس وزن دهی عمقی به ترتیب برای گرانی و مغناطیس برابر $\beta_1 = 0.8$ و $\beta_2 = 1.4$ استفاده شده است. پارامتر ε^2 در عبارت ماتریس وزن دهی برای گرانی 10^{-9} و برای مغناطیس 10^{-10} در نظر گرفته شده است (Vatankhah et al. 2022). الگوریتم بعد از ۳۸ تکرار متوقف می شود. مدت زمان اجرای الگوریتم ۱۶۰۲ ثانیه است. مدل های بازسازی شده در شکل ۳ و داده مربوطه به آن ها در شکل ۴ نشان داده شده است. خطای نسبی مدل های بازسازی شده که با رابطه $\frac{\left\| \mathbf{m}_i^{\text{exact}} - \mathbf{m}_i^{(i)} \right\|_2}{\left\| \mathbf{m}_i^{\text{exact}} \right\|_2}$, $i=1, 2$. محاسبه می شود برای مدل نهایی چگالی و خودپذیری مغناطیسی به ترتیب ۰/۲۴۲۷ و ۰/۴۲۹۴ می باشد. مشخص است که این مدل ها متمرکز بوده و لبه های چشمه زیرسطحی به خوبی حفظ و آشکار شده است. همچنین شباهت خوبی با همدیگر دارند؛ بنابراین الگوریتم توانایی خوبی در آشکار کردن ساختارهای قائم نشان می دهد.





شکل ۵: مدل‌های بازسازی شده حاصل از اجرای الگوریتم وارون‌سازی توأمان بر روی داده‌های شکل ۲ و بدون استفاده از قید گرادیان متقاطع. (الف) توزیع چگالی؛ (ب) توزیع خودپذیری مغناطیسی.

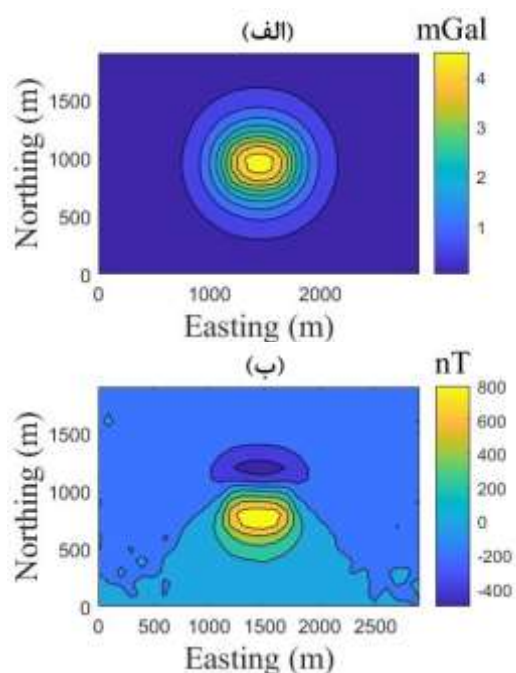


شکل ۶: داده‌های تولید شده توسط مدل‌های بازسازی شده شکل ۵. (الف) داده‌های گرانی؛ (ب) داده‌های مغناطیسی.

۳-۲- مدل مصنوعی دوم

مدل مصنوعی دوم یک مدل پیچیده شامل دو دایک شیب‌دار می‌باشد. عمق بالای هر دو دایک ۵۰ متر انتخاب شده است. دایک شیب‌دار در سمت غرب، تا ۲۰۰ متر و دایک سمت شرق، تا ۳۵۰ متر گسترش دارند.

تباين چگالی در نظر گرفته شده $\frac{g}{cm^3}$ ۰/۶ و تباين خودپذیری مغناطیسی ۰/۰۶ SI می‌باشد. همچنین جهت تولید داده‌های



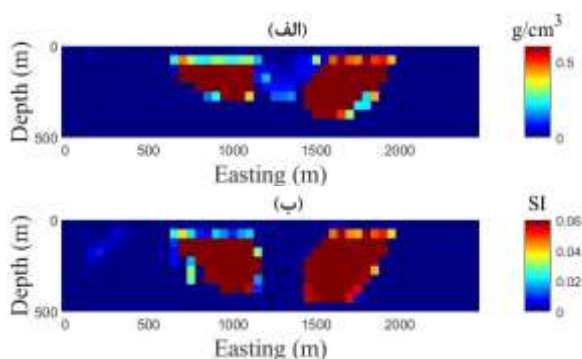
شکل ۴: داده‌های تولید شده توسط مدل‌های بازسازی شده شکل ۳. (الف) داده‌های گرانی؛ (ب) داده‌های مغناطیسی.

در مرحله بعد الگوریتم وارون‌سازی با مقدار $\lambda = 0$ اجرا می‌گردد. این بدان مفهوم است که قید گرادیان متقاطع در اجرای الگوریتم مورد استفاده قرار نمی‌گیرد اما بقیه عبارت‌ها به کار برده می‌شوند. الگوریتم پس از ۳۷ تکرار و مدت زمان ۱۰۲۲ ثانیه متوقف می‌شود. شکل ۵ (الف و ب) به ترتیب مدل‌های چگالی و خودپذیری مغناطیسی بازسازی شده را نشان می‌دهد. خطای نسبی مدل‌های بازسازی شده، برای مدل چگالی و خودپذیری مغناطیسی، به ترتیب ۰/۳۶۲۷ و ۰/۴۳۲۳ می‌باشد که در مقایسه با حالت قبل اندکی بیشتر شده‌اند. به هر حال این مدل‌ها دارای تطابق مناسبی با مدل اولیه هستند و بنابراین از لحاظ ژئوفیزیکی قابل قبول می‌باشند. مشخص است که هر دو مدل متمرکز بوده و دارای مرز شارپ و گسسته با محیط پیرامونی خود می‌باشند که همان‌طور که در بخش قبل توضیح داده شد به دلیل استفاده از پایدارکننده تغییرات کلی می‌باشد. به هر حال به دلیل عدم استفاده از قید گرادیان متقاطع، مدل‌ها شباهت کمتری نسبت به حالت قبل دارند. شکل ۶ داده‌های حاصل از مدل‌های بازسازی شده را نشان می‌دهد. هر دو داده در تطابق خوبی با داده‌های مشاهده‌ای می‌باشند.

چهارپاشلو و همکاران، وارون سازی توأمان سه بعدی داده های گرانی و مغناطیسی با استفاده از پایدارکننده تغییرات کلی و قید گرادیان متقاطع، صفحات ۱۵۷-۱۷۳.

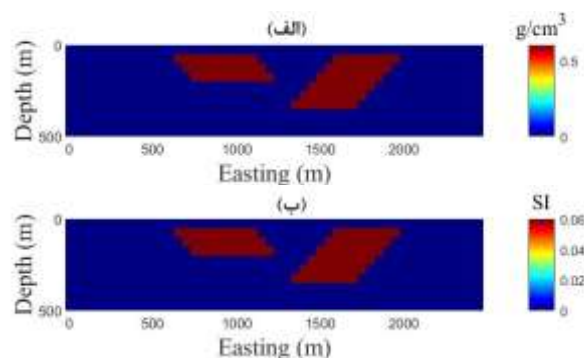
برداشت به وسیله $15000 = 10 \times 30 \times 50$ مکعب گسسته سازی می گردد. ابعاد هر مکعب ۵۰ متر انتخاب شده است. پارامتر تنظیم برای هر دو مدل همانند مدل مصنوعی اول انتخاب می گردد. پارامتر مربوط به قید گرادیان متقاطع در مقدار $10^7 = \lambda$ ثابت می شود. حدود چگالی $0 < \rho < 0.6 \text{ g/cm}^3$ و حدود خودپذیری مغناطیسی $0 < \kappa < 0.06$ واحد SI در نظر گرفته شده است. همچنین مقادیر پارامترهای θ و ε^2 همانند مدل مصنوعی اول می باشند. الگوریتم بعد از ۴۹ تکرار متوقف می شود، مدت زمان اجرای الگوریتم ۹۱۶۳ ثانیه است. مدل های بازسازی شده در شکل ۹ و داده تولید شده توسط این مدل ها در شکل ۱۰ نشان داده شده است. خطای نسبی مدل های بازسازی شده، برای مدل چگالی و خودپذیری مغناطیسی، به ترتیب ۰/۵۶۲۸ و ۰/۷۹۵۷ می باشد. نتایج دلالت بر توانایی الگوریتم وارون سازی توأمان جهت بازسازی مدل های زیرسطحی شیب دار دارد. همچنین پایدارکننده ناهمسانگرد تغییرات کلی در بازسازی مرزهای گسسته موفق عمل کرده است. شباهت ساختاری ایجاد شده در دایک های با خصوصیت فیزیکی مختلف، بیانگر این نکته است که قید گرادیان متقاطع در بهبود نتایج حاصل از الگوریتم وارون سازی توأمان تأثیر مهمی داشته است.

همانند مدل اول، الگوریتم وارون سازی توأمان بدون قید گرادیان متقاطع برای این مدل نیز به کار می رود. سایر پارامترها ثابت نگه داشته می شوند. مدل های بازسازی شده، شکل ۱۱، دلالت بر آن دارد که بازسازی قابل قبولی صورت پذیرفته است. تعداد تکرارها برابر ۵۰ و مدت زمان اجرای الگوریتم ۱۰۵۸۴ ثانیه است. خطای نسبی مدل های بازسازی شده، برای مدل چگالی و خودپذیری مغناطیسی، به ترتیب ۰/۵۶۹۲ و ۰/۸۵۵۱ می باشد. با توجه به اینکه قید گرادیان متقاطع استفاده نشده است، بنابراین شباهت ساختاری در مدل های بازسازی شده نسبت به قبل کمتر شده است. با این وجود کاربرد پایدارکننده تغییرات کلی سبب ایجاد مدلی متمرکز با بازسازی بسیار مناسبی شده است. داده های حاصل از مدل های بازسازی شده برازش خوبی در سطح نوفه با داده مشاهده ای دارند و در شکل ۱۲ نشان داده شده اند.

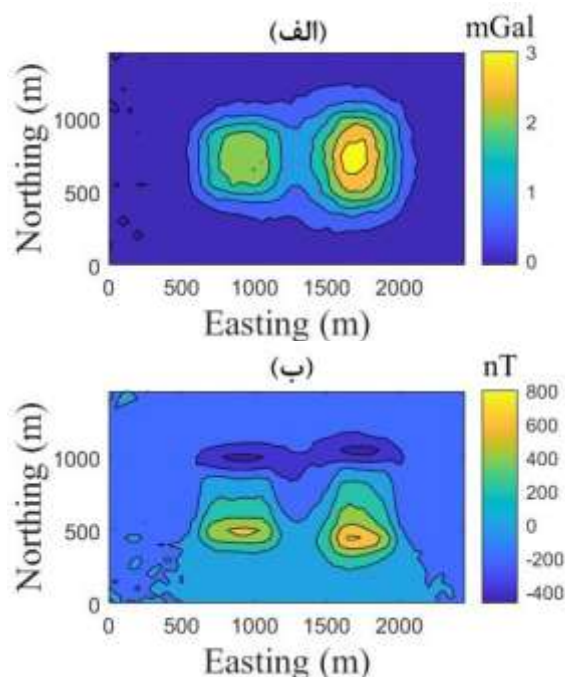


شکل ۹: مدل های بازسازی شده حاصل از اجرای الگوریتم وارون سازی توأمان بر روی داده های شکل ۸. الف) توزیع چگالی؛ ب) توزیع خودپذیری مغناطیسی.

مغناطیسی، همانند مدل اول، زاویه انحراف مغناطیسی برابر ۲ درجه، زاویه میل مغناطیسی ۵۰ درجه و شدت میدان مغناطیسی ۴۷۰۰۰ نانوتسلا در نظر گرفته شده است. تعداد ایستگاه ها، بر روی سطح زمین، ۵۰ ایستگاه در راستای شرق و ۳۰ ایستگاه در راستای شمال، در مجموع ۱۵۰۰ ایستگاه می باشد. فاصله ایستگاه ها در هر دو جهت ۵۰ متر در نظر گرفته شده است. شکل ۷ سطح مقطع های غربی-شرقی برای مدل چگالی و خودپذیری مغناطیسی در فاصله ۷۲۵ متری شمال مبدأ را نشان می دهد. همچنین داده آمیخته به نوفه برای این مدل ها در شکل ۸ نشان داده شده است.

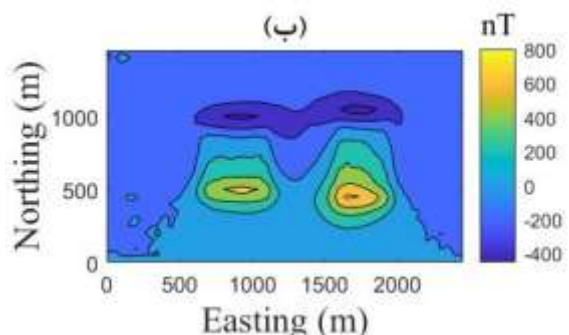


شکل ۷: مدل مصنوعی دوم شامل دو دایک شیب دار. الف) توزیع چگالی؛ ب) توزیع خودپذیری مغناطیسی.



شکل ۸: داده تولید شده توسط مدل مصنوعی دوم، شکل ۷، آغشته به نوفه گوسی. الف) داده های گرانی؛ ب) داده های مغناطیسی.

به منظور اجرای الگوریتم وارون سازی، سطح زیرین ناحیه



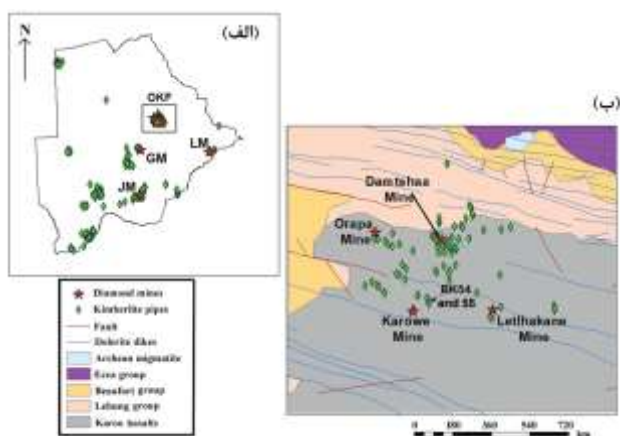
شکل ۱۲: داده‌های تولیدشده توسط مدل‌های بازسازی شده شکل ۱۱.
(الف) داده‌های گرانی؛ (ب) داده‌های مغناطیسی.

۴- داده‌های واقعی

در این بخش الگوریتم وارون‌سازی توأمان توسعه داده‌شده بر روی داده‌های گرانی و مغناطیس مربوط به لوله‌های کیمبرلیت واقع در معادن اِوِرایا در کشور بوتسوانا اجرا می‌گردد.

۴-۱- زمین شناسی، ناحیه مورد مطالعه

میدان کیمبرلیت اوراپا^۲ در کشور بوتسوانا، یکی از مناطق مهم تولید الماس در جهان است. در این میدان چندین لوله کیمبرلیت^۳ کوچک وجود دارد که از نظر گسترش جانبی، عمق و پتانسیل الماس کاملاً کاوش نشده‌اند. دو نمونه از این لوله‌ها با نام‌های BK54 و BK55 طی بررسی‌های ژئوفیزیکی میدان پتانسیل یافت شدند، که به سبب حفاری‌های بعدی، در این مناطق وجود کیمبرلیت تأیید شد. بوتسوانا با چهار منطقه تولید الماس در حال حاضر بزرگ‌ترین تولیدکننده الماس در جهان است (شکل ۱۳-الف).



شکل ۱۳: الف). مناطق تولید الماس در کشور بوتسوانا. محدوده میدان کیمبرلایت اوراپا (OKF) با مستطیل نشان داده شده است. ب). نقشه زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه و محل تقریبی لوله‌های کیمبرلایت BK54 و BK55 (شکل برگرفته از: Matende & Mickus (2021)

1- Orapa kimberlite field (OKF)

2- Kimberlite pipe

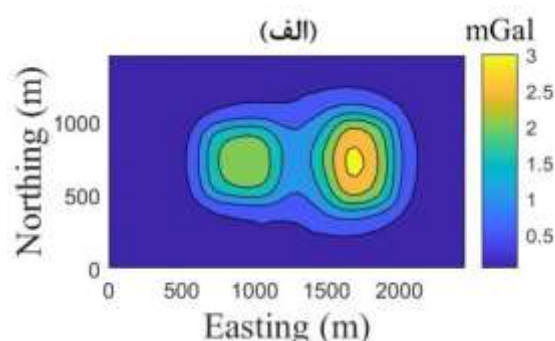
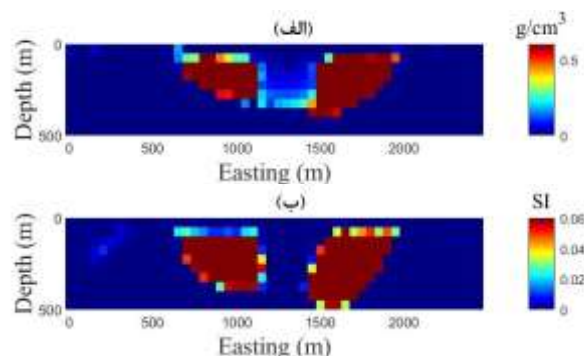
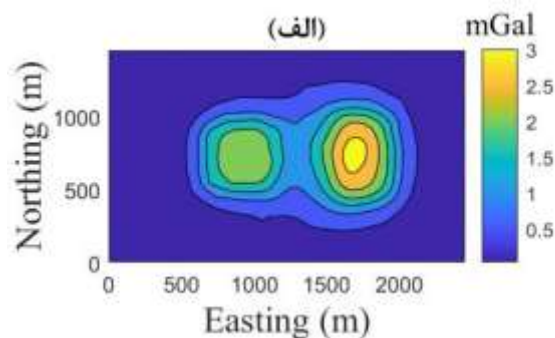


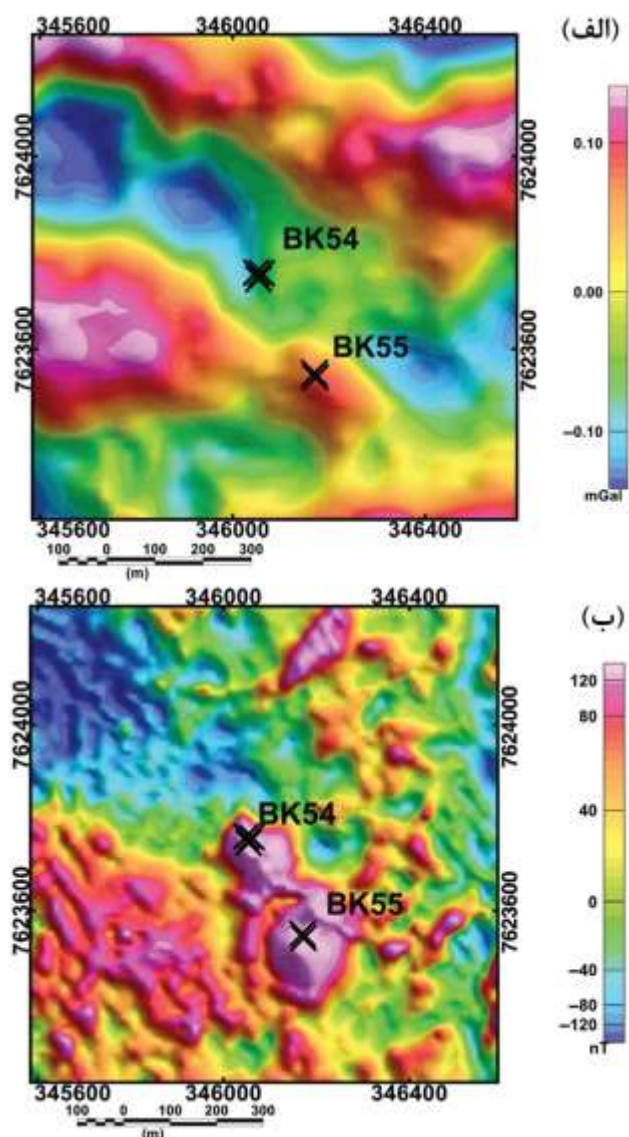
Figure 10 is a contour plot showing the magnetic field intensity (nT) distribution. The x-axis is Easting (m) from 0 to 2000, and the y-axis is Northing (m) from 0 to 1000. The color scale ranges from -400 nT (dark blue) to 800 nT (yellow). The plot shows two prominent positive anomalies (yellow/orange) and a negative anomaly (dark blue) in the upper center.



شکل ۱۱: مدل‌های بازسازی شده حاصل از اجرای الگوریتم وارون سازی
توآمان بر روی داده‌های شکل ۸ و بدون استفاده از قید گرادیان متقاطع.
(الف) توزیع چگالی؛ (ب) توزیع خودپذیری مغناطیسی.



چندجمله ای استفاده شده است. برای داده های گرانی، آنومالی منطقه ای با چندجمله ای درجه سوم و برای داده های مغناطیس با چندجمله ای درجه اول تقریب زده شده است (Matende & Mickus 2021). شکل ۱۴ (الف) نشان می دهد که بی هنجاری باقی مانده گرانی روی BK55 تقریباً دایره ای شکل است و در محل BK54 بی هنجاری نشان نمی دهد. عدم وجود یک ناهنجاری گرانی مثبت ممکن است به دلیل رخساره دهانه باشد که حاوی مواد کم چگال است و معمولاً بسیار هوازدگی دارد. همچنین محتمل است که عدم وجود تباین چگالی بین لوله کیمبرلیت و ماسه سنگ اطراف دلیل عدم وجود ناهنجاری گرانی باشد (Matende & Mickus 2021).



شکل ۱۴: (الف) نقشه بی هنجاری باقیمانده گرانی که با حذف بی هنجاری منطقه ای، با تقریب چندجمله ای مرتبه سوم، از بی هنجاری بوگه تهیه شده است. (ب) بی هنجاری باقیمانده مغناطیسی که با حذف بی هنجاری منطقه ای با تقریب چندجمله ای مرتبه اول تهیه شده است

مدل کلاسیک لوله کیمبرلیت در آفریقا غالباً از یک لوله شیب دار هویج مانند تشکیل شده است که با عمق باریک می شود (Field et al., 1997). به طور کلی، این مدل را می توان به سه منطقه عمودی مجزا (از پایین به بالا) تقسیم کرد: (۱) منطقه ریشه که نسبتاً عمیق و باریک متشکل از کیمبرلیت هیپابیزال نفوذی ریزدانه، منسجم و بدون آب و هوا می باشد، با قطعات سنگ بستر کم یا بسیار کم، (۲) منطقه دیاترمی میانی و شیب دار متشکل از توف های عظیم آتشفشانی مملو از قطعات سنگ میزبان، و (۳) بالاترین منطقه دهانه ای متشکل از مخلوط تجدید یافته از کیمبرلیت پایروکلاستیک و اپی کلاستیک، سنگ بستر و رسوبات، که اغلب به خوبی مرتب و منظم می شوند. کیمبرلیت اپی-کلاستیک و پایروکلاستیک معمولاً تراکم کمتری دارند و بسیار مستعد هوازدگی هستند (به رس های مختلف تبدیل می شوند) بنابراین یک ناهنجاری منفی از نظر گرانی و یک ناهنجاری EM مثبت بر روی لوله های کیمبرلیت ایجاد می کند. با این حال، اگر رخساره دهانه به دلیل فرسایش کاملاً از بین رفته باشد و دیاترم زیرین از سنگ های اطراف آن چگال تر باشد، یا اگر رخساره دهانه ای هرگز تشکیل نشده باشد، یک لوله کیمبرلیت ممکن است به صورت چگال ظاهر شود. از سوی دیگر حساسیت مغناطیسی کیمبرلیت های آتشفشانی معمولاً بیشتر از سنگ های اطراف است و در نتیجه یک بی هنجاری مثبت مغناطیسی ایجاد می کنند (Power and Hildes 2007; Cunio 2009; Devriese et al. 2017).

لوله های کیمبرلیت در نظر گرفته شده در این مطالعه در حوضه کالاهاری ایجاد شده اند. این حوضه به سمت شمال شرق در سراسر بوتسوانای مرکزی ادامه دارد. این ناحیه تشکیل دهنده بخش زیادی از رسوبات کربونیفر پسین تا ژوراسیک پایینی مربوط به حوضه Karoo در جنوب مرکزی آفریقا است. حوضه کالاهاری در بوتسوانا به چندین زیر حوضه تقسیم شده و منطقه مورد مطالعه در زیر حوضه کمربند شمالی کالاهاری مرکزی قرار دارد. این زیرحوضه در ناحیه اوراپا با گنیس های بیوتیت میگماتیته آرکن، گنیس های هورنبلنددار، آمفیبولیت ها و بقایای گرین استون مشخص می شود. سوپرگروه Karoo خود از گروه های Eccca ، Lebung، Beaufort و Stormberg تشکیل یافته است (شکل ۱۳- (Field et al. 1997).

۴-۲- بی هنجاری های گرانی و مغناطیسی مشاهده ای

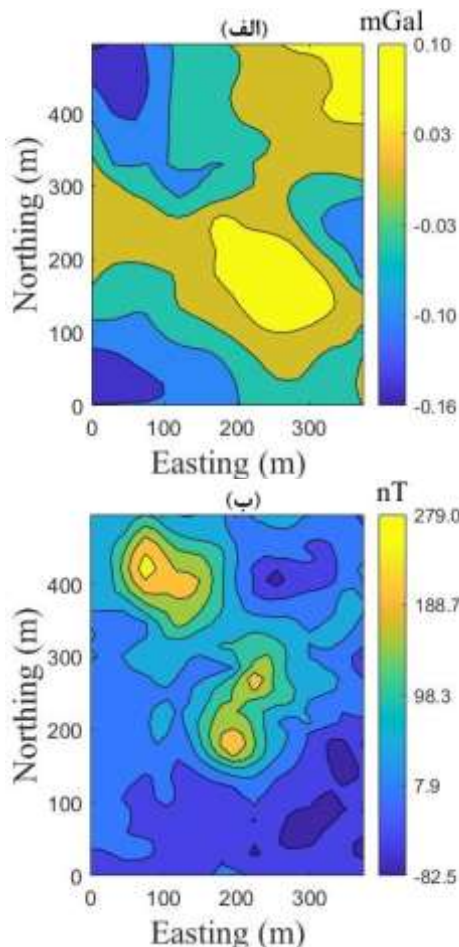
داده های گرانی زمینی با استفاده از دستگاه گرانی سنج Scintrex CG5 در سال ۲۰۰۵ با فاصله ایستگاهی ۲۵ متر در امتداد خطوط با فاصله ۵۰ متر جمع آوری شده است. داده های مغناطیسی زمینی با استفاده از یک مغناطیس سنج پروتون با فاصله ایستگاهی ۱۰ متر در امتداد خطوط با فاصله ۲۵ متر از یکدیگر برداشت شده است (Matende & Mickus 2021). برای جدایش آنومالی های منطقه ای و محلی از شیوه برازش

نوفه نرمالایز شده‌اند، در شکل ۱۹ نمایش داده شده است. این شکل‌ها نمایانگر یک توزیع نوفه گوسی با میانگین صفر است.

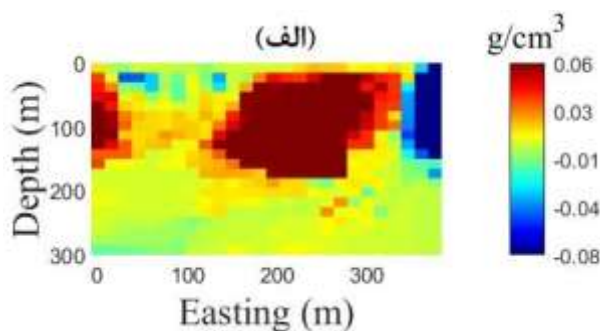
(شکل‌ها برگرفته از (Matende & Mickus (2021 می‌باشد).

۳-۴- نتایج حاصل از وارون‌سازی

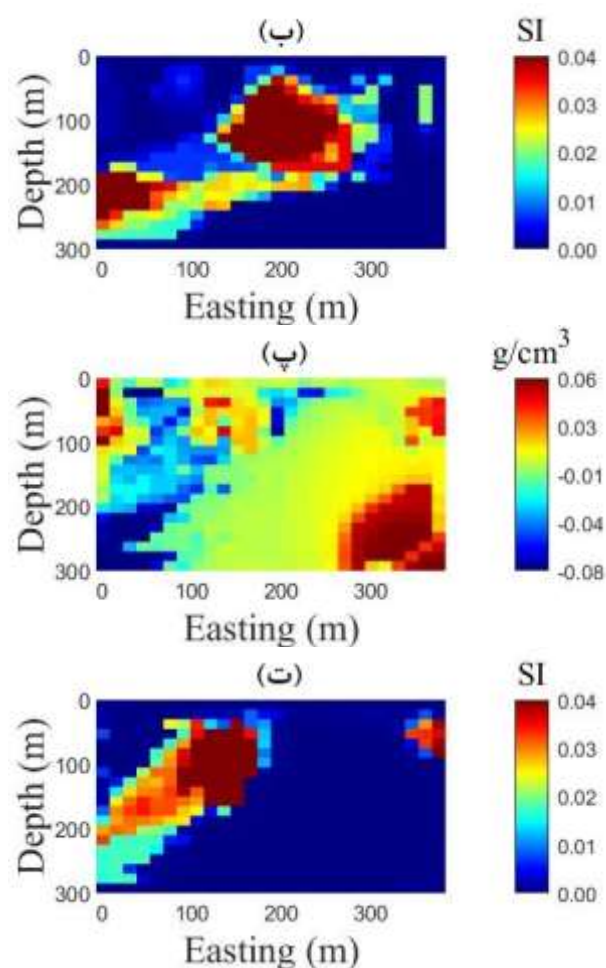
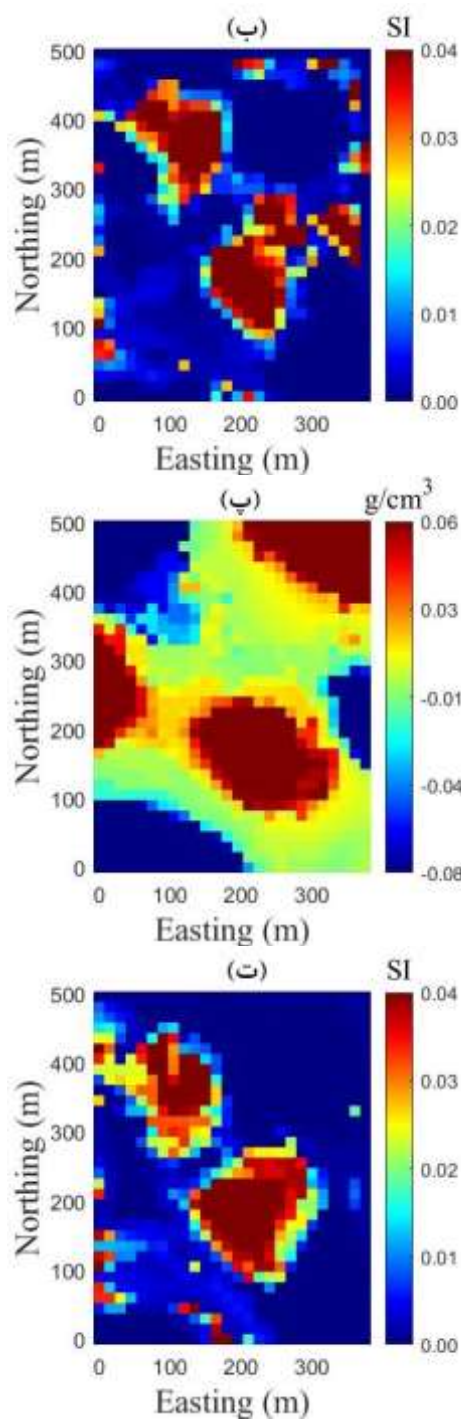
جهت انجام وارون‌سازی بر روی این لوله‌های کیمبرلیت، شبکه‌ای متشکل از ۲۶ ایستگاه در راستای شرق و ۳۴ ایستگاه در راستای شمال با فواصل ۱۵ متری آماده گردید. داده‌های مورد استفاده برای وارون‌سازی در شکل ۱۵ نشان داده شده‌اند. در این ناحیه، شدت میدان مغناطیسی برابر با ۲۸۶۲۵ نانوتسلا، زوایای انحراف و میل مغناطیسی به ترتیب ۱۳/۵- و ۶۲/۱- درجه می‌باشند. برای داده‌های گرانی و مغناطیس انحراف معیاری به صورت $(\tau_1 |d_i^{obs}| + \tau_2 \max |d_i^{obs}|)$, $s = 1, \dots, m$ در نظر گرفته می‌شود. زوج پارامتر (τ_1, τ_2) برای داده‌های گرانی (0.01, 0.01) و برای داده‌های مغناطیس (0.01, 0.03) انتخاب می‌گردد. برای اجرای الگوریتم وارون‌سازی توأمان، سطح زیرین ناحیه برداشت توسط ۱۷۶۸۰ چگالی و خودپذیری مغناطیسی بردار صفر می‌باشد. پارامتر تنظیم برای گرانی و مغناطیس به ترتیب از مقدار $\alpha_1^{(1)} = 10000$ و $\alpha_2^{(1)} = 20000$ شروع می‌شود و در طول تکرارهای بعدی کاهش می‌یابد. پارامتر تنظیم مربوط به قید گرادیان متقاطع در مقدار $\lambda = 10^7$ ثابت می‌شود. حدود چگالی g/cm^3 $-0.08 < \rho < 0.06$ و حدود خودپذیری مغناطیسی $0 < \kappa < 0.04$ واحد SI، با توجه به اطلاعات حاصل از مقاله (Matende & Mickus (2021، در نظر گرفته شده است. پارامتر ε^2 برای گرانی و مغناطیس یکسان و برابر 10^{-9} انتخاب می‌شود. الگوریتم بعد از ۷۰ تکرار متوقف می‌شود. مدت‌زمان اجرای الگوریتم ۱۴۵۷۰ ثانیه است. مدل‌های بازسازی‌های شده در سطح مقطع‌های غربی-شرقی و در فاصله ۱۸۰ و ۳۵۰ متری شمال مبدأ در شکل ۱۶ نمایش داده شده‌اند. همچنین شکل ۱۷ مقاطع عمقی در ۷۰، ۱۱۰ و ۱۵۰ متری را نشان می‌دهد. نتایج حاصل از مدل‌های بازسازی‌شده دلالت بر آن دارد که BK55 شکلی تقریباً کروی تا بیضوی دارد و با توجه به اطلاعات به دست آمده تا عمق ۱۵۰ الی ۱۷۰ متری زون ریشه‌ای آن ادامه دارد که هر دو مدل بازسازی‌شده توسط داده‌های گرانی و مغناطیس بیانگر این موضوع هستند. لوله کیمبرلیت BK54 دارای ابعاد کوچک‌تر است، همچنین کم‌عمق‌تر می‌باشد. به دلیل استفاده از قید گرادیان متقاطع، ساختار BK54 علی‌رغم نبود بی‌هنجاری گرانی در بازسازی چگالی مشخص شده است که این نشان می‌دهد الگوریتم در استفاده از قید گرادیان متقاطع به خوبی عمل کرده است. همچنین استفاده از پایدارکننده تغییرات کلی توانسته است مدل حاصل را متمرکز بازسازی کرده و محل مرزها را به خوبی حفظ کند. داده‌های حاصل از مدل‌های بازسازی‌شده در شکل ۱۸ نشان داده شده‌اند. همچنین اختلاف بین داده‌های مشاهده‌ای و داده‌های پیش‌بینی‌شده که توسط عدم قطعیت



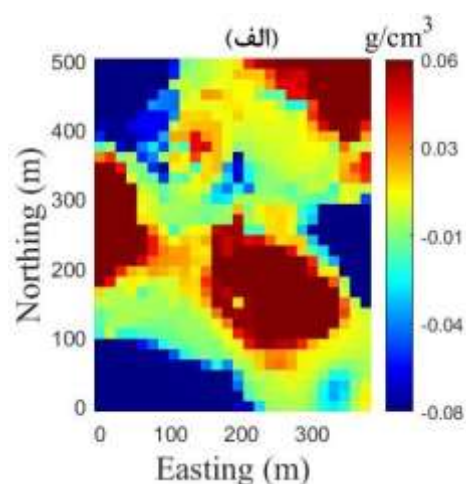
شکل ۱۵: داده‌های مورد استفاده برای وارون‌سازی. (الف) بی‌هنجاری گرانی؛ (ب) بی‌هنجاری مغناطیسی.

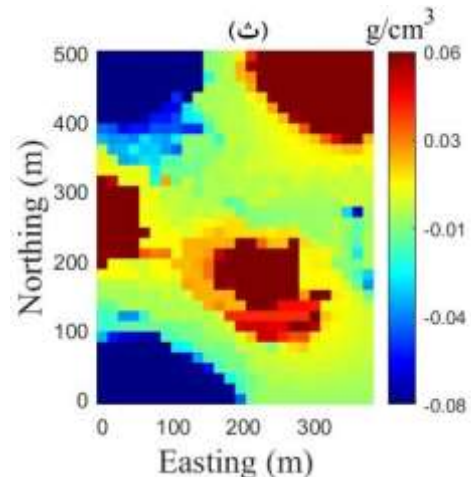
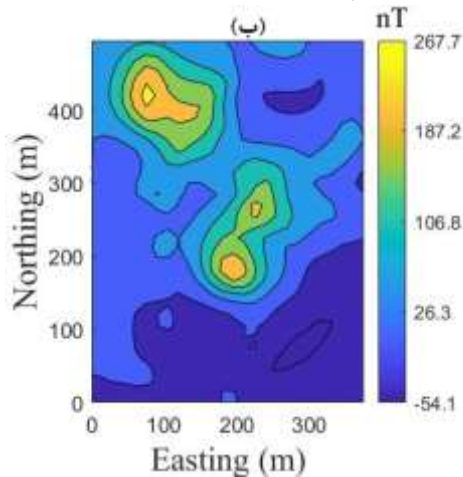


چهارپاشلو و همکاران ، وارون سازی نوآمان سه بعدی داده های گرانی و مغناطیس با استفاده از پایدارکننده تغییرات کلی و قید گرادینان متقاطع ، صفحات ۱۵۷-۱۷۳.

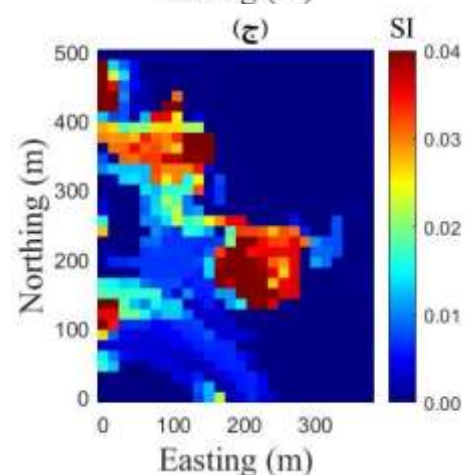
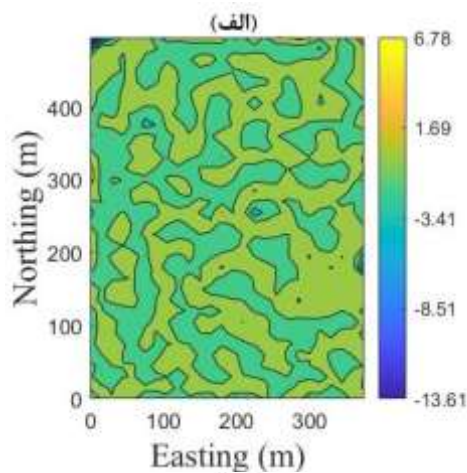


شکل ۱۶: مقاطع شرقی - غربی. (الف) و (ب) به ترتیب توزیع چگالی و خودپذیری مغناطیسی در فاصله ۱۸۰ متری شمال مبدأ را نشان می دهند. (پ) و (ت) به ترتیب توزیع چگالی و خودپذیری مغناطیسی در فاصله ۳۵۰ متری شمال مبدأ را نشان می دهند.

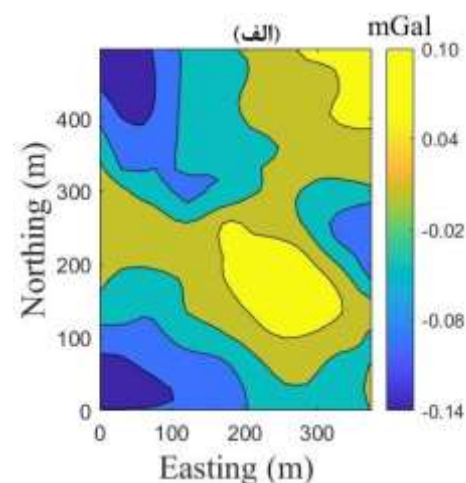
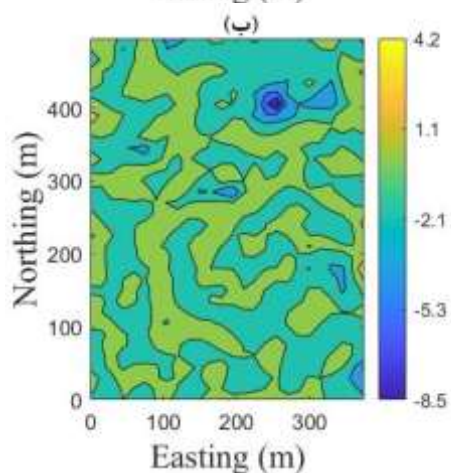




شکل ۱۶: داده‌های تولیدشده توسط مدل‌های بازسازی شده شکل‌های ۱۶ و ۱۷. (الف) داده‌های گرانی؛ (ب) داده‌های میدان مغناطیسی کل.



شکل ۱۷: مقاطع عمقی. (الف) و (ب) به ترتیب مقاطع چگالی و خودپذیری مغناطیسی در عمق ۷۰ متری، (پ) و (ت) مقاطع چگالی و خودپذیری مغناطیسی در عمق ۱۱۰ متری، (ث) و (ج) مقاطع چگالی و خودپذیری مغناطیسی در عمق ۱۵۰ متری.



شکل ۱۹: اختلاف بین داده‌های مشاهده‌ای، شکل ۱۵، و داده‌های حاصل از مدل‌های ساخته‌شده، شکل ۱۸، نرمالایز شده توسط عدم قطعیت‌های نوفه. (الف) برای داده‌های گرانی؛ (ب) برای داده‌های مغناطیسی.

چهارباشلو و همکاران، وارون سازی توأمان سه بعدی داده های گرانی و مغناطیس با استفاده از پایدارکننده تغییرات کلی و قید گرادیان متقاطع، صفحات ۱۵۷-۱۷۳.
واقعی مربوط به معادن کیمبرلایت اوراپا کمال تشکر را دارند.

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش الگوریتمی برای وارون سازی توأمان سه بعدی داده های گرانی و مغناطیس با استفاده از قید گرادیان متقاطع و پایدارکننده ناهمسانگرد تغییرات کلی معرفی گردید. قید گرادیان متقاطع با استفاده از بسط تیلور مرتبه اول خطی شده و کمینه سازی تابع هدف با استفاده از یک الگوریتم تکرار صورت پذیرفت. با کاربرد الگوریتم بر روی مدل های مصنوعی مختلف، نشان داده شد که قید گرادیان متقاطع در ایجاد شباهت ساختاری موفق عمل می کند. همچنین استفاده از پایدارکننده ناهمسانگرد تغییرات کلی سبب حصول مدل هایی متمرکز می شود. الگوریتم قادر است که ناپیوستگی ها را بازسازی کرده و لبه های ساختار زیرسطحی را در بازسازی حفظ و آشکار نماید. نشان داده شد که بدون استفاده از قید گرادیان متقاطع نیز الگوریتم قادر به بازسازی مدل های قابل قبول است، هرچند شباهت مدل های بازسازی شده کمتر خواهد بود. استفاده از ماتریس وزن دهی عمقی از بازسازی نزدیک به سطح مدل ها جلوگیری کرد و تمام مکعب ها با وزن یکسان در الگوریتم مشارکت داشتند. پارامترهای تنظیم مورد استفاده در الگوریتم از یک مقدار زیاد و متفاوت برای هر مجموعه داده شروع می شوند و سپس در طول تکرارهای بعدی کاهش می یابند. پارامتر مربوط به قید گرادیان متقاطع نیز ثابت در نظر گرفته شد. نتایج نشان داد که این شیوه در عین سادگی مؤثر و کارآمد است. در نهایت الگوریتم بر روی داده های واقعی مربوط به معادن کیمبرلایت اوراپا در کشور بوتسوانا مورد آزمایش قرار گرفت. داده های گرانی و مغناطیس برداشت شده بر روی دو معدن کیمبرلایت BK55 و BK54 در الگوریتم وارون سازی توأمان وارد شد. علی رغم اینکه ناهنجاری گرانی بوگه بر روی لوله کیمبرلایت BK54 مشاهده نشده بود، الگوریتم با استفاده از شباهت ساختاری ایجاد شده توسط قید گرادیان متقاطع توانست مدلی، هرچند نه دقیق، برای توزیع چگالی این ساختار حاصل کند. لوله کیمبرلایت BK54 به لحاظ اندازه و عمق از لوله کیمبرلایت BK55 کوچک تر می باشد. یکی از دلایل مطرح شده برای توجیه نبود بی هنجاری گرانی بر روی لوله کیمبرلایت BK54 ژنز مجموعه است که متشکل از فوران های انفجاری و در نتیجه تولید مواد توفستیک بیشتر در رخساره های دهانه و دیاترم می باشد. مدل خودپذیری مغناطیسی بازسازی شده نیز علاوه بر توزیع خاصیت مغناطیسی، گسترش، هندسه و عمق توده زیرسطحی را به خوبی نشان می دهد. بازسازی مناسب و متمرکز ایجاد شده توسط الگوریتم وارون سازی توأمان، دقت مدل را برای حفاری گمانه های اکتشافی آینده بالا خواهد برد. از مشکلات الگوریتم ارائه شده، عدم کارایی آن برای حل مسائل بزرگ مقیاس می باشد. این موضوع در حال حاضر مورد تحقیق نویسندگان است. کدهای مورد استفاده در این مقاله در نرم افزار متلب نوشته شده است و نزد نویسنده رابط موجود است.

۶- سپاس گذاری

نویسندگان از پروفسور کیوین میکوس برای در اختیار قرار دادن داده های

۷- منابع

- Blakely, R. J., Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications, Cambridge University Press, Cambridge.
- Constable, S. C., Parker, R. L. & Constable, C. G., 1987. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data, *Geophysics*, 52 (3), 289-300.
- Cunio, E., 2009. Comparison of ground TEM and VTEM responses over kimberlite in the Kalahari of Botswana: *Exploration Geophysics*, 40, 308-319, doi: 10.1071/EG09019.
- Devriese, S., Davis, K. & Oldenburg, D. W., 2017. Inversion of airborne geophysics over the DO-27/DO-18 kimberlites — Part 1: Potential fields, *Interpretation*, 5 (3), T299-T311.
- Field, M., Gibson, J. G., Wilkes, T. S., Gababots, J. & Khujwep, P., 1997. The geology of the Orapa A/K1 kimberlite, Botswana: Further insight into the emplacement of kimberlite pipes: *Proceedings of the 6th International Kimberlite Conference*, 155-157.
- Fregoso, E. & Gallardo, L. A., 2009. Cross-gradients joint 3D inversion with applications to gravity and magnetic data, *Geophysics*, 74 (4), L31-L42.
- Gallardo, L. A. & Meju, M. A., 2003. Characterization of heterogeneous near-surface materials by joint 2D inversion of DC resistivity and seismic data, *Geophysics. Res. Lett.*, 30 (13), 1658, doi: 10.1029/2003GL017370.
- Gallardo, L. A. & Meju, M. A., 2004. Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints, *Journal of Geophysical Research*, 109, B03311.
- Gallardo, L. A., 2007. Multiple cross-gradient joint inversion for geospectral imaging, *Geophys. Res. Lett.*, 34 (19), L19301.
- Haber, E. & Oldenburg, D. W., 1997. Joint inversion: a structural approach, *Inverse Problems*, 13, 6377.
- Haber, E. & Holtzman Gazit, M., 2013. Model Fusion and Joint Inversion, *Surv. Geophys.*, 34, 675-695.
- Lawson, C. L., 1961. Contribution to the Theory of Linear Least Maximum Approximation, Ph.D. thesis, University of California.
- Li, Y. & Oldenburg, D. W., 1996. 3-D inversion of magnetic data, *Geophysics*, 61 (2), 394-408.

- Tryggvason, A & Linde, N., 2006. Local earthquake (LE) tomography with joint inversion for P and S-wave velocities using structural constraints, *Geophysical Research Letters*, 33, L07303, doi:10.1029/2005GL0, 25485.
- Vatankhah, S., Renaut, R. A., Liu, S., 2020. A unifying framework for the widely used stabilization of potential field inverse problems, *Geophysical Prospecting*, **68**, 1416-1421.
- Vatankhah, S., Shuang Liu, Rosemary Anne Renaut, Xiangyun Hu, Jarom David Hogue, and Mostafa Gharloghi, 2022. An Efficient Alternating Algorithm for the L_p -Norm Cross-Gradient Joint Inversion of Gravity and Magnetic Data Using the 2-D Fast Fourier Transform, *IEEE TRANSACTIONS ON GEOSCIENCE AND REMOTE SENSING*, vol. 60, pp. 1-16.
- Li, Y. & Oldenburg, D. W., 1998. 3-D inversion of gravity data, *Geophysics*, 63 (1), 109-119.
- Matende, K. & and Mickus, K., 2021. Magnetic and gravity investigation of kimberlites in north-central Botswana. *Geophysics*, 86 (2), B67–B78.
- Power, M. & Hildes, D., 2007. Geophysical strategies for kimberlite exploration in northern Canada: Proceedings of Exploration 07-Fifth Decennial International Conference of Mineral Exploration, 1025–1031.
- Pilkington, M., 1997. 3-D magnetic imaging using conjugate gradients, *Geophysics*, 62 (4), 1132-1142.
- Rao, D. B., and Babu, N. R., 1991. A rapid method for three dimensional modeling of magnetic anomalies, *Geophysics*, 56, 1729-1737.