JRAG
نشریه پژوهش های ژئوفیزیک کاربردی
دوره ۷، شماره ۲، ۱۴۰۰، صفحات ۱۸۵–۲۰۰
شناسه دیجیتال(DOI): 10.22044/JRAG.2021.10221.1308

وارون‌سازی توامان سه‌بعدی داده‌های گرانی و مغناطیس با استفاده از قید گرامیان و پایدار کننده نُرم یک

مصطفی قارلقی[۱]، سعید وطن‌خواه[*۲] و شوانگ لیو[۳]

۱- دانشجوی کارشناسی‌ارشد، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران
۲- استادیار، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران
۳- دانشیار، دانشگاه علوم زمین چین (ووهان)، چین

دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۸/۱۱؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۱۱/۰۷

* نویسنده مسئول مکاتبات: **svatan@ut.ac.ir**

واژگان کلیدی

وارون‌سازی توامان
قید گرامیان
گرانی
مغناطیس

چکیده

مساله وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل، گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی، دارای عدم یکتایی بالایی است. یکی از روش‌های موثر برای کاهش عدم یکتایی مساله، وارون‌سازی توامان این داده‌ها می‌باشد. این بدان مفهوم است که داده‌های مختلف به طور همزمان در یک الگوریتم وارون‌سازی وارد شده، سپس، با توجه به وابستگی مستقیم و یا غیر مستقیم بین پارامترهای مدل‌های مختلف، الگوریتم با محدود کردن فضای مدل به سمت حصول نتایجی رود که داده‌ها و نیز ارتباط بین پارامترهای مدل را مورد نظر قرار داده باشد. در تحقیق حاضر وارون‌سازی توامان داده‌های گرانی و مغناطیس با استفاده از قید گرامیان مورد نظر است. قید گرامیان بر اساس کمینه کردن دترمینال ماتریس گرام یک سیستم از پارامترهای مدل مختلف می‌باشد. کاربرد قید گرامیان ارتباط خطی بین پارامترهای مدل‌های مختلف، و یا تبدیلات این پارامترها، برقرار می‌سازد. در واقع در وارون‌سازی توامان با استفاده از قید گرامیان نیازی به ورود اطلاعات اولیه در مورد همبستگی بین پارامترهای مدل‌های مختلف وجود ندارد بلکه این همبستگی در طی فرآیند وارون‌سازی فراهم می‌شود که یک مزیت مهم برای این روش است. علاوه بر این، به منظور حصول مدل‌های تُنک با مرزهای شارپ و گسسته، پایدار کننده نُرم یک در الگوریتم حاضر مورد استفاده قرار گرفته است. الگوریتم وارون‌سازی توامان ارائه‌شده بر روی مدل‌های مصنوعی و یک نمونه داده واقعی به کار رفته است.

۱- مقدمه

روش‌های ژئوفیزیکی به دنبال آن هستند که تصویری از توزیع خواص فیزیکی و نیز هندسه مربوط به ساختارهای زیر سطحی، با استفاده از داده برداشت شده بر روی سطح، فراهم آورند. خواص فیزیکی متفاوت داده متفاوت تولید می‌کنند و این حقیقت پایه و اساس توسعه روش‌های مختلف ژئوفیزیکی بوده است. در این میان اکتشافات ژئوفیزیکی بر مبنای میدان‌های پتانسیل، گرانی‌سنجی و مغناطیس‌سنجی، برای سال‌های طولانی مورد توجه و استفاده محققان بسیاری بوده است. مطالعات فراوانی در حوزه اکتشافات هیدروکربن، اکتشافات مواد معدنی، مطالعات حوضه‌های رسوبی و تعیین عمق پی‌سنگ و نیز مطالعات ناحیه‌ای و منطقه‌ای پوسته برای تعیین مرز موهو در طول این سال‌ها با استفاده از این روش‌ها انجام شده است (Nabighian et al., 2005; Blakely, 1996). هر دو روش نسبتا ارزان هستند و در دسته روش‌های سنجش از دور غیر فعال طبقه‌بندی می‌شوند، بنابراین کاربرد همزمان آنها می‌تواند اطلاعات مفیدی از سطح زیرین فراهم آورد. در مرحله تفسیر، می‌توان از وارون‌سازی توامان این داده‌ها به عنوان روشی موثر برای نشان دادن توزیع هندسی و خواص فیزیکی ساختارهای زیر سطحی استفاده کرد. این بدان مفهوم است که داده‌های مختلف به طور همزمان در یک الگوریتم وارون‌سازی وارد شده، سپس، با توجه به وابستگی مستقیم و یا غیرمستقیم بین پارامترهای مدل‌های مختلف، الگوریتم با محدود کردن فضای مدل به سمت حصول نتایجی رود که تمامی داده‌ها و نیز ارتباط بین پارامترهای مدل‌های مختلف را مورد نظر قرار داده باشد. در این حالت است که عدم یکتایی جواب مساله وارون تا حد زیادی کاهش یافته است و مفسر می‌تواند با اطمینان بیشتری به تفسیر نتایج حاصل بپردازد. امروزه الگوریتم‌های متفاوتی در وارون‌سازی توامان داده‌های ژئوفیزیکی کاربرد دارند. در یک تقسیم‌بندی کلی می‌توان غالب این الگوریتم‌ها را در یکی از دو دسته کلی زیر قرار داد (Gallardo and Meju, 2004): الف) روش‌هایی که شامل استفاده از خواص پتروفیزیکی یا هیدرولوژیکی برای برقراری ارتباط بین دو خاصیت فیزیکی مختلف هستند. ب) روش‌هایی که در برگیرنده استفاده از ویژگی‌های ساختاری به عنوان یک عامل مشترک میان مدل‌های ژئوفیزیکی می‌باشند. اخیرا، (Zhdanov et al.2012) الگوریتمی کلی برای وارون‌سازی توامان داده‌های ژئوفیزیکی بر اساس قید گرامیان ارائه دادند. قید گرامیان بر اساس کمینه‌کردن دترمینان ماتریس گرام یک سیستم از پارامترهای مدل‌های مختلف می‌باشد و این امکان را فراهم می‌کند که هر دو دسته از الگوریتم‌های وارون‌سازی توامان ذکر شده در بالا را بتوان، بسته به شرایط، مورد استفاده قرار داد. در این شیوه یک تابع هدف کلی متشکل از عبارت‌های عدم انطباق داده، عبارت‌های پایدارکننده، و قید گرامیان کمینه می‌شود. کمینه شدن تابع هدف کلی بدان مفهوم است که دترمینال ماتریس گرام (قید گرامیان) به سمت صفر می‌رود. هنگامی که دترمینال به سمت صفر می‌رود، همبستگی میان پارامترهای مدل مختلف، و یا نشانگرهای پارامترهای مدل، ایجاد می‌گردد. بنابراین می‌توان گفت که در وارون‌سازی توامان با استفاده از قید گرامیان ارتباط و همبستگی میان پارامترهای مدل مختلف در طی فرآیند وارون‌سازی به دست می‌آید و نیازی به اطلاعات اولیه معلوم در مورد این ارتباط وجود ندارد که یک مزیت مهم محسوب می‌شود.

در ادامه، بخش ۲، تئوری روش وارون‌سازی توامان داده‌های گرانی و مغناطیس براساس قید گرامیان به تفصیل توضیح داده خواهد شد. همچنین در این بخش شیوه کمینه‌سازی تابع هدف کلی با استفاده از الگوریتم *RRCG* و نیز نحوه تعیین پارامترهای تنظیم در فرآیند وارون‌سازی آورده شده است. در بخش ۳، نتایج حاصل از کاربرد الگوریتم بر روی دو مدل مصنوعی متفاوت ارائه می‌گردد. بخش ۴، اختصاص به وارون‌سازی توامان داده‌های گرانی و مغناطیس برداشت شده بر روی کانسار آهن در ناحیه‌ای در شمال‌غرب چین دارد.

۲- تئوری روش

سطح زیرین در ناحیه برداشت به وسیله n مکعب با هندسه ثابت گسسته‌سازی می‌شود. خاصیت فیزیکی نامعلوم مربوط به این مکعب‌ها، تغییرات چگالی و خودپذیری مغناطیسی، مورد جستجو است. با فرض آن‌که m داده بر روی سطح برداشت شده باشد، با صرف‌نظر کردن از مغناطیس بازماند، رابطه خطی بین بردار پارامترهای مدل و بردار داده‌های مربوطه، گرانی و مغناطیس، به صورت زیر است:

$$\boldsymbol{d}_{obs}^{(i)} = A^{(i)}\boldsymbol{m}^{(i)}, \;\; i = 1,2. \tag{۱}$$

که $A^{(i)}$ و $\boldsymbol{m}^{(i)}$ به ترتیب ماتریس کرنل و بردار پارامترهای مدل مربوط به داده iام، $\boldsymbol{d}_{obs}^{(i)}$، می‌باشند. وارون‌سازی توامان برای این دو مجموعه داده را می‌توان به صورت کمینه‌کردن یک تابع هدف کلی به شکل زیر فرمول‌بندی کرد:

$$P^{(\alpha,\lambda)}\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)},\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right) = \sum_{i=1}^{2}\left\|\tilde{A}^{(i)}\tilde{\boldsymbol{m}}^{(i)} - \tilde{\boldsymbol{d}}^{(i)}\right\|_2^2 + \sum_{i=1}^{2}\alpha^{(i)}\left\|\tilde{\boldsymbol{m}}^{(i)} - \tilde{\boldsymbol{m}}_{apr}^{(i)}\right\|_2^2 + \lambda S_G\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)},\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right). \tag{۲}$$

اندیس i به مجموعه داده‌های ژئوفیزیکی مختلف اشاره دارد که $i=1$ مربوط به داده گرانی و $i=2$ برای داده‌های مغناطیسی در نظر گرفته می‌شود. در این رابطه، عبارت‌های $\left\|\tilde{A}^{(i)}\tilde{\boldsymbol{m}}^{(i)} - \tilde{\boldsymbol{d}}^{(i)}\right\|_2^2$ عدم انطباق داده وزن‌دار برای هر یک از مجموعه داده‌ها، $\left\|\tilde{\boldsymbol{m}}^{(i)} - \tilde{\boldsymbol{m}}_{apr}^{(i)}\right\|_2^2$ عبارت‌های تنظیم و $S_G\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)},\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right)$ قید گرامیان می‌باشد. در رابطه (۲)، $\tilde{A}^{(i)}$ ماتریس کرنلی است که از هر دو طرف وزن داده شده است و از حاصل ضرب یک ماتریس قطری وزن‌دهی داده $W_d^{(i)}$، با فرض آن که نوفه موجود در داده‌ها دارای توزیع مستقل باشند، و یک ماتریس وزن‌دهی $W^{(i)}$ ایجاد شده است:

$$\tilde{A}^{(i)} = W_d^{(i)}A^{(i)}\left(W^{(i)}\right)^{-1} \tag{۳}$$

عناصر روی قطر اصلی ماتریس $W_d^{(i)}$ به صورت وارون انحراف معیارهای نوفه می‌باشند:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{\sigma_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \dfrac{1}{\sigma_m} \end{bmatrix} \tag{۴}$$

که σ_m انحراف معیار مربوط به داده mام است. ماتریس وزن‌دهی $W^{(i)}$ به صورت حاصل‌ضرب دو ماتریس قطری در نظر گرفته می‌شود (Vatankhah et al., 2017):

$$W^{(i)} = \left(W_{depth}\right)_i \left(W_{L_1}\right)_i \in R^{n\times n}, \quad i=1,2. \tag{۵}$$

که در این رابطه، W_{dept} ماتریس وزن‌دهی عمقی است (Li & Oldenburg, 1996;1998):

$$\left(W_{depth}\right)_i = diag\left(1/\left(z_j+z_0\right)^{\beta^{(i)}}\right) \tag{۶}$$

که z_j میانگین عمق مکعب jام، z_0 وابسته به ارتفاع برداشت داده و ضریب β وزن مناسب را اعمال می‌کند. ماتریس وزن‌دهی عمقی از این جهت حائز اهمیت است که در وارون‌سازی داده‌های مربوط به میدان پتانسیل مدل‌های بازسازی شده تمایل دارند؛ که نزدیک سطح متمرکز شوند. این به علت آن است که حساسیت کرنل با عمق کاهش می‌یابد. بنابراین به منظور کاهش این حساسیت و بازسازی مدل‌هایی که دارای گسترش عمقی هستند، ماتریس وزن‌دهی عمقی در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل کاربرد پیدا کرده است. انتخاب ضریب وزن‌دهی β باید با دقت انجام پذیرد. اگر مقدار آن بزرگ انتخاب شود به مکعب‌های عمیق‌تر وزن بیشتر می‌دهد و اگر کوچک انتخاب شود ماتریس وزن‌دهی عمقی فاقد کارایی لازم است. در رابطه (۵)، ماتریس $\left(W_{L_1}\right)_i$ یک ماتریس قطری است که با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\left(W_{L_p}\right)_i = diag\left(1/\left(\left(\boldsymbol{m}^{(i)}-\boldsymbol{m}_{apr}^{(i)}\right)+\varepsilon^2\right)^{1/4}\right), \quad i=1,2. \tag{۷}$$

این ماتریس در واقع از جایگزینی عبارت تنظیم نرم یک، $\left\|\tilde{\boldsymbol{m}}^{(i)}-\tilde{\boldsymbol{m}}_{apr}^{(i)}\right\|_1$، با عبارت تنظیم نرم دو، $\left\|\tilde{\boldsymbol{m}}^{(i)}-\tilde{\boldsymbol{m}}_{apr}^{(i)}\right\|_2^2$، پدیدار می‌گردد. جزئیات این جایگذاری در مقاله(Vatankhah et al., 2017) . به تفصیل توضیح داده شده است. پارامتر ε یک عدد مثبت کوچک $0<\varepsilon \ll 1$ انتخاب می‌شود. زمانی که ε کوچک باشد مدل حاصل تُنک خواهد بود، در حالی که برای مقادیر بزرگ آن مدل‌های هموار به دست می‌آید. در رابطه (۲) بردار داده‌های وزن‌دار $\tilde{\boldsymbol{d}}^{(i)}$، بردار پارامترهای مدل وزن‌دار $\tilde{\boldsymbol{m}}^{(i)}$ و بردار پارامترهای مدل اولیه وزن‌دار بر طبق روابط زیر می‌باشند:

$$\tilde{\boldsymbol{d}}^{(i)} = W_d^{(i)} \boldsymbol{d}_{obs}^{(i)} \tag{۸}$$

$$\tilde{\boldsymbol{m}}^{(i)} = W^{(i)} \boldsymbol{m}^{(i)} \tag{۹}$$

$$\tilde{\boldsymbol{m}}_{apr}^{(i)} = W^{(i)} \boldsymbol{m}_{apr}^{(i)} \tag{۱۰}$$

عبارت سوم در رابطه (۲) قید گرامیان است که برای دو پارامتر مدل وزن‌دار به صورت دترمینان زیر تعریف می‌گردد (Zhdanov et al., 2012):

$$S_G\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)},\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right) = \begin{vmatrix} \left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)},\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)}\right) & \left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)},\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right) \\ \left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)},\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)}\right) & \left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)},\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right) \end{vmatrix} \tag{۱۱}$$

که عملگر $(.,.)$ به ضرب داخلی دلالت دارد. با کمینه‌کردن این قید در تابع هدف کلی رابطه (۲)، وابستگی خطی بین پارامترهای وزن‌دار مدل‌های مختلف به وجود می‌آید:

$$\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)} = k\,.\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)} \tag{۱۲}$$

که k یک عدد حقیقی است. بنابراین دیگر نیازی به داشتن اطلاعات اولیه در مورد همبستگی بین پارامترهای مدل مختلف، یا تبدیلات این پارامترها، وجود ندارد و این ارتباط و همبستگی در طی فرآیند وارون-سازی به دست خواهد. برای جزئیات بیشتر می‌توان به Zhdanov et al.2012) و (Lin & Zhdanov 2018) مراجعه کرد.

پارامترهای α و λ وزن مربوط به عبارت‌های مختلف را مشخص می-کنند و نقش مهمی در نتیجه حاصل از وارون‌سازی دارند. اگر مقدار این پارامترها بسیار کوچک انتخاب شوند، عبارت عدم انطباق داده نقش غالب را در وارون‌سازی ایفا خواهد کرد و نتیجه آن خواهد شد که خطای ناشی از نوفه در جواب بزرگ خواهد شد. مقدار بزرگ این پارامترها نیز سبب می‌گردد که برازش خوبی بین داده پیش‌بینی شده و داده مشاهده‌ای صورت نگیرد (Hansen, 1992). شیوه رایج در وارون‌سازی توامان آن است که الگوریتم با مقادیر بزرگ این پارامترها شروع شود، سپس در طول تکرارهای متوالی الگوریتم، مقادیر این پارامترها به تدریج کاهش یافته تا آن‌که عدم انطباق مورد نظر برآورده شود. با الهام گرفتن از این راه کار موثر، یک شیوه ابتکاری برای تعیین این پارامترها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در تکرار اول برای دو پارامتر $\alpha^{(i)}$ مقادیر بزرگ، متفاوت با یکدیگر، انتخاب می‌شود، سپس این پارامترها در تکرارهای بعدی با روابط زیر به صورت تدریجی کاهش می‌یابند:

$$\alpha_{k+1}^{(1)} = \alpha_k^{(1)} q^{(1)} \tag{۱۳}$$

$$\alpha_{k+1}^{(2)} = \alpha_k^{(2)} q^{(2)} \tag{۱۴}$$

پارامترهای $q^{(1)}$ و $q^{(2)}$ میزان کاهش را تعیین می‌کنند. این پارامترها طوری انتخاب می‌شوند که پارامترهای $\alpha^{(i)}$ با مقداری متناسب با فاصله توابع عدم انطباق در تکرار حاضر، $\varphi\left(\boldsymbol{d}^{(i)}\right)$، با مقادیر هدف آنها، تنظیم شوند. برای این منظور دو تابع زیر تعریف می‌گردد:

$$\omega_1 = \frac{\varphi\left(\boldsymbol{d}^{(1)}\right)}{m+\sqrt{2m}}, \quad q^{(1)} = \frac{1}{\omega_1} \tag{۱۵}$$

$$\omega_2 = \frac{\varphi\left(\boldsymbol{d}^{(2)}\right)}{m+\sqrt{2m}}, \quad q^{(2)} = \frac{1}{\omega_2} \tag{۱۶}$$

بنابراین پارامترهای $q^{(1)}$ و $q^{(2)}$ محاسبه شده به این روش، برای کاهش پارامتر $\alpha^{(i)}$ به کار می‌روند. به دلیل آن‌که ترجیح بر آن است که روند تدریجی برای کاهش پارامترهای تنظیم صورت بپذیرد، بنابراین برای این دو پارامتر، بازه‌های $q_1 \in [0.9,1]$ و $q_2 \in [0.95]$ به عنوان بازه مجاز انتخاب می‌گردند. چنانچه در طول تکرارهای الگوریتم ضرائبی که با استفاده از روابط (۱۵) و (۱۶) محاسبه می‌شوند، کوچک‌تر از کران پایین مربوطه باشد، آن مقدار برابر کران قرار داده می‌شود. پارامتر λ در طول فرآیند وارون‌سازی یک مقدار ثابت در نظر گرفته می‌شود.

به منظور رسیدن به جواب مساله وارون توامان، رابطه (۲) باید کمینه شود. به علت وجود قید گرامیان و نیز ماتریس وزن‌دهی $W^{(i)}$، که هر دو وابسته به پارامترهای مدل هستند، این تابع هدف غیر خطی است و بنابراین باید از روش مناسبی برای کمینه‌سازی آن استفاده کرد. در این تحقیق روش $RRCG$ برای کمینه‌سازی تابع هدف به کار می‌رود. این شیوه یک الگوریتم کمینه‌سازی گرادیان مزدوج بر مبنای تکرار است. دلیل نام‌گذاری به این نام آن است که ماتریس $W^{(i)}$ درهر تکرار الگوریتم وارون، با استفاده از مقادیر پارامترهای مدل به دست آمده در تکرار قبل بهنگام می‌شود. برای جزئیات بیشتر به (Portniaguine & Zhdanov 1999) و (Zhdanov, 2002) مراجعه شود. الگوریتم $RRCG$ برای کمینه‌سازی تابع هدف رابطه (۲) را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد که اندیس k دلالت به تکرار دارد:

$$
\begin{aligned}
r_k &= \tilde{A}_k \tilde{\boldsymbol{m}}_k - \tilde{\boldsymbol{d}},\\
\ell_k &= \tilde{A}_k^t r_k + \alpha_k\left(\tilde{\boldsymbol{m}}_k - \tilde{\boldsymbol{m}}_{apr}\right) + \lambda_k\left(\ell_{Ak}\right),\\
\tilde{\ell}_k &= \ell_k + \frac{\|\ell_k\|^2}{\|\ell_{k-1}\|}\tilde{\ell}_{k-1}, \quad \tilde{\ell}_k = \ell_0,\\
\tilde{S}_k &= \left(\tilde{\ell}_k, \ell_k\right) / \left[\left\|\tilde{A}_k \tilde{\ell}_k\right\|_2^2 + \alpha_k\left\|\tilde{\ell}_k\right\|_2^2 + \lambda_k\left\|\tilde{\ell}_k\right\|_2^2\right],\\
\tilde{\boldsymbol{m}}_{k+1} &= \tilde{\boldsymbol{m}}_k - \tilde{S}_k \tilde{\ell}_k,
\end{aligned}
\qquad (۱۷)
$$

که در این روابط

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A}^{(1)} & 0 \\ 0 & \tilde{A}^{(2)} \end{bmatrix} \qquad (۱۸)$$

$$\tilde{\boldsymbol{d}} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{d}}_{obs}^{(1)} \\ \tilde{\boldsymbol{d}}_{obs}^{(2)} \end{bmatrix} \qquad (۱۹)$$

$$\tilde{\boldsymbol{m}} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)} \\ \tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)} \end{bmatrix} \qquad (۲۰)$$

می‌باشند. در رابطه (۱۷) راستاهای سریع‌ترین افزایش توابع پایدارکننده گرامیان، ℓ_G، از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$
\begin{aligned}
\ell_A^{(1)} = &\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)}\right)\left(\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right)^t, \left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right)\right)\\
&-\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right)\left(\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)}\right)^t, \left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right)\right)
\end{aligned}
\qquad (۲۱)
$$

$$
\begin{aligned}
\ell_A^{(2)} = &\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right)\left(\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)}\right)^t, \left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)}\right)\right)\\
&-\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)}\right)\left(\left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(1)}\right)^t, \left(\tilde{\boldsymbol{m}}^{(2)}\right)\right)
\end{aligned}
\qquad (۲۲)
$$

که در این روابط t بر ترانهاده دلالت دارد. برای حصول جواب نهایی در فضای اصلی، در هر تکرار، وارون ماتریس وزن‌دهی در نتیجه کمینه‌سازی ضرب می‌شود:

$$\boldsymbol{m}_{k+1} = \left(W^{(i)}\right)^{-1} \tilde{\boldsymbol{m}}_{k+1} \qquad (۲۳)$$

همچنین بایست توجه داشت که در هر تکرار الگوریتم، کران‌های بالا و پایین برای پارامترهای مدل انتخاب می‌شوند. این انتخاب براساس اطلاعات موجود از زمین‌شناسی منطقه و ساختار مورد جستجو انجام می‌پذیرد. استفاده از این کران‌ها موجب کاهش شدید عدم یکتایی مساله و بهبود جواب‌های حاصل خواهد شد. فرایند تکرار الگوریتم وارون زمانی متوقف می‌شود که داده حاصل از مدل‌های تولید شده همزمان سطح نوفه مربوطه را برازش نمایند:

$$\varphi\left(\boldsymbol{d}^{(1)}\right) = \left\|\frac{A^{(1)}\boldsymbol{m}^{(1)} - \boldsymbol{d}^{(1)}}{\boldsymbol{\sigma}^{(1)}}\right\|_2^2 \le m + \sqrt{2m} \qquad (۲۴)$$

$$\varphi\left(\boldsymbol{d}^{(2)}\right) = \left\|\frac{A^{(2)}\boldsymbol{m}^{(2)} - \boldsymbol{d}^{(2)}}{\boldsymbol{\sigma}^{(2)}}\right\|_2^2 \le m + \sqrt{2m} \qquad (۲۵)$$

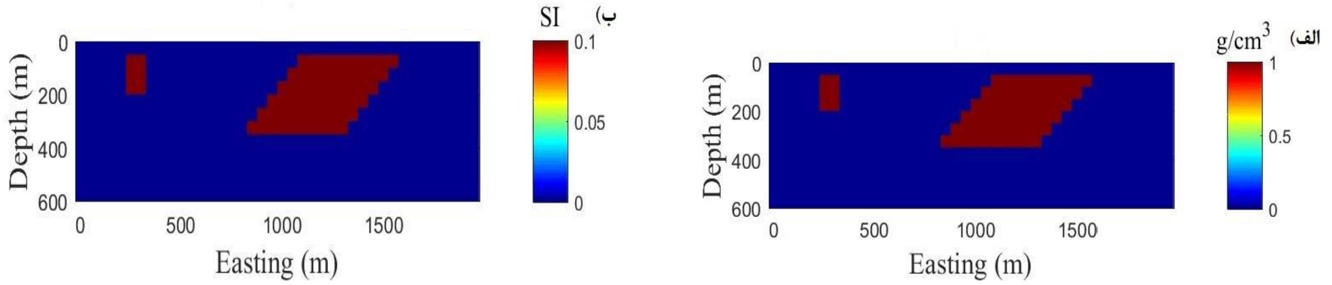
و یا آن‌که اختلاف بین داده‌های حاصل از مدل‌های تولید شده در تکرار k با تکرار $k-1$ و نیز تکرار $k-1$ با تکرار $k-2$، همزمان برای هر دو مجموعه داده، از مقدار ۰/۰۱ کوچک‌تر باشد (یعنی داده‌های پیش‌بینی شده در سه تکرار متوالی دارای اختلاف اندکی با یکدیگر باشند).

۳- کاربرد الگوریتم بر روی مدل مصنوعی

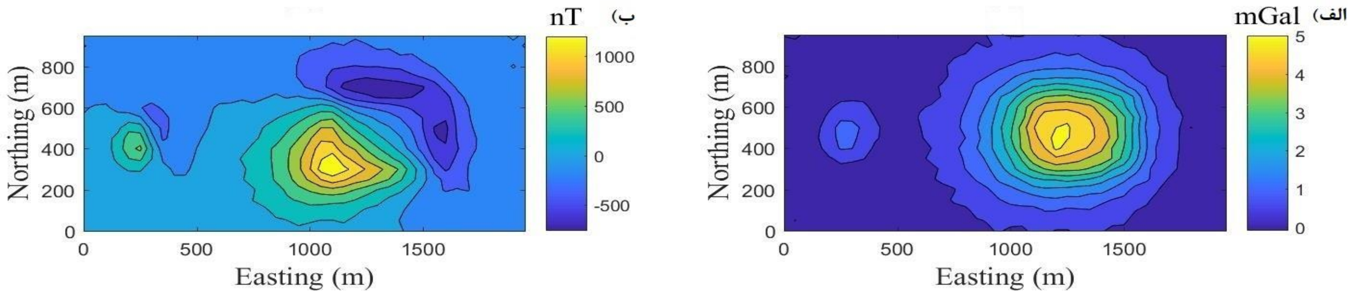
۳-۱ مدل مصنوعی اول

برای بررسی کارایی الگوریتم وارون‌سازی ارائه شده، مدل مصنوعی شامل یک دایک قائم و یک دایک شیب‌دار تولید گردید (شکل ۱- الف و ب). هر دو دایک به ترتیب دارای تباین چگالی $\left(g/cm^3\right)$ ۱ و خودپذیری مغناطیسی (SI) ۰/۱ با محیط پیرامون خود می‌باشند. عمق بالای هر دو دایک ۵۰ متر می‌باشد اما دایک شیب‌دار تا عمق ۳۰۰ متر و دایک قائم تا ۲۰۰ متر امتداد یافته است. برای نمایش مدل‌های شکل (۱- الف و ب) از یک برش عمودی در راستای شمال و به فاصله ۴۷۵ متری از مبدأ استفاده شد. آنومالی گرانی و مغناطیسی حاصل از این مدل‌ها، $\boldsymbol{d}^{exat}$، در یک شبکه منظم شامل ۸۰۰=۲۰×۴۰ داده با فواصل ۵۰ متر در سطح زمین تولید شدند. برای تولید داده مغناطیسی، زاویه انحراف مغناطیسی $D=45^\circ$، زاویه میل مغناطیسی $I=45^\circ$ و شدت میدان مغناطیسی (nT) ۵۰۰۰۰ در نظر گرفته می‌شود. برای نزدیک کردن به

حالت واقعی یک نوفه گوسی با انحراف معیار $\left(\tau^{(1)}\left|\left(\boldsymbol{d}^{exat}\right)^{(i)}\right|+\tau^{(2)}max\left(\left|\left(\boldsymbol{d}^{exat}\right)^{(i)}\right|\right)\right)$ به داده‌ها اضافه گردید. برای هر دو نوع داده پارامترهای $\tau^{(1)}$ و $\tau^{(2)}$ برابر ۰/۰۱ انتخاب می‌شوند. شکل (۲- الف و ب) داده‌های آمیخته به نوفه تولید شده را نشان می‌دهند.



شکل ۱: مدل مصنوعی شامل یک دایک قائم و یک دایک شیب‌دار. الف) تباین چگالی (g/cm^3) ۱؛ ب) تباین خودپذیری مغناطیسی (SI) ۰/۱.

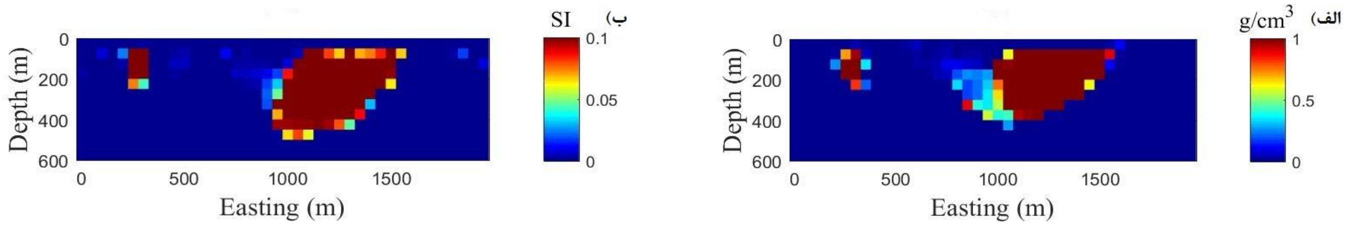


شکل ۲: داده‌های تولید شده به وسیله مدل‌شکل ۱ و آمیخته به نوفه. الف) داده گرانی؛ ب) داده میدان مغناطیسی کل.

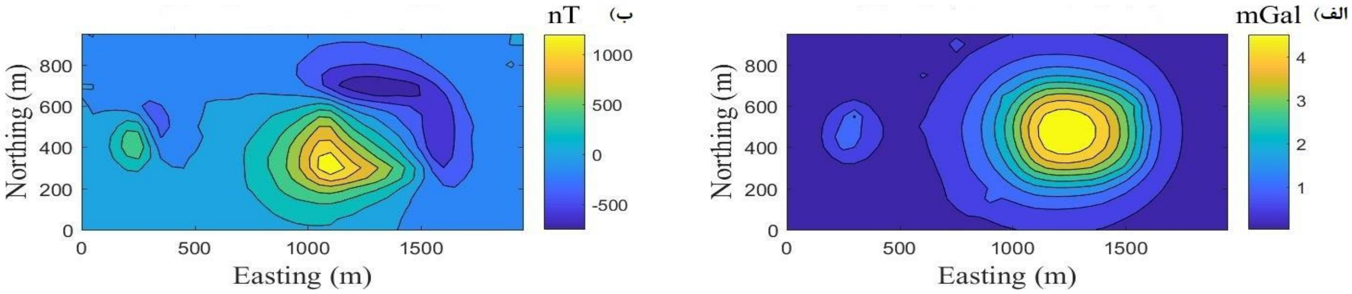
به منظور اجرای الگوریتم وارون‌سازی، زیر سطح ناحیه برداشت به وسیله ۹۶۰۰=۱۲×۲۰×۴۰ مکعب تا عمق ۶۰۰ متری گسسته‌سازی می‌گردد. ابعاد هر مکعب ۵۰ متر انتخاب شده است. برای شروع وارون‌سازی پارامترهای تنظیم به ترتیب برابر $\alpha^{(1)}=20000$ و $\alpha^{(2)}=40000$ انتخاب می‌شوند. به دلیل خواص طیفی متفاوتی که ماتریس های $A^{(1)}$ و $A^{(2)}$ دارند، مقدار پارامتر تنظیم برای وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی در مقایسه با وارون‌سازی داده‌های گرانی باید خیلی بزرگ‌تر باشد (Vatankhah et al., 2020). با توجه به توضیحاتی که در بخش قبل بیان گردید، مقادیر پارامترهای تنظیم در تکرارهای بعد کاهش می‌یابند. مقدار پارامتر λ نیز ثابت در نظر گرفته می‌شود. کران بالا و پایین برای چگالی بین ۰ و ۱ و برای خودپذیری مغناطیسی بین ۰ و ۰/۱ انتخاب شده است. همچنین بیشینه تکرارها بر روی $k_{max}=100$ تنظیم شده است.

۳-۱-۱ اجرای الگوریتم وارون‌سازی با $\lambda = 0$

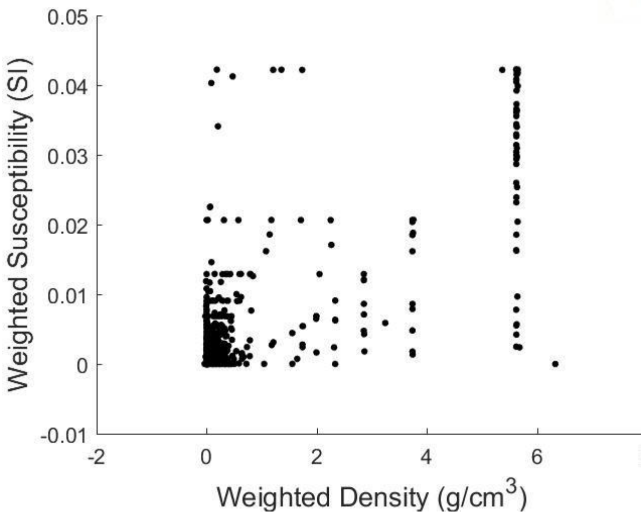
در ابتدا الگوریتم وارون‌سازی با مقدار $\lambda=0$ اجرا می‌گردد. این بدان مفهوم است؛ که قید گرامیان در اجرای الگوریتم مورد استفاده قرار نمی‌گیرد اما بقیه عبارت‌ها به کار برده می‌شوند. الگوریتم پس از ۷۷ تکرار متوقف می‌شود. شکل (۳- الف و ب) به ترتیب مدل‌های چگالی و خودپذیری مغناطیسی بازسازی شده را نشان می‌دهد. این مدل‌ها دارای تطابق مناسبی با مدل اولیه هستند و بنابراین از لحاظ ژئوفیزیکی قابل قبول می‌باشند. مشخص است که هر دو مدل فشرده بوده و دارای مرز شارپ و گسسته با محیط پیرامونی خود می‌باشند که همانطور که در بخش قبل توضیح داده شد به دلیل استفاده از ماتریس قطری W_{L_1} می‌باشد. شکل (۴- الف) داده حاصل از مدل بازسازی شده برای چگالی و شکل (۴- ب) داده میدان مغناطیسی کل حاصل از مدل بازسازی شده برای خودپذیری مغناطیسی را نشان می‌دهد. هر دو داده در تطابق خوبی با داده‌های مشاهده‌ای می‌باشند. همچنین شکل ۵ توزیع چگالی بر حسب خودپذیری مغناطیسی، در فضای پارامترهای مدل وزن‌دار، را نشان می‌دهد و مشخص است که همبستگی زیادی بین چگالی و خودپذیری مغناطیسی وجود ندارد.



شکل ۳: مدل‌های بازسازی شده از اجرای الگوریتم وارون‌سازی توامان بر روی داده‌های شکل ۲ با مقدار $\lambda = 0$. الف) توزیع چگالی؛ ب) توزیع خودپذیری مغناطیسی.



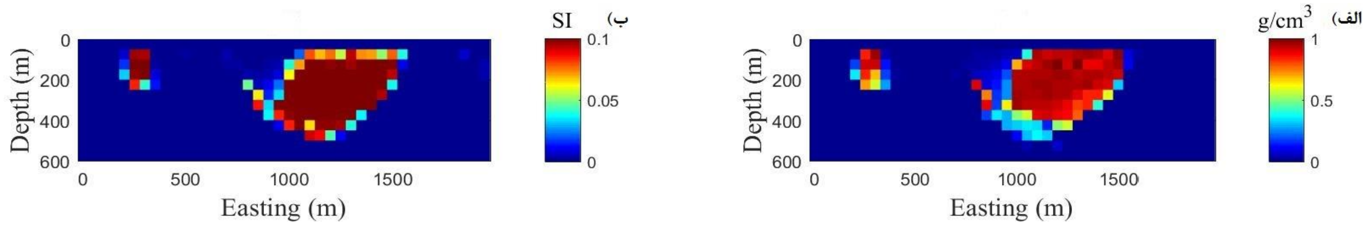
شکل ۴: داده‌های تولید شده توسط مدل‌های بازسازی شده شکل ۳. الف) داده گرانی؛ ب) داده میدان مغناطیسی کل.



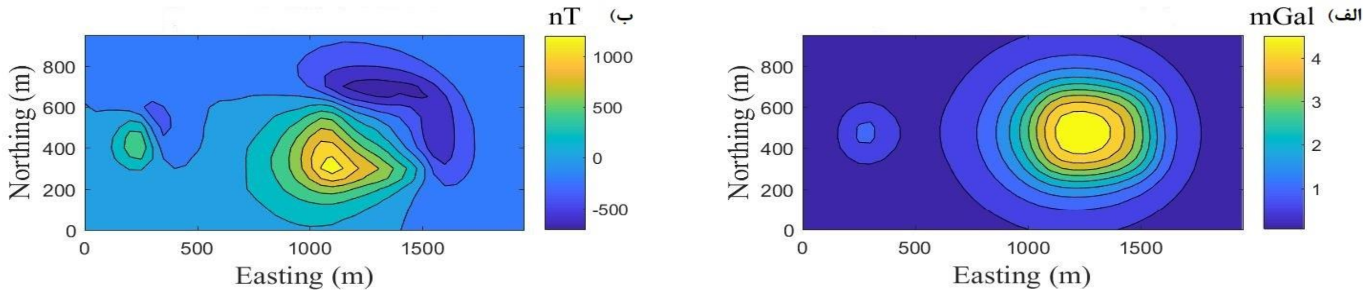
شکل ۵: نمودار توزیع چگالی و خودپذیری مغناطیسی در فضای پارامترهای مدل وزن‌دار برای مدل‌های بازسازی شده در شکل ۳.

۳-۱-۲ اجرای الگوریتم وارون‌سازی با $\lambda = 1500$

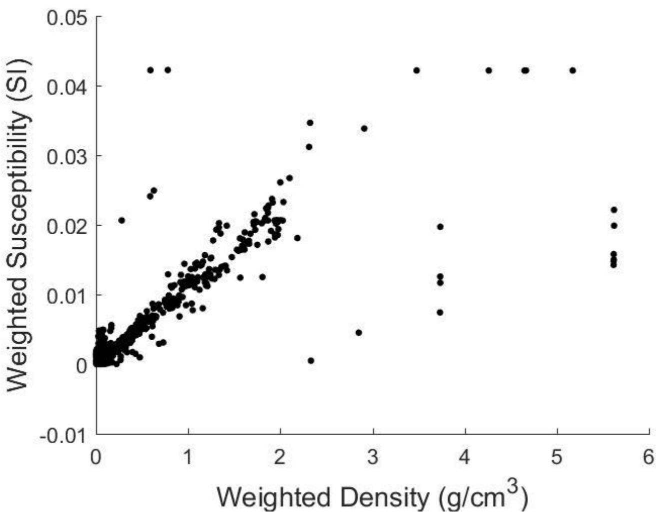
در گام بعدی وارون‌سازی توامان با پارامتر λ برابر ۱۵۰۰ انجام می‌پذیرد. الباقی پارامترها مشابه با حالت قبل می‌باشند. الگوریتم پس از ۹۲ تکرار متوقف می‌شود. شکل (۶- الف و ب) به ترتیب مدل‌های چگالی و خودپذیری مغناطیسی حاصل را نشان می‌دهد. همانند مدل‌های بازسازی شده در شکل‌های (۳- الف و ب)، این مدل‌ها نیز دارای مرز گسسته با محیط پیرامون هستند. نکته مهم شباهت بین دو مدل بازسازی شده در این حالت است که نتیجه کاربرد قید گرامیان در الگوریتم وارون می‌باشد. شکل (۷- الف و ب) داده‌های حاصل از مدل‌های بازسازی شده را نشان می‌دهد. شکل ۸ توزیع چگالی بر حسب خودپذیری مغناطیسی را در فضای پارامترهای مدل وزن‌دار نشان می‌دهد. کاملا مشخص است که همبستگی بین چگالی و خودپذیری مغناطیسی با اعمال قید گرامیان افزایش محسوسی پیدا کرده است.



شکل ۶: مدل‌های بازسازی شده از اجرای الگوریتم وارون‌سازی توامان بر روی داده‌های شکل ۲ با مقدار $\lambda=1500$. الف) توزیع چگالی؛ ب) توزیع خودپذیری مغناطیسی.



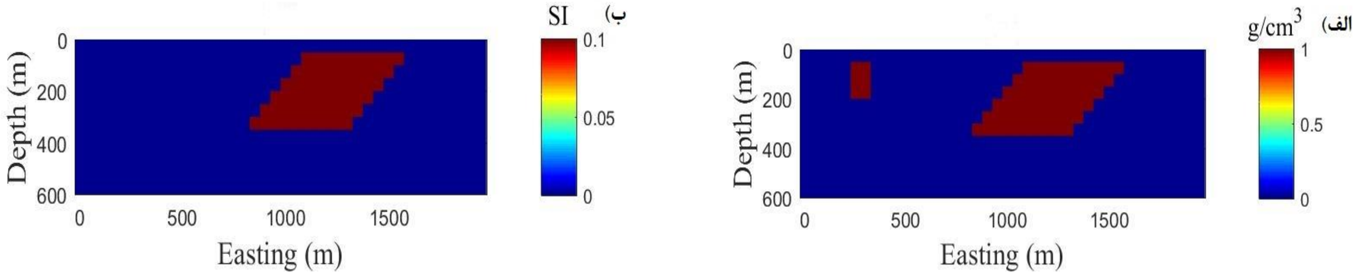
شکل ۷: داده‌های تولید شده توسط مدل‌های بازسازی شده در شکل ۶. الف) داده گرانی؛ ب) داده میدان مغناطیسی کل.



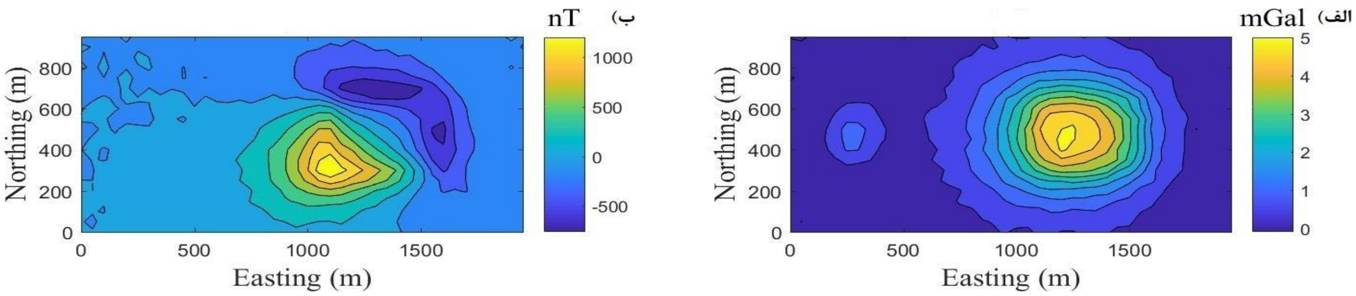
شکل ۸: نمودار توزیع چگالی و خودپذیری مغناطیسی در فضای پارامترهای مدل وزن‌دار برای مدل‌های بازسازی‌شده در شکل ۶.

۳-۲ مدل مصنوعی دوم

مدل دوم دقیقا مشابه با مدل قبل انتخاب می‌گردد با این تفاوت که دایک قائم دیگر مغناطیده نیست (شکل ۹). هدف آن است که توانایی الگوریتم هنگامی که ساختار زیرسطحی فقط دارای یک نوع خاصیت فیزیکی باشد، مورد بررسی قرار گیرد. داده‌های گرانی و مغناطیسی برای این مدل‌ها در یک شبکه منظم شامل ۸۰۰=۲۰×۴۰ داده با فواصل ۵۰ متر در سطح زمین تولید می‌گردند. این داده‌ها با افزودن نوفه گوسی، برای استفاده در الگوریتم وارون‌سازی توامان آماده می‌شوند. شکل‌های (۱۰- الف و ب) داده‌های آمیخته به نوفه تولید شده را نمایش می‌دهند. همانطور که مشخص است اثر دایک قائم در داده گرانی وجود دارد، اما در داده مغناطیسی هیچ گونه اثری از این دایک موجود نیست.



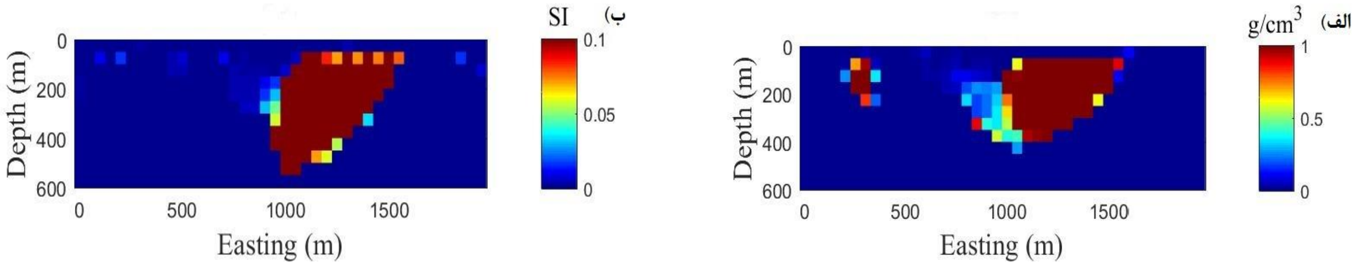
شکل ۹: مدل مصنوعی دوم. الف) تباین چگالی $\left(g/cm^3\right)$ ۱؛ ب) تباین خودپذیری مغناطیسی $\left(SI\right)$ ۰/۱.



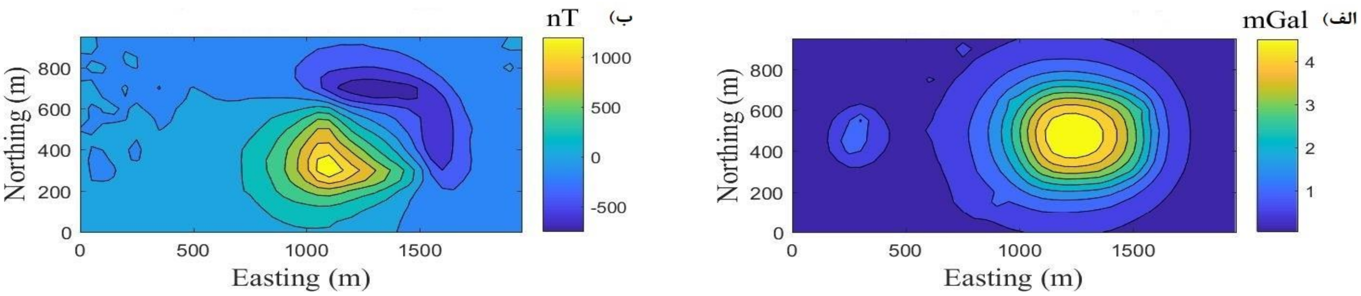
شکل ۱۰: داده‌های تولید شده توسط مدل شکل ۹ و آمیخته به نوفه. الف) داده گرانی؛ ب) داده میدان مغناطیسی کل.

۳-۲-۱ اجرای الگوریتم وارون‌سازی با $\lambda = 0$

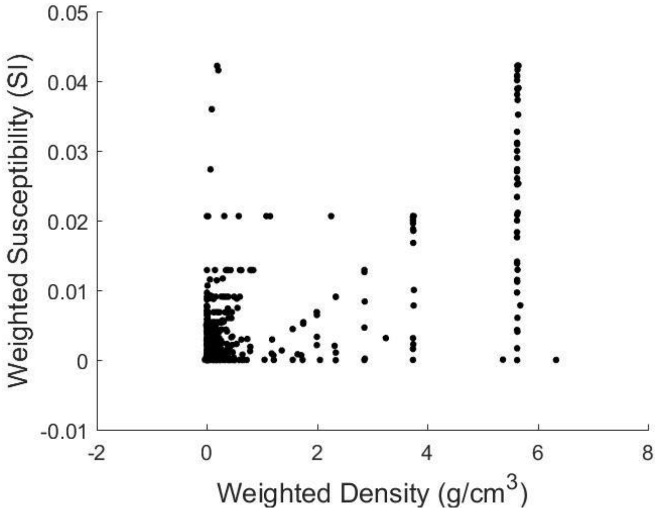
مشابه با حالت قبل، زیر سطح ناحیه برداشت توسط ۹۶۰۰=۱۲×۲۰×۴۰ مکعب مدل می‌شود. پارامترهای تنظیم و بقیه پارامترهای مورد نیاز برای وارون‌سازی، همانند مدل اول انتخاب می‌گردند. در ابتدا الگوریتم با استفاده از $\lambda = 0$ اجرا می‌گردد. پس از ۷۷ تکرار، وارون‌سازی متوقف می‌شود. شکل (۱۱- الف و ب)، به ترتیب مدل‌های چگالی و خودپذیری مغناطیسی بازسازی شده را نشان می‌دهند. دایک قائم در مدل چگالی، بازسازی شده است؛ اما در مدل خودپذیری مغناطیسی اثری از آن وجود ندارد. این مورد کاملا منطقی و مورد انتظار است به دلیل آن‌که اثری از این دایک در داده مغناطیسی وجود ندارد. شکل (۱۲- الف و ب) داده‌های حاصل از این مدل بازسازی شده را نشان می‌دهد. شکل ۱۳ توزیع چگالی بر حسب خودپذیری مغناطیسی را در فضای پارامترهای مدل وزن‌دار نشان می‌دهد.



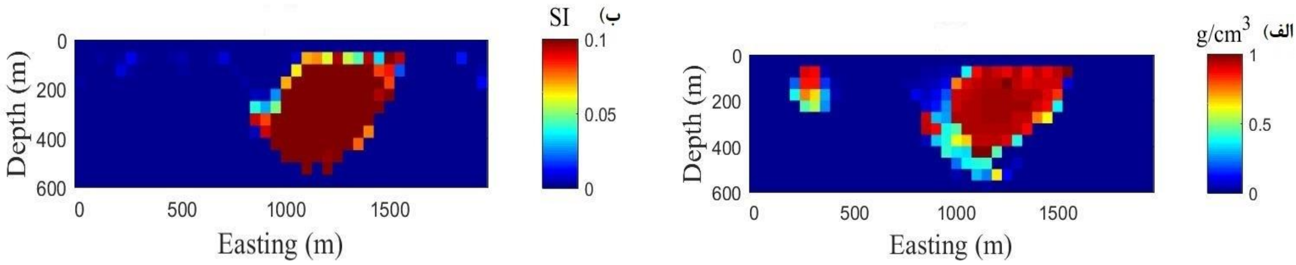
شکل ۱۱: مدل‌های بازسازی شده از اجرای الگوریتم وارون‌سازی توامان بر روی داده‌های شکل ۱۰ با مقدار $\lambda = 0$. الف) توزیع چگالی؛ ب) توزیع خودپذیری مغناطیسی.



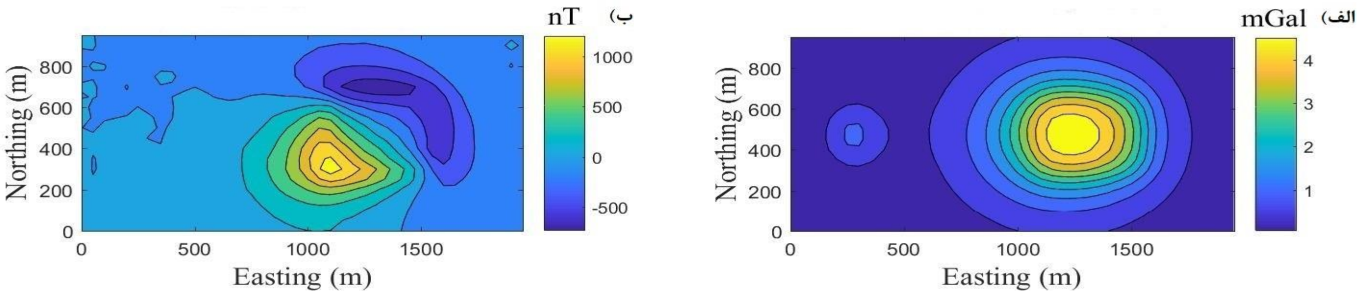
شکل ۱۲: داده‌های تولید شده توسط مدل‌های بازسازی شده در شکل ۱۱. الف) داده گرانی؛ ب) داده میدان مغناطیسی کل.



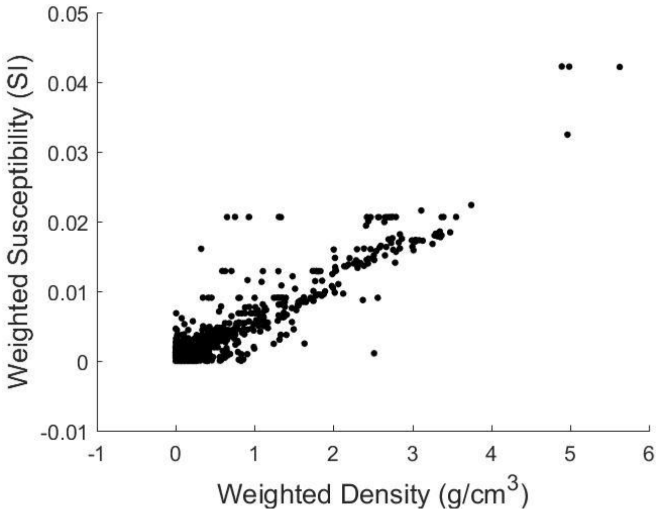
شکل ۱۳: نمودار توزیع چگالی و خودپذیری مغناطیسی در فضای پارامترهای مدل وزن‌دار برای مدل‌های بازسازی شده در شکل ۱۱.



شکل ۱۴: مدل‌های بازسازی شده از اجرای الگوریتم وارون‌سازی توامان بر روی داده‌های شکل ۱۰ با مقدار $\lambda = 1500$. الف) توزیع چگالی؛ ب) توزیع خودپذیری مغناطیسی.



شکل ۱۵: داده‌های تولید شده توسط مدل‌های بازسازی شده در شکل ۱۴. الف) داده گرانی؛ ب) داده میدان مغناطیسی کل.



شکل ۱۶: نمودار توزیع چگالی و خودپذیری مغناطیسی در فضای پارامترهای مدل وزن‌دار برای مدل‌های بازسازی شده در شکل ۱۴.

۳-۲-۲ اجرای الگوریتم وارون‌سازی با λ = 1500

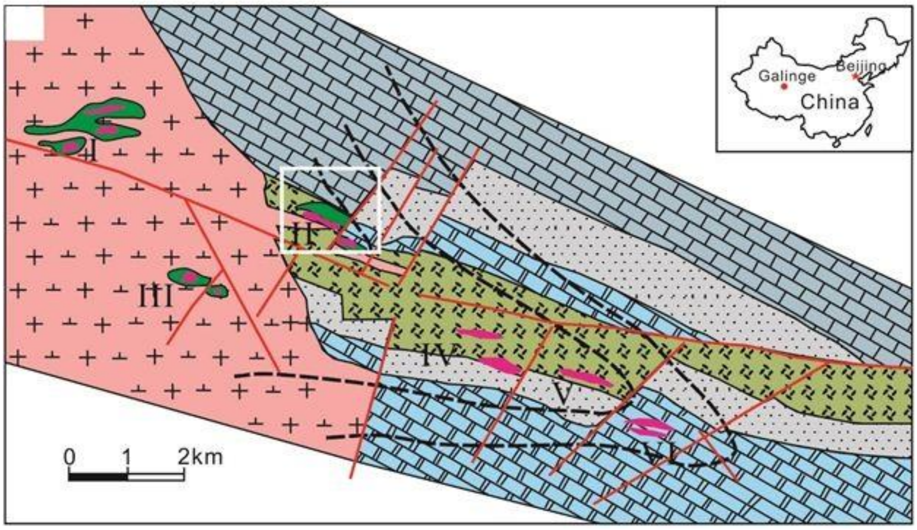
شکل (۱۴-الف و ب) به ترتیب مدل‌های چگالی و خودپذیری مغناطیسی حاصل از اجرای الگوریتم با پارامتر $\lambda = 1500$ را نشان می‌دهند. تعداد تکرارهای مورد نیاز برای اجرای الگوریتم ۷۲ می‌باشد. شباهت مدل‌ها در مقایسه با حالت قبل افزایش یافته است که نتیجه کاربرد قید گرامیان می‌باشد. نکته مهم آن است که دایک قائم در مدل چگالی بازسازی شده است اما در مدل خودپذیری مغناطیسی وجود ندارد. این نتیجه به وضوح دلالت بر آن دارد که هرچند قید گرامیان سبب افزایش شباهت بین مدل‌ها می‌شود؛ اما در صورتی که ساختاری صرفا یک نوع توزیع فیزیکی داشته باشد (اثر ساختار فقط در یک نوع داده موجود باشد)، الگوریتم به درستی فقط توزیع فیزیکی موجود را بازسازی کرده و از به وجود آمدن ساختارهای اضافه در مدل‌های دیگر اجتناب می‌گردد. شکل (۱۵- الف و ب) داده‌های حاصل از مدل‌های بازسازی شده را نشان می‌دهد. همچنین شکل ۱۶ توزیع چگالی بر حسب خودپذیری مغناطیسی را برای پارامترهای مدل وزن‌دار نشان می‌دهد.

۴- داده واقعی

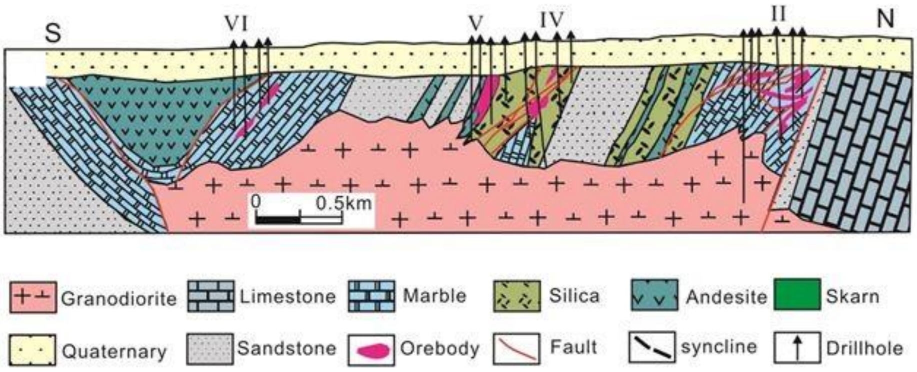
در این بخش الگوریتم وارون‌سازی توامان بر روی داده گرانی و مغناطیس مربوط به کانسار آهن واقع در شمال غرب چین اجرا می‌گردد.

۴-۱ زمین‌شناسی ناحیه مورد مطالعه

رسوبات سنگ آهن گالینژ در مرکز کمربند متالوژنی کیمانتج یکی از معروف‌ترین ذخایر اسکارن آهن در استان چینگهای واقع در شمال غربی کشور چین می‌باشد. شکل ۱۷ نقشه زمین‌شناسی مربوط به این ناحیه را نشان می‌دهد. در این کانسارها سنگ بستر توسط لایه‌ای به ضخامت ۱۱۷-۲۱۰ متر از ماسه‌سنگ‌های دوران کواترنری پوشانده شده است (شکل ۱۸). توالی چینه‌های تعیین‌شده، لایه‌های رسوبی شیب‌دار موازی، سنگ‌های آتشفشانی و زیر آتشفشانی مهم‌ترین عوامل موثر در تشکیل کانسار آهن در این ناحیه می‌باشد. مواد معدنی عمدتا شامل مگنتیت و مقدار کمی هماتیت و سیدریت می‌باشد (Liu et al., 2020). در این ناحیه کانسارهای آهن احتمالا به وسیله فوران‌های آتشفشانی و رسوب گذاری متوالی به وجود آمده‌اند. بررسی‌های اولیه در این ناحیه تباین چگالی و خودپذیری کاملا بارزی بین توده معدنی و سنگ‌های در برگیرنده را نشان می‌دهد.



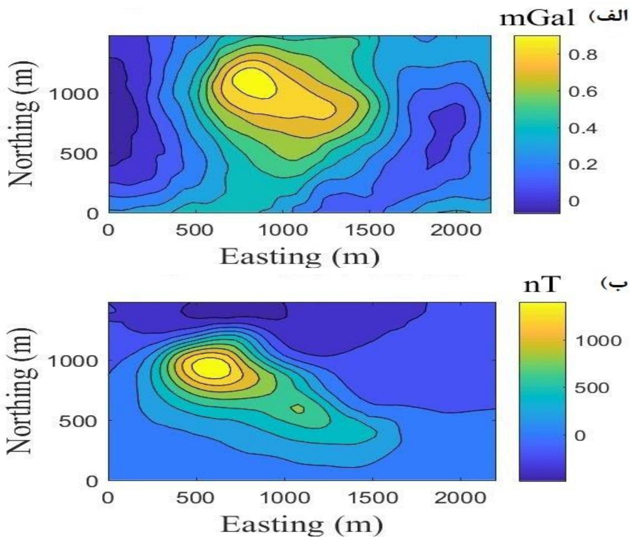
شکل ۱۷: نقشه زمین‌شناسی مربوط به رسوبات سنگ آهن گالینژ در شمال‌غرب چین. مستطیل سفید ناحیه مورد بررسی ژئوفیزیکی را نمایش می‌دهد.



شکل ۱۸: سطح مقطع از نقشه زمین‌شناسی نشان داده شده در شکل (۱۷) که سنگ بستر، توده‌های معدنی و سنگ‌های پیرامونی در آن نمایش داده شده‌اند.

۴-۲ آنومالی‌های گرانی و مغناطیسی مشاهده‌ای

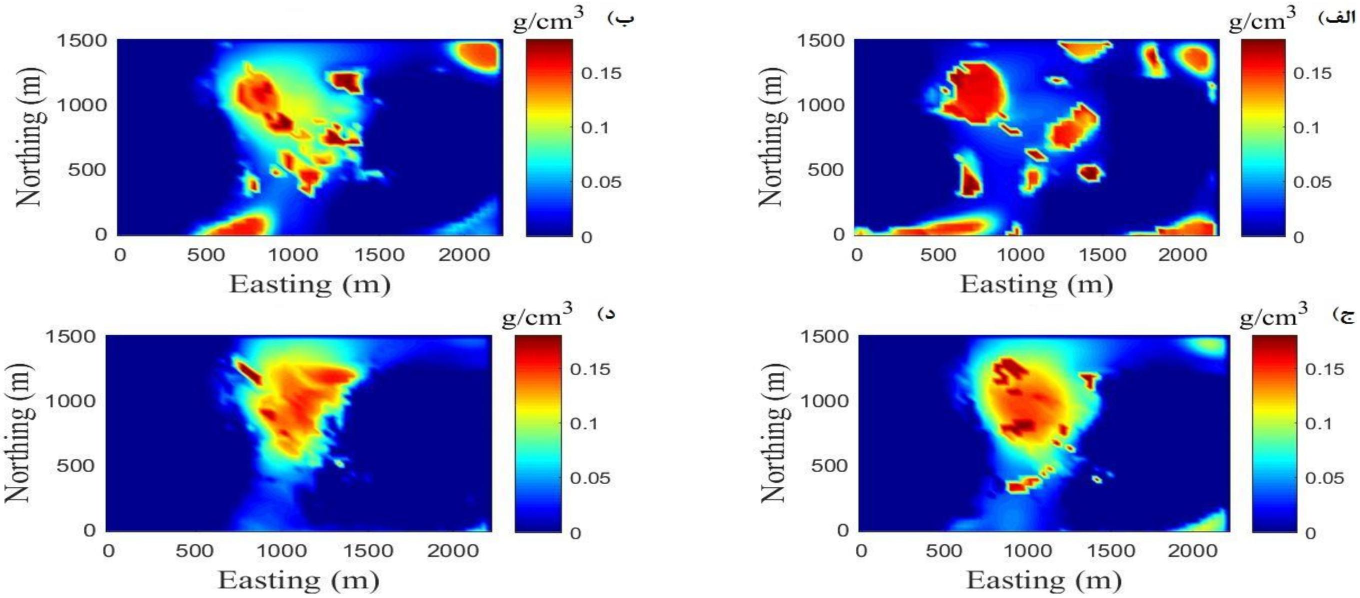
داده‌های گرانی و مغناطیس برداشت شده در ناحیه مورد بررسی در شبکه‌ای متشکل از ۲۱۲۸=۳۸×۵۶ داده با فواصل ۴۰ متری آماده وارون‌سازی گردیدند (شکل ۱۹). در این ناحیه شدت میدان ژئومغناطیسی $53800\ nT$، زاویه میل مغناطیسی 56° و زاویه انحراف مغناطیسی -4° می‌باشد. انحراف معیار نوفه برای این داده‌ها به صورت $\left(\tau^{(1)}\left|\left(\boldsymbol{d}^{obs}\right)^{(i)}\right|+\tau^{(2)}max\left(\left|\left(\boldsymbol{d}^{obs}\right)^{(i)}\right|\right)\right)$ در نظر گرفته می‌شود. پارامترهای $\left(\tau^{(1)},\tau^{(2)}\right)$ برای داده‌های گرانی و مغناطیس به ترتیب $(0.01,0.035)$ و $(0.01,0.0)$ انتخاب می‌شوند. آنومالی میدان مغناطیسی دلالت بر یک توده کاملا مجزا با کشیدگی در راستای شمال غرب – جنوب شرق دارد. در حالیکه آنومالی گرانی گسترش‌هایی در راستاهای شمال و جنوب نشان می‌دهد. بنابراین این دو آنومالی تفاوت‌هایی با یکدیگر دارند که کار تفسیر را دشوارتر می‌سازد.



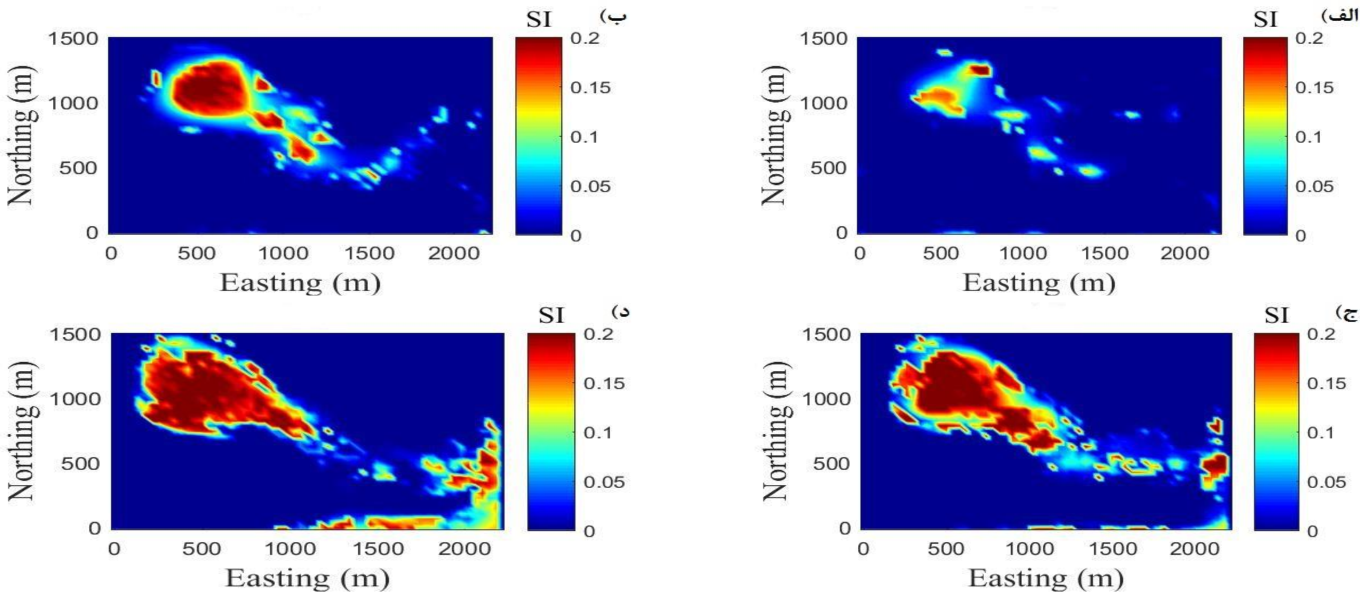
شکل ۱۹: داده مشاهده‌ای بر روی ناحیه مورد بررسی (مستطیل سفید رنگ در شکل ۱۷) مربوط به کانسار آهن گالینژ در استان چینگهای کشور چین. الف) داده گرانی؛ ب) داده میدان مغناطیسی کل.

۵-۳ نتایج حاصل از وارون‌سازی

برای اجرای الگوریتم وارون‌سازی، سطح زیرین در ناحیه برداشت توسط ۳۱۹۲۰=۱۵×۳۸×۵۶ مکعب با ابعاد ۴۰ متر مدل‌سازی می‌گردد. با توجه به اطلاعات اولیه از این ناحیه، کران‌های پایین و بالا برای چگالی ۰ و ۰/۱۸ و برای خودپذیری مغناطیسی ۰ و ۰/۲ انتخاب گردید (Liu et al., 2020). همچنین بیشینه تکرارها $k_{max} = 100$، پارامترهای تنظیم برابر با $\alpha^{(1)} = 20000$، $\alpha^{(2)} = 40000$ و $\lambda = 3000$ در نظر گرفته شدند. الگوریتم پس از ۷۱ تکرار متوقف شد. شکل‌های ۲۰ و ۲۱ به ترتیب سطح مقطع‌هایی از مدل‌های بازسازی شده برای چگالی و خودپذیری مغناطیسی را نشان می‌دهند. مقاطع در اعماق ۱۶۰، ۳۰۰، ۴۴۰ و ۵۵۰ متری زده شده‌اند. گسترش و عمق توده در مدل مغناطیسی، در مقایسه با مدل چگالی، بهتر نشان داده شده است. همان‌طور که در بخش قبل بیان گردید در این ناحیه آنومالی گرانی دارای بی‌هنجاری‌های اضافی، در مقایسه با آنومالی مغناطیسی، است بنابراین انتظار تفاوت در مدل‌های بازسازی شده وجود دارد. به هر حال همان‌طور که در مدل‌های مصنوعی نشان داده شد، کاربرد قید گرامیان به شباهت بیشتر مدل‌ها، تا حدی که برازش داده‌ها نیز لحاظ گردد، منتهی می‌شود. مدل‌های بازسازی شده انطباق قابل قبولی با نتایج حفاری و بررسی‌های پیشین دارند (Liu et al., 2020).

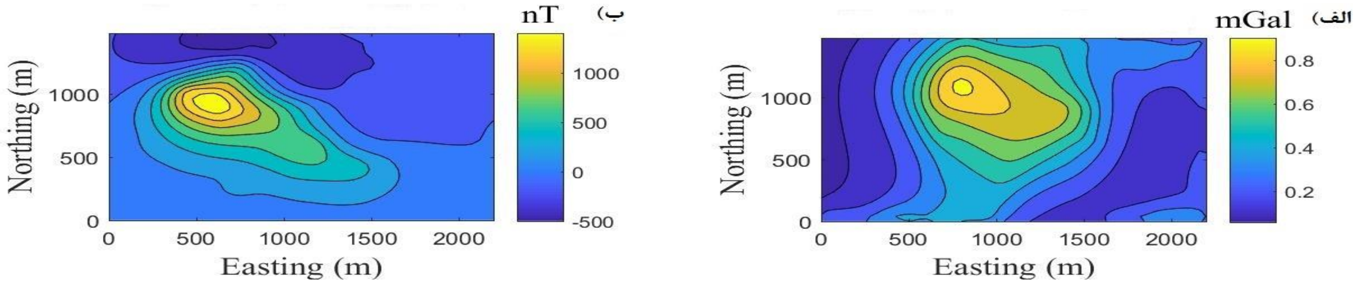


شکل ۲۰: مدل چگالی بازسازی شده به وسیله الگوریتم وارون‌سازی توامان. سطح مقطع در عمق الف) ۱۶۰ متری؛ ب) ۳۰۰ متری؛ ج) ۴۴۰ متری؛ د) ۵۵۰ متری.

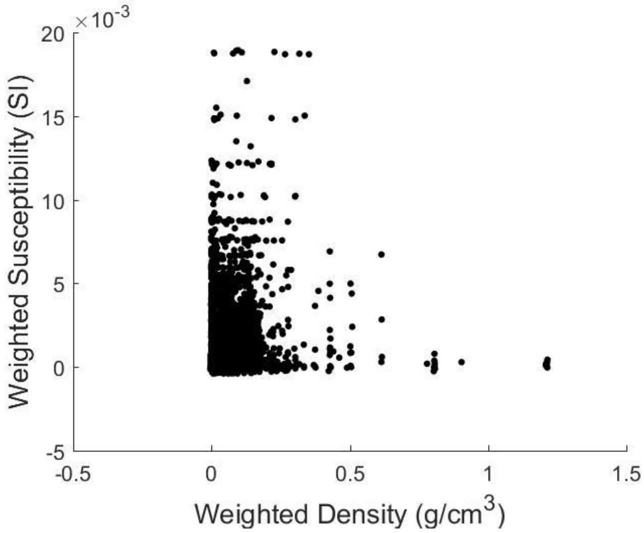


شکل ۲۱: مدل خودپذیری مغناطیسی بازسازی شده توسط الگوریتم وارون‌سازی توامان. سطح مقطع در عمق الف) ۱۶۰ متری؛ ب) ۳۰۰ متری؛ ج) ۴۴۰ متری؛ د) ۵۵۰ متری.

شکل ۲۲ داده‌های تولید شده توسط مدل‌های شکل ۲۰ و ۲۱ را نشان می‌دهد که در تطابق خوبی با داده مشاهده‌ای می‌باشند. در نهایت شکل ۲۳ توزیع چگالی بر حسب خودپذیری مغناطیسی را برای پارامترهای مدل وزن‌دار نشان می‌دهد.



شکل ۲۲: داده‌های تولید شده توسط مدل‌های بازسازی شده شکل ۲۰ و ۲۱. الف) داده گرانی؛ ب) داده میدان مغناطیسی کل.



شکل ۲۳: نمودار توزیع چگالی و خودپذیری مغناطیسی برای پارامترهای مدل وزن‌دار بازسازی شده در شکل‌های ۲۰ و ۲۱.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله الگوریتم وارون‌سازی توامان داده‌های گرانی و مغناطیس با استفاده از قید گرامیان و در فضای پارامترهای مدل وزن‌دار مورد استفاده قرار گرفت. با کاربرد پایدار کننده نُرم یک در عبارت تنظیم، الگوریتم این توانایی را یافت تا به بازسازی مدل‌هایی فشرده دارای مرزهای گسسته با محیط پیرامونی بپردازد. الگوریتم بر روی دو نمونه مدل مصنوعی متفاوت به کار برده شد. نتایج نشان داد که با کاربرد قید گرامیان همبستگی خطی بین پارامترهای مدل مختلف، و یا تبدیلات این پارامترها، افزایش محسوسی می‌یابد. البته این همبستگی تا حدی است؛ که همزمان توسط داده‌های مشاهده‌ای نیز حمایت شود. هنگامی که برخی از بی‌هنجاری‌ها صرفا در یک نوع داده وجود داشته باشد، الگوریتم اجباری برای بیش از حد شبیه کردن مدل‌های ساخته‌شده ندارد. همچنین به منظور اجتناب از تمرکز مدل‌ها در نزدیکی سطح زمین، ماتریس وزن‌دهی عمقی در الگوریتم وارون‌سازی توامان مورد استفاده قرار گرفت. نتایج دلالت بر توانایی الگوریتم در تعیین شکل، عمق و مقدار خاصیت فیزیکی توده‌های زیر سطحی داشت. به منظور تخمین وزن‌های مربوط به عبارت‌های تنظیم و قید گرامیان، شیوه‌ای موثر ارائه گردید. در تکرار اول پارامترهای مربوط به عبارت‌های تنظیم برابر با یک مقدار بزرگ انتخاب گردیدند، سپس در تکرارهای بعدی این پارامترها با ضریبی کاهش یافتند. مقدار این ضریب متناسب با فاصله توابع عدم انطباق در تکرار حاضر با مقادیر هدف آنها، تنظیم گردید. پارامتر وزن‌دهی برای قید گرامیان در طول فرآیند وارون‌سازی ثابت در نظر گرفته شد. در نهایت الگوریتم وارون‌سازی توامان بر روی داده‌های گرانی و مغناطیسی برداشت شده مربوط به یک کانسار آهن در ناحیه‌ای در شمال‌غربی چین مورد استفاده قرار گرفت. مدل خودپذیری مغناطیسی بازسازی شده، توزیعی از یک توده همگن در راستای شمال غربی – جنوب شرقی نتیجه داد، در حالی که مدل چگالی ساختارهایی در شمال و جنوب نیز بازسازی کرد.

۶- منابع

Blakely, R. J., 1996, Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications, Cambridge University Press, Cambridge.

Gallardo, L. A., and M. A. Meju., 2004, Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints: Journal of Geophysical Research, **109**, B03311.

Hansen, P. C., 1992, Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve, SIAM Review, **34**, 561-580.

Li, Y., and Oldenburg, D. W., 1996, 3-D inversion of magnetic data, Geophysics, **61**, 394–408.

Li, Y., and Oldenburg, D. W., 1998, 3D inversion of gravity data, Geophysics, **63**, 109–19.

Lin, W and Zhdanov, M.S., 2018, Joint multinary inversion of gravity and magnetic data using Gramian constraints, Geophys, J. Int, (2018) **215,** 1540–1557.

Liu, S., Baniamerian, J and Fedi, M., 2020, Imaging Methods Versus Inverse Methods: An Option or An Alternative?, IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing PP **(99)**: 1-11.

Nabighian, M. N., Ander, M. E., Grauch, V. J. S., Hansen, R. O., LaFehr, T. R., Li, Y., Pearson, W. C., Peirce, J. D. and Ruder, M.E., 2005, Historical development of the gravity method in exploration, Geophysics, **70 (6)**, pp. 63ND-89ND.

Portniaguine, O., and Zhdanov, M. S., 1999, focusing geophysical inversion images, Geophysics, **64**, 874–87.

Vatankhah, S., Renaut, R. A and Ardestani, V. E., 2017, 3D Projected L_1 inversion of gravity data using truncated unbiased predictive risk estimator for regularization parameter estimation. Geophysical Journal International, **210 (3)**, 1872-1887.

Vatankhah, S., Liu, S., Renaut, R. A., Hu, Xi and Baniamerian, J., 2020, Improving the use of the randomized singular value decomposition for the inversion of gravity and magnetic data, Geophysics, 85, G93- G107.

Zhdanov, M. S., 2002, Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems: Elsevier Press.

Zhdanov, M. S., Gribenko, A., and Wilson, G., 2012, Generalized joint inversion of multimodal geophysical data using Gramian constraints, Geophys, Res, Lett, **39 (9)**.

JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS

Shahrood University of Technology

(JRAG)
2021, VOL 7, NO 2
(DOI): 10.22044/JRAG.2021.10221.1308

Iranian Geophysical Society- 1975

3D joint inversion of gravity and magnetic data using Gramian constraint and L_1-norm stabilizer

Mostafa Gharloghi[1], Saeed Vatankhah[*2] and Shuang Liu[3]

1. M.Sc., Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran
2. Assistant Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran
3. Associated Professor, Institute of Geophysics and Geomatics, University of Geosciences (Wuhan), China

Received: 1 November 2020; Accepted: 26 January 2021

Corresponding author: svatan@ut.ac.ir

Extended Abstract

Joint Inversion
Gramian constraint
Gravity
Magnetic

Summary

The inversion of potential field data, gravity and magnetic, is a non-unique problem. An efficient approach to reduce the non-uniqueness of the problem, and to produce more reliable subsurface models, is based on the joint inversion of these datasets. This means gravity and magnetic data are simultaneously inserted into an inversion algorithm and, then, by relying on direct or indirect parameter interdependence, joint inversion can restrict the model space and produce results that satisfy the datasets and cross-linked characteristics of the model parameters. Here, we apply the joint inversion of gravity and magnetic data using Gramian constraints, which are based on the minimization of the determinant of the Gram matrix of a system of different model parameters. Application of the Gramian constraint enforces the linear relationships between the different model parameters, and/or their transforms. In fact, the joint inversion using Gramian constraints does not require a priori knowledge of the correlation between different model parameters, and instead provides this correlation during the inversion process, which is an important advantage for the algorithm. Furthermore, to produce sparse models with sharp boundaries, the L_1-norm stabilizer is used in the presented algorithm. We applied the joint inversion algorithm on synthetic models and real data case.

Introduction

Simultaneous joint inversion of gravity and magnetic datasets is an effective strategy for yielding a reliable subsurface model, as compared with individual inversion of each of these datasets. Many different techniques have been developed for simultaneous joint inversion of gravity and magnetic datasets. These techniques generally can be categorized into two main groups: (i) petrophysical, and (ii) structural approaches. Recently, Zhdanov et al. (2012) applied the Gramian constraint in the joint inversion algorithms, which enforces correlation between different model parameters and/or their transforms. In this approach, the correlation is enhanced by minimizing the determinant of the Gram matrices of multi-model parameters during the inversion process. In fact, joint inversion based on Gramian constraint is general; extant methods based on petrophysical correlations or structural approaches are special case reductions. Furthermore, unlike the case when performing petrophysical joint inversion, a priori information about the relationships between the different model parameters, and/or their transforms, is not required. In this study, we have used Gramian constraint in the joint inversion of gravity and magnetic datasets in the space of the weighted model parameters. Moreover, to produce localized and compact models, the L_1-norm of the model parameters is used in the stabilizer terms.

Methodology and Approaches

We suppose that the subsurface is discretized into a set of rectangular prisms with fixed size but unknown physical properties, density and susceptibility. The joint inversion for the determination of unknown model parameters is formulated as the minimization of a global objective function consisting of data misfits, regularization terms, and Gramian constraint. Three positive parameters are used to provide relative weights for stabilizers and Gramian constraint. Here, the joint inversion algorithm is implemented using the L_1-norm stabilizers that leads to reconstruction of the localized and compact subsurface models. Further, to counteract the rapid decay of the kernels with depth, the diagonal depth weighting matrices are used in the regularization terms. To minimize the global objective function, the iteratively re-weighted regularized conjugate gradient algorithm is used. Moreover, at each iteration of the inversion algorithm, upper and lower bounds for density and susceptibility are imposed.

Results and Conclusions

The joint inversion algorithm is validated for two three-dimensional synthetic models. The results are then compared with those of gravity and magnetic data inversion without application of the Gramian constraint. It is demonstrated that the presented joint inversion algorithm is practical and significantly improves the similarity between reconstructed models. Finally, the joint inversion algorithm is applied on gravity and magnetic data acquired over an iron ore deposit located in northwest of China.