

## مدل سازی میدان الکترومغناطیسی دریایی با استفاده از روش انتگرالی برپایه تقریب های خطی و

### غیر خطی

مریم بیات<sup>۱</sup> و رضا قناتی<sup>۲\*</sup>

۱- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد؛ موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

۲- استادیار؛ موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۱/۱۰؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۵/۱۹

\* نویسنده مسئول مکاتبات: [rghanati@ut.ac.ir](mailto:rghanati@ut.ac.ir)

#### چکیده

روش های الکترومغناطیس نقش مهمی در مدل سازی مخازن هیدروکربنی زیردریایی دارند. از جمله این روش ها، روش های الکترومغناطیس دریایی با چشمه کنترل شده (MCSEM) می باشد. در مقایسه با روش های لرزه نگاری سه بعدی که توانایی مدل سازی با دقت بالا را دارند، روش MCSEM به دلیل کاهش هزینه های بالای محاسباتی، مقرون به صرفه می باشد. رسانایی بالای آب دریا موجب کاهش ولتاژ جریانات مگنتوتلوریک (MT) می شود. بنابراین تصویر سازی مخازن زیردریایی با استفاده از روش MT فاقد تفکیک پذیری مناسب است. اغلب برای این مخازن از روش MCSEM استفاده می شود. در این تحقیق برای مدل سازی پیشرو یک مخزن هیدروکربنی مصنوعی با ساختار هندسی منظم و نامنظم از روش های انتگرالی استفاده شده است. توانایی داده های CSEM با گذر زمان، برای بررسی تغییرات بر رسانندگی الکتریکی بوسیله تزریق آب درون مخزن جهت ایجاد فشار برای استخراج نیز مورد بحث قرار گرفته است. هدف از انجام این تحقیق، توسعه تقریب های جدید به منظور حل معادلات انتگرالی (IE) سه بعدی داده های مصنوعی CSEM و اجتناب از حل معادلات انتگرالی کامل می باشد. برای حل معادلات انتگرالی کامل نیاز به کامپیوترهایی با حافظه و قدرت بالا می باشد، از این رو هزینه های محاسباتی افزایش می یابد، به همین دلیل برای حل معادلات انتگرالی در شرایط فرکانس پایین، از تقریب های متعددی از جمله تقریب ماتریس تی (TMA)، تقریب بورن توسعه یافته (EBA) و تقریب بورن (BA) استفاده می شود. روش های ذکر شده به صورت عددی، برای مدل سازی پیشرو داده های مصنوعی MCSEM، در نرم افزار متلب پیاده سازی و سپس نتایج با تقریب ماتریس تی مقایسه می شوند. با توجه به نتایج، روش ماتریس تی، دقت بهتر و دامنه کاربردی وسیع تری از نظر رسانایی الکتریکی دارد. بنابراین برای تباین های بالا دقیق تر می باشد. TMA، تقریباً راه حل کامل معادله انتگرالی را برای میدان EM تقریب می زند. انتظار می رود EBA در مقایسه با BA، نتایج میدان های EM را برای محدوده وسیع تری از تباین رسانندگی بین مدل مخزن و زمینه بهبود بخشد؛ اما نتایج BA نشان می دهد که این روش نیز توانسته با موفقیت مخازن مورد نظر را با تباین رسانندگی نسبتاً بالا مدل سازی کند.

#### واژگان کلیدی

MCSEM  
معادلات انتگرالی  
تابع گرین  
تقریب بورن  
تقریب بورن توسعه یافته  
تقریب ماتریس تی



## ۱- مقدمه

در چند دهه گذشته استفاده از تکنولوژی‌های جدید، برای دستیابی به ذخایر هیدروکربنی و بهره‌برداری از آنها مورد توجه قرار گرفته است. مدل‌سازی میدان‌های الکترومغناطیسی نقش مهمی در شناسایی خصوصیات مخازن هیدروکربنی دارد. یکی از روش‌های نسبتاً جدید استفاده از میدان EM تولید شده با چشمه‌های تحت کنترل<sup>۱</sup> می‌باشد (Zhdanov, 2009). برای اکتشاف ذخایر هیدروکربنی، از روش لرزه-نگاری انکساری با دقت بالا استفاده می‌شود؛ ولی به دلیل برخی از محدودیت‌های این روش در دریا و هزینه‌های بالای روش لرزه‌نگاری انکساری و موفقیت روش MCSEM در آب‌های عمیق و کم عمق، استفاده از این روش با اقبال روبرو شده است و هزینه‌ها را تا حد زیادی کاهش داده است. دو روش اساسی برای تخمین مقاومت‌ویژه ساختارهای زیر بستر دریا بدون استفاده از گمانه استفاده از روش مگنتوتلوریک و MCSEM است. جریان‌ات MT به صورت طبیعی در زمین وجود دارند؛ ولی رسانایی آب دریا موجب کاهش ولتاژ منبع MT در دوره‌های زمانی کوتاه‌تر از چند هزار ثانیه در کف دریای عمیق می‌شود. در حالی که دوقطبی فرستنده مورد استفاده در روش MCSEM مولفه میدان الکتریکی عمودی تولید کرده و در نتیجه مقاومت‌های افقی به اندازه‌ی کافی را آشکار می‌کند. از این رو این روش به عنوان یک رهیافت ژئوفیزیکی مهم در اکتشاف هیدروکربنی پس از روش لرزه‌نگاری سه‌بعدی شناخته می‌شود (Zhdanov, 2009). برای بدست آوردن پاسخ میدان-های EM و توزیع رسانندگی در زمین از معادلات دیفرانسیل جزئی (PDEs) استفاده می‌شود. از طریق روش‌های مختلف عددی از جمله روش‌های شبکه بندی دامنه‌ای تحت عنوان روش تفاضل محدود و روش المان محدود قابل حل می‌باشند. روش‌های مذکور برای حل معادلات جزئی نیازمند سطح بالایی از گسسته سازی دامنه می‌باشد؛ که این باعث افزایش حجم محاسبات خصوصاً در مدل‌سازی‌های سه‌بعدی و در نتیجه افزایش قابل ملاحظه زمان حل مسئله می‌شود. همچنین روش المان محدود پیچیدگی‌هایی در پیاده سازی معادلات دارد. یکی از روش‌های مرسوم در حل میدان‌های EM با کاربرد در طراحی آنتن، تصویر برداری پزشکی و پی‌جویی‌های ژئوفیزیکی، رهیافت معادلات انتگرالی<sup>۲</sup> است. یکی از مزیت‌های اساسی در این روش نسبت به روش‌های دیگر عددی، این است که در این روش تنها محیط آنومالی گسسته می‌شود.

فرمول‌بندی برخی از پدیده‌های فیزیکی از ابتدا تنها با روش‌های انتگرالی بیان می‌شوند. بنابراین باید PDEs به IEs تبدیل گردد، که این امر به وسیله تابع گرین<sup>۳</sup> تحقق می‌یابد (Zhdanov et al, 2006). برای حل معادلات انتگرالی، به منظور جلوگیری از حل معادلات انتگرالی کامل

که نیاز به کامپیوترهایی با قدرت و حافظه بالا دارند و نیز موجب افزایش حجم و هزینه‌های مدل‌سازی می‌شوند؛ از تقریب‌های خطی و غیرخطی مانند تقریب بورن<sup>۴</sup>، تقریب بورن توسعه یافته<sup>۵</sup> و تقریب ماتریس تی<sup>۶</sup> استفاده می‌شود. تقریب بورن برای فرکانس‌های پایین و تباین‌های رسانندگی کم به خوبی عمل می‌کند. بنابراین برای رفع نقایص آن، تقریب بورن توسعه یافته بکار گرفته می‌شود. در مدل‌سازی‌های سه‌بعدی و برای کاهش خطاهای مدل‌سازی و افزایش قدرت تفکیک‌پذیری، از تقریب ماتریس تی استفاده می‌شود.

در این تحقیق در نظر است تا پاسخ الکترومغناطیسی حاصل از یک آنومالی سه‌بعدی در محیط دریا با روش عددی معادلات انتگرالی محاسبه شود. همچنین به منظور اجتناب از حل کامل معادله انتگرالی و افزایش سرعت حل معادلات پیشرو، از رهیافت تقریب‌های خطی و غیرخطی استفاده می‌شود. در ادامه تاریخچه‌ای از تحقیقات صورت گرفته در رابطه با تقریب‌های متداول در حل معادلات انتگرالی میدان EM بیان می‌شود. سپس توضیحاتی در رابطه با تجهیزات لازم در برداشت‌های صحرائی در روش MCSEM ارائه می‌شود.

## ۱-۱- تاریخچه

در ابتدا روش CSEM برای بررسی‌های خشکی مورد استفاده قرار گرفت در اواسط قرن بیستم روش‌های EM مختلف قابل استفاده در اقیانوس‌ها برای مقاصد نظامی توسعه یافتند. اولین آزمایشات میدان EM در اقیانوس قطب شمال توسط ژئوفیزیکدانان روسی انجام شد. اکتشافات EM دریایی برای مخازن هیدروکربن در دریا در روسیه از سال ۱۹۷۰ آغاز شد. چند شرکت نفتی مانند اگزون میل، استات اوپل و شل در سال ۱۹۹۰ از روش MCSEM استفاده کردند. اولین اکتشافات MCSEM در اقیانوس عمیق در مقاله Cox (1981) با هدف مطالعه لیتوسفر اقیانوسی به چاپ رسید. تا این زمان عمق آب قابل اکتشاف ۳۰۰ متر بود؛ که این عمق برای اکتشافات نفت مناسب نبود. در اواخر سال ۱۹۹۰ اکتشاف به طور معمول در آب‌های با عمق ۱۰۰۰ متر انجام پذیرفت. اولین تلاش‌ها در کاربرد صنعتی در حدود ۲۰ سال پیش در سال ۲۰۰۰ انجام شد و کاربرد روش‌های الکترومغناطیس دریایی پا به عرصه‌ی اکتشاف نفت گشود.

حل معادلات پیشرو به عنوان هسته اصلی هر مدل‌سازی ژئوفیزیکی شناخت می‌شود. بنابراین برای نیل به یک مدل قابل اطمینان از لایه‌های زیرسطحی در روش MCSEM نیاز به ارائه یک روش حل دقیق و سریع از معادلات میدان الکترومغناطیسی وجود دارد. در همین رابطه Wannamaker (1984) برای اولین بار یک الگوریتم بر مبنای معادلات انتگرالی برای مدل‌سازی الکترومغناطیسی یک پیکره سه‌بعدی در زمین لایه‌ای معرفی کرد. (Zhdanov et al (2006) روش معادلات انتگرالی

4 Born Approximation  
5 Extended Born Approximation  
6 T-Matrix Approximation

1 Marine Control Source Electromagnetic (MCSEM)  
2 Integral Equations  
3 Green's function

تقریب برون توسعه یافته را برای میدان EM معرفی کردند. تقریب ماتریس تی در ابتدا برای محاسبه پراکندگی نور بوسیله ذرات غیرکروی ارائه شد. Hudson and Herritage (1981) در لرزه‌شناسی نشان دادند که استفاده از تقریب ماتریس تی برای حل روابط انتگرالی حجمی در کارهای سه‌بعدی و چهاربعدی لرزه‌نگاری سودمند است. Yao et al (2005) از TMA برای مدل‌سازی پیشرو سه‌بعدی در لرزه‌نگاری استفاده کردند. سپس Jacobsen (2012) با بکارگیری یک راه حل دقیق که اثر تمامی پراکندگی‌های چندگانه را در روابط TMA دخیل می‌کند؛ سرعت مدل‌سازی و امکان محاسبات، TMA را افزایش داد.

## ۲-۱- تجهیزات

### ۱-۲-۱- فرستنده

از دوقطبی الکتریکی افقی<sup>۲</sup> در حوزه‌ی فرکانس بعنوان چشمه استفاده می‌شود؛ که مناسب‌ترین ابزار برای اکتشاف در آبهای عمیق است. در انتهای فرستنده یک آنتن با طول حداکثر ۳۰۰ متر وجود دارد؛ که دوقطبی فرستنده روی آن قرار دارد و یک موج مربعی با فرکانس حدود ۰٫۱ تا ۱۰ هرتز را تحت توان بالا ارسال می‌کند. این چشمه در ارتفاع ۵۰-۲۵ متری کف دریا درست در بالای گیرنده‌ها توسط کشانه، کشیده می‌شود (Constable and Weiss, 2006).

### ۱-۲-۲- گیرنده

فناوری طراحی گیرنده در اواخر دهه ۱۹۹۰ پیشرفت‌های عمده‌ای به خصوص توسط سازمان اسکریپس کرده است. هر چند که در این دوره از گیرنده‌هایی که برای عملیات MT طراحی شده بود، استفاده می‌شد. گیرنده داده سری زمانی میدان الکتریکی و مغناطیسی را ثبت می‌کند. گیرنده‌ها در سطح آب دریا می‌شوند. قسمت انتهایی گیرنده یک بتن قابل تجزیه دارد؛ که کمک می‌کند گیرنده با حرکت سقوط آزاد به بستر دریا برسد. بعد از اتمام عملیات با یک سیستم رهاسازی گیرنده از این قسمت بتنی جدا شده و به سطح آب دریا می‌آید. معمول‌ترین روش چینش گیرنده‌ها در بستر دریا سیستم نودال است. در این سیستم گیرنده‌ها در مکان‌های مجزا در بستر دریا قرار داده می‌شوند. این سیستم در آب‌های عمیق، به دلیل اینکه نوفه به میزان حداقل می‌رسد و نیز هزینه حفر چاه در آب‌های عمیق بسیار بالا می‌باشد، محبوبیت بیشتری دارد. محدوده عمقی قرار دادن گیرنده‌ها در بستر دریا می‌تواند تا ۶ کیلومتر و بیشتر باشد؛ اما در آب‌های سطحی استفاده از این سیستم به دلیل وجود نوفه، مقرون به صرفه نیست. در سیستم نودال به علت سقوط آزاد گیرنده‌ها به کف دریا لازم است جهت آنها با کمپاس الکتریکی ثبت شود (Key, 2012).

## ۲- اصول نظری روش و معادلات حاکم

تئوری رفتار میدان EM در قرن نوزدهم میلادی پایه‌گذاری شد.

سه‌بعدی را برای محیط ناهمگن با ساختار پیچیده بکار بردند. همچنین Anderson در سال ۱۹۸۴ یک الگوریتم جدید برای مدل‌سازی‌های سه‌بعدی EM با استفاده از معادلات انتگرالی برای نیم فضای همگن و لایه‌ای با استفاده از تابع تبدیل سریع هنکل برای تابع گرین ارائه داد. Mackie and Madden (1993) یک الگوریتم برای محاسبه پاسخ EM مدل‌های سه‌بعدی با استفاده از ماتریس امپدانس برای مرتبط کردن کل میدان الکتریکی افقی به کل میدان مغناطیسی افقی در یک لایه، بر اساس فرم‌های انتگرالی معادلات ماکسول به جای فرم‌های دیفرانسیل معرفی کردند. روش معادله انتگرال انقباضی<sup>۱</sup> برای بهبود همگرایی روش‌های تکراری با جایگزینی معادله انتگرال اولیه با یک معادله بر مبنای اپراتور گرین اصلاح شده توسط Hursan and Zhdanov (2002) معرفی شد. Yoon et al (2016) یک مدل‌سازی سه‌بعدی جدید، با ترکیب روش‌های تفاضل محدود و IE ایجاد، و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در گیرنده‌ها را با استفاده از روش IE با تانسور گرین مربوط به مدل رسانندگی زمینه بدون نیاز به تفکیک عددی و درونیایی محاسبه کردند. هر چند روش‌های مذکور قابلیت حل میدان‌های الکترومغناطیسی با دقت بالا را دارند؛ استفاده از آنها در تصویرسازی‌های سه‌بعدی به دلیل حجم بالای محیط گسسته شده هنوز چالش برانگیز است. بنابراین راه حل برون رفت از این مشکل، استفاده از الگوریتم‌های تقریبی برای افزایش سرعت محاسبات روش‌های انتگرالی می‌باشد. Cai et al (2017) با استفاده از روش المان محدود با استفاده از فرمول میدان کل و یک شبکه بدون ساختار، داده‌های CSEM را مدل‌سازی کردند. Dunham et al (2018) با بکارگیری داده‌های MCSEM با استفاده از روش دیفرانسیلی به مدل‌سازی سه‌بعدی یک مخزن هیدروکربنی در حوزه فلمیش کانادا پرداختند. Zhou et al (2018) به مدل‌سازی سه‌بعدی داده‌های CSEM با استفاده از روش‌های انتگرالی و با رهیافت شبکه بدون ساخت پرداختند. Peng et al (2020) مدل‌سازی پیشرو سه‌بعدی داده‌های MCSEM با رویکرد المان محدود با فرض یک محیط ناهمسانگرد را ارائه دادند. روش‌های مذکور نشان دهنده بهبود مدل‌سازی داده‌های MCSEM با رهیافت‌های تفاضل محدود، المان محدود و معادلات انتگرالی در سال‌های اخیر است؛ اما به دلیل زمان بر بودن این گونه روش‌ها و نیز پیچیدگی فرمول‌بندی معادلات الکترومغناطیسی در چهارچوب این رهیافت‌ها، نیاز به روش‌های تقریبی با دقت مناسب به منظور برآورد پاسخ میدان‌های الکترومغناطیسی دریایی لازم می‌باشد.

یک تقریب برای حل سریع روابط انتگرالی EM، تقریب برون می‌باشد. این تقریب توسط Born (1933) در مکانیک کوانتومی ارائه شد. از آنجا که ایده اصلی استفاده این روش، کاربردهای وسیعی دارد؛ این امکان وجود دارد که بتوان BA را برای مسائل مختلف ژئوفیزیکی بکار برد. به دلیل محدودیت‌های BA در مسائل سه‌بعدی و برخی نقایص آن Habashy et al (1993) و Torres-Verdin and Habashy (1995)

ماتریس همانی،  $k$  عدد مختلط موج و  $\Delta(1/r) = 4\pi\delta(r)$  می باشد.

### ۱-۳- تکنیکی تابع گرین

بحث در مورد تکنیکی تابع گرین قبل از فرمول بندی EBA و TMA امری ضروری می باشد. تابع گرین  $G(r, r')$  در نقاط  $r \rightarrow r'$  (نقاط منفرد) نیاز به بازایی دارد. بنابراین به دلیل تکنیکی، در معادله (۵) ترم دوم نسبت به ترم اول زودتر به صفر مایل می شود. بنابراین، تابع گرین به صورت زیر پیاده سازی می شود (Zhdanov, 2009).

$$G(r, r') = -\frac{\delta(\rho)I}{3k_o^2} = \frac{\delta(\rho)I}{3(\sigma^b + i\omega\epsilon)} = \frac{1}{3\sigma^b}, \quad r = r' \quad (6)$$

### ۴- فرمول بندی معادلات انتگرالی

برای بدست آوردن معادله انتگرالی معمولاً از روش تابع گرین استفاده می شود. اگر رسانندگی ویژه و میدان الکتریکی در یک سلول ثابت فرض شوند، با گسسته سازی معادله انتگرالی، یک دستگاه معادلات خطی ساخته می شود. چنانچه از معادله انتگرالی استفاده شود، توزیع رسانندگی ویژه، به رسانندگی ویژه زمینه برای محاسبه تابع گرین، و رسانندگی ویژه بی هنجاری در ناحیه انتگرال گیری تقسیم می شود (Block and Zhdanov, 2012).

میدان الکتریکی ناهمسانگرد در تمامی گیرنده ها از معادله انتگرالی زیر که از نوع معادله انتگرالی فردهولم نوع دوم می باشد، محاسبه می شود:

$$E_i(r) = E_i^b(r) + i\omega\mu_0 \int_v G_{ij}(r, r') \Delta\sigma_{jk}(r') E_k(r') dr' \quad (7)$$

میدان الکتریکی بی هنجاری بوسیله ترم دوم معادله (۷) بدست می آید. در این رابطه  $E_i^b(r)$  میدان الکتریکی زمینه می باشد و با توجه به معلوم بودن منبع  $J_i^b(r)$  قابل محاسبه است. میدان کل از مجموع میدان زمینه و میدان پاشش (ترم انتگرالی) حاصل می شود.

### ۵- تقریب بورن

تقریب بورن جهت اجتناب از حل دستگاه معادلات خطی بسیار بزرگ برای الگوریتم معادله انتگرالی کامل و همچنین برای افزایش سرعت مدل سازی اتخاذ شده است. این تقریب، کل میدان الکتریکی داخل انتگرال را با میدان زمینه تقریب می زند (بدین معنی که میدان، در غیاب بی هنجاری، برانگیخته شده است) و همچنین پاشنده های چندگانه را نادیده می گیرد (Abubakar and Habashy, 2005). بنابراین رابطه (۷) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\Delta E_i(r) = \int_v G_{ij}^b(r, r') \Delta\sigma_{jk}(r') E_k(r') dr' \quad (8)$$

تقریب موجود در معادله (۸) تنها برای تباین رسانندگی کوچک بین محیط زمینه و پاشنده و ناهمگنی کم و نیز فرکانس پایین قابل اعتماد است (Zhdanov, 2009).

براساس این نظریات می دانیم که شارش جریان الکتریکی با یک میدان مغناطیسی قابل پیش بینی، همراه است. وقتی میدان مغناطیسی با زمان تغییر می کند، یک میدان الکتریکی قابل پیش بینی تولید می کند؛ که در هر دو، میدان شار، پایسته است. پایه معادلات میدان EM معادلات ماکسول می باشد. این معادلات تقابل بین میدان الکتریکی و مغناطیسی، بار الکتریکی و جریان الکتریکی را بیان می کنند (Zhdanov, 2009). معادلات ماکسول در حوزه زمان به صورت روابط زیر بیان می شوند:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times H = j + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2)$$

که در این روابط،  $D$  جابجایی دی الکتریک بر حسب  $(\frac{C}{m^2})$ ،  $B$  چگالی شار مغناطیسی بر حسب تسلا،  $H$  شدت میدان مغناطیسی بر حسب  $(Am^2)$ ،  $j$  چگالی جریان الکتریکی بر حسب  $\frac{A}{m^2}$  و  $E$  شدت میدان الکتریکی بر حسب  $(\frac{V}{m})$  می باشد (Hohmann, 1988). تحت شرایط فرکانس پایین و رسانندگی بالا (یعنی زمانی که  $1 \gg \frac{\sigma}{\mu\epsilon}$  باشد؛  $\sigma$  رسانندگی بر حسب  $\frac{S}{m}$ ،  $\mu$  فرکانس زاویه ای و  $\epsilon$  گذردهی دی الکتریک)، می توان از تقریب زنی شبه ایستا استفاده نمود. معادلات میدان EM در این شرایط با کمک گرفتن از تبدیل فوریه، در حوزه فرکانس به صورت زیر بازنویسی می شوند:

$$\nabla^2 E = \mu\sigma \frac{\partial E}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla^2 H = \mu\sigma \frac{\partial H}{\partial t} \quad (4)$$

این معادلات رفتار میدان های الکتریکی و مغناطیسی را در فرکانس های مورد استفاده در روش MCSEM توصیف می کنند (Zhdanov, 2009).

### ۳- تابع گرین

تابع گرین برای حل معادلات دیفرانسیلی ناهمگن خطی با شرایط مرزی، بوسیله شرح حل معادله انتگرالی مورد استفاده قرار می گیرد. معادلات حاکم بر میدان الکترومغناطیسی در حضور دی الکتریک های ماکروسکوپی، معادله هلمهولتز می باشد (Chew, 1999). تابع گرین در واقع کرنل انتگرالی است که بیان کننده فیزیک مسئله می باشد. تابع گرین برای محیط همگن به صورت زیر نوشته می شود:

$$G^b(r, r') = \frac{\delta(P)I}{3k^2} + \frac{e^{ik\rho}}{4\pi k^2 \rho^3} \left\{ \left[ 1 - ik\rho - (k\rho)^2 \right] I - \left[ 3 - 3ik\rho - (k\rho)^2 \right] e_\rho e_\rho \right\} \quad (5)$$

که در آن  $P = r - r'$  به ترتیب نقاط بی هنجاری و گیرنده می باشند،  $\delta = \frac{P}{\rho}$ ،  $e_\rho = \frac{P}{\rho}$ ،  $\rho = |P|$  تابع دلتای دیراک،  $I$

$$T = \Delta\sigma G^b \Delta\sigma + \Delta\sigma G^b \Delta\sigma G^b \Delta\sigma + \dots = \left[ \sum_{k=0}^{\infty} (\Delta\sigma G^b)^k \right] \Delta\sigma \quad (12)$$

## ۸- نتایج مدل‌سازی عددی

به منظور ارزیابی تقریب‌های ارائه شده در پاسخ پیشرو میدان الکتریکی، مدل‌سازی داده‌های مصنوعی و گسسته‌سازی آنومالی‌های سه‌بعدی در محیط متلب برنامه‌نویسی شده است. به همین منظور دو مدل مخزن مصنوعی متفاوت با اشکال هندسی ساده و پیچیده در نظر گرفته می‌شود. همچنین برای مقایسه بهتر کارایی هر یک از تقریب‌های EBA، TMA و پس از محاسبه پاسخ پیشرو میدان الکتریکی و اضافه کردن دو درصد نوفه گوسی، توزیع رسانندگی الکتریکی مدل‌های در نظر گرفته شده از طریق مدل‌سازی وارون برگردانده می‌شود. ابتدا پاسخ میدان EM برای یک مخزن با شکل هندسی منظم و ساده برای سهولت محاسبات و پس از آن یک مخزن با شکل هندسی نامنظم، به منظور مقایسه دقت و حساسیت روش‌های ذکر شده، مورد مطالعه قرار می‌گیرد. فرکانس بهینه باید براساس شرایط مخزن، میانگین رسانندگی محیط و عمق کاوش تعیین شود و معمولاً این فرکانس بهینه برای مدل‌سازی، ۱ هرتز در نظر گرفته می‌شود (Everett et al, 2005). فرکانس بهینه معمولاً با در نظر گرفتن عمق پوست، فرکانسی در نظر گرفته می‌شود که پاسخ میدان الکتریکی دارای بیشترین مقدار و خطای مدل‌سازی با توجه به میزان تفکیک‌پذیری، کمترین مقدار باشد. فرکانس ۱ هرتز به عنوان فرکانس بهینه صرفاً برای نمایش و ترسیم مدل‌ها در نظر گرفته می‌شود (بیات، ۱۳۹۸). اطلاعات پارامترهای مخزن، چشمه و گیرنده‌ها در جدول ۱ آمده است.

شکل ۱ شماتیکی ساده از گسسته‌سازی مخزن با شکل هندسی منظم را نشان می‌دهد. به منظور نزدیک کردن شرایط به اندازه‌گیری‌های صحرایی، ۲ درصد نوفه گوسی با میانگین صفر به داده‌های منتج شده از مدل‌سازی اعمال می‌شود.

دقت مدل‌های برگردانده شده بعد از وارون‌سازی داده‌های مصنوعی با محاسبه خطای نسبی (معادله ۱۳) بدست می‌آید.

$$\varepsilon = \left\| m^* - m^{est} \right\|_2 / \left\| m^* \right\|_2 \quad (13)$$

که  $\varepsilon$  خطای نسبی،  $m^*$  مدل واقعی و  $m^{est}$  مدل تخمینی می‌باشد.

جدول ۱: اطلاعات مربوط به پارامترهای مخزن، چشمه و گیرنده‌ها در

مدل مخزن با شکل هندسی منظم

| چشمه و گیرنده‌ها                                               | مخزن                           |
|----------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| تعداد گیرنده‌ها: ۳۱ (در راستای محور X) و ۱۱ (در راستای محور Y) | ضخامت (m): ۵۰                  |
| فاصله گیرنده‌ها (m): ۲۱۸.۵ (در راستای X) و ۶۳۶ (در راستای Y)   | عمق (m): ۶۵۰                   |
| طول دوقطبی فرستنده (m): ۱۰۰                                    | رسانندگی ویژه زمینه (S/m): ۰.۵ |

## ۶- تقریب بورن توسعه یافته

Habashy and Groom (1993) روش تقریب بورن توسعه یافته را به منظور توسعه و رفع محدودیت‌های تقریب بورن ارائه دادند. این روش، کل میدان الکتریکی داخل انتگرال را نه با میدان کل مانند تقریب بورن، بلکه با تصویر آن بر روی یک تانسور پراکنده،  $\Gamma(r')$ ، جایگزین می‌کند. این روش توانایی دارد که میدان الکتریکی انتگرالی  $E_i(r')$  را برای یک توزیع رسانندگی، بدون حل یک مسئله وارون بزرگ شبیه‌سازی کند (Abubakar and Habashy, 2005). مشخص کردن تانسور پراکنده به منظور این که بتوان امکان جایگذاری معادلات انتگرالی، برای میدان‌های داخلی را فراهم کرد، دارای اهمیت می‌باشد.

### ۶-۱- فرمول‌بندی تقریب بورن توسعه یافته

تقریب بورن توسعه یافته بر مبنای دو اصل استوار است؛ (۱) محیط را به صورت همگن و همسانگرد در نظر می‌گیرد تا امواج الکترومغناطیسی بتوانند در آن منتشر شوند؛ (۲) با تشخیص نقاط داخلی، محدوده انتگرال-گیری در معادله (۷)، از نقاط پاششی که در مجاورت نقاط مشاهده  $r = r'$  قرار دارند ناشی می‌شود، بدین جهت تانسور گرین  $G^b(r, r')$  در آن نقطه دارای تکینگی می‌باشد (Abubakar and Habashy, 2005). با توجه به معادله انتگرالی پایه برای مدل‌سازی پیشرو سه‌بعدی الکترومغناطیس در معادله (۷)، و با نادیده گرفتن  $i\omega\mu_0$ ، معادله انتگرالی برای داده‌ها به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$E_i(r) = E_i^b(r) + \int_v G_{ij}^b(r, r') \Delta\sigma_{jk}(r') \Gamma_{ki}(r') E_i^b(r') dr' \quad (9)$$

$\Gamma(r')$  به عنوان تانسور پراکنده شناخته می‌شود و به صورت رابطه (۱۰) تعریف می‌گردد:

$$\Gamma_{ki}(r') = [I - \lambda_{ik}(r')]^{-1} \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)،  $\lambda(r')$  یک تانسور است که به صورت ضمنی طبق رابطه زیر نوشته می‌شود،

$$\lambda_{ik}(r') = \int_v G_{ij}^b(r', r'') \Delta\sigma_{jk}(r'') dr'' \quad (11)$$

## ۷- تقریب ماتریس تی

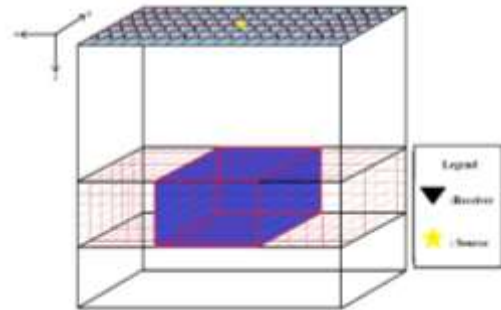
معادله انتگرالی را با رویکرد تقریب ماتریس تی می‌توان تقریب زد. محاسبه ماتریس تی کاملاً مستقل از آرایه چشمه-گیرنده می‌باشد و فقط به دانش در رابطه با پتانسیل پاشیدگی و تابع گرین برای محیط مرجع نیاز دارد. تابع گرین برای هر محیط مرجع را یک بار به صورت عددی می‌توان محاسبه کرد (Jakobsen, 2012). TMA اثر تمامی پاشنده‌ها را در میدان بی‌هنجاری در نظر می‌گیرد. این تقریب به صورت زیر نوشته می‌شود:

ضعیف‌تر می‌شود. منحنی‌های نمایش داده شده با رنگ‌های مختلف مبین پاسخ میدان الکتریکی مربوط به هریک از ردیف‌های گیرنده در مدل مصنوعی شبیه‌سازی شده است.

شکل ۳ پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی ویژه برای مخزن با شکل هندسی منظم را نمایش می‌دهد. شکل ۳-الف مدل واقعی و ۳-ب، ج و د به ترتیب پاسخ وارون مربوط به BA با خطای نسبی ۵٫۲٪، EBA با خطای نسبی ۴٫۴۹٪ و TMA با خطای نسبی ۰٫۵٪ را نشان می‌دهد.

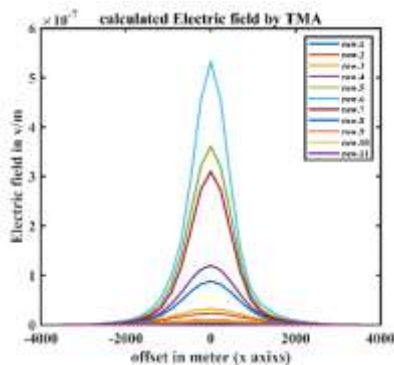
با توجه به نتایج مدل‌سازی وارون و خطاهای نسبی منتج شده از هر یک از تقریب‌ها، مشاهده می‌شود که مدل‌سازی از طریق رهیافت TMA با خطای نسبی کمتری نسبت به دو تقریب دیگر همراه است. جدول ۲ مشخصات مخزن، چشمه و گیرنده را برای مدل مخزن با شکل هندسی نامنظم نشان می‌دهد. شکل ۴ پاسخ پیشرو میدان الکتریکی را برای مخزن با شکل هندسی نامنظم با تباین رسانندگی زیاد (۵۰۰ برابر) بین مخزن و زمینه را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۴، مشاهده می‌شود که پاسخ میدان الکتریکی نسبت به مخزن با شکل هندسی منظم، ضعیف‌تر شده و بیشترین پاسخ نیز مربوط به گیرنده میانی بالای مخزن است.

|                                         |                            |
|-----------------------------------------|----------------------------|
| رسانندگی ویژه مخزن (S/m): ۰٫۰۰۱         | شدت جریان (A): ۱۰۰۰        |
| تعداد سلول‌های شبکه: ۵۶*۵۶              | عمق (m): صفر               |
| حجم سلول‌ها (m <sup>3</sup> ): ۲۵*۲۵*۵۰ | ابعاد زمینه (m): ۷۰۰۰*۷۰۰۰ |
| ابعاد مخزن (m): ۱۹۶۰*۱۹۶۰*۵۰            | فرکانس (Hz): ۱             |

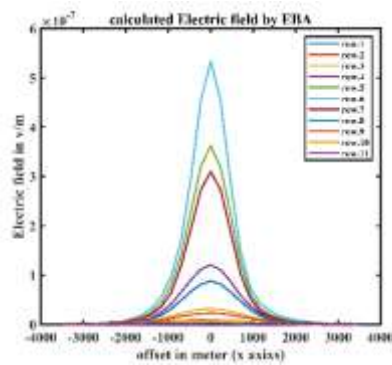


شکل ۱: شماتیکی ساده از مخزن با شکل هندسی منظم

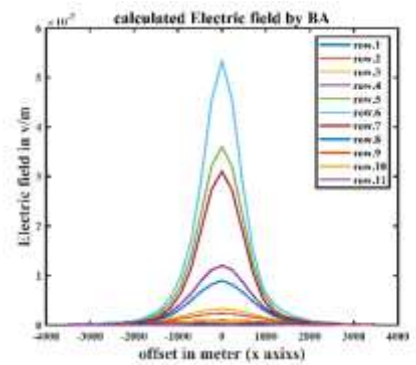
شکل ۲ پاسخ پیشرو میدان الکتریکی را برای مخزن با شکل هندسی منظم با استفاده از BA، EBA و TMA در حالتی که تباین رسانندگی بین زمینه و مخزن زیاد (۵۰۰ برابر) باشد، نشان می‌دهد. بیشترین پاسخ میدان الکتریکی مربوط به گیرنده میانی بالای مخزن می‌باشد و با دور شدن از مخزن پاسخ میدان الکتریکی در گیرنده‌ها



(ج)

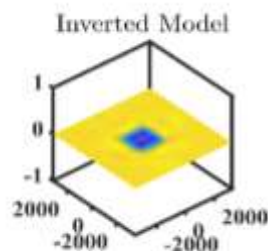


(ب)

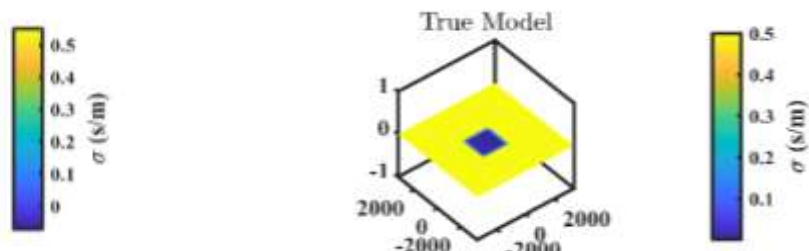


(الف)

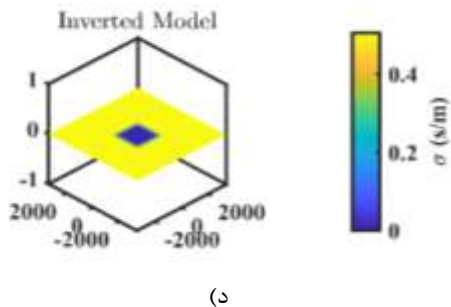
شکل ۲: پاسخ پیشرو میدان الکتریکی با شکل هندسی منظم. با استفاده از روش الف (BA، ب (EBA و ج (TMA



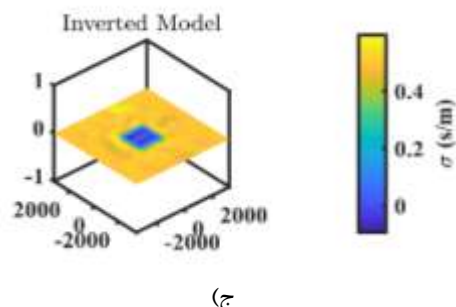
(ب)



(الف)



(د)



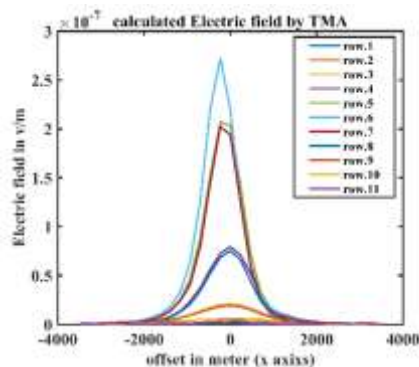
(ج)

شکل ۳: پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی ویژه مخزن با شکل هندسی منظم. الف) مدل واقعی، پاسخ وارون با استفاده از ب) BA ( $\epsilon = 5.2\%$ )، ج) EBA ( $\epsilon = 4.49\%$ ) و د) TMA ( $\epsilon = 0.5\%$ )

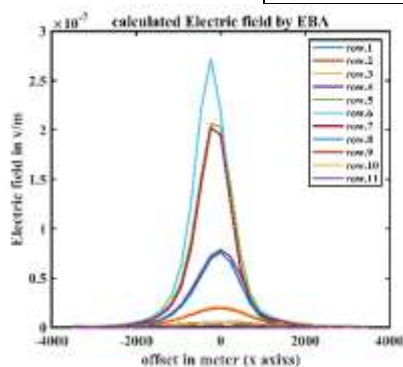
جدول ۲: اطلاعات مربوط به پارامترهای مخزن، چشمه و گیرنده‌ها در مدل مخزن با شکل هندسی نامنظم

| چشمه و گیرنده‌ها                                               | مخزن                                    |
|----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| تعداد گیرنده‌ها: ۳۱ (در راستای محور X) و ۱۱ (در راستای محور Y) | ضخامت: ۵۰ (m)                           |
| فاصله گیرنده‌ها (m): ۲۱۸،۵ (در راستای X) و ۶۳۶ (در راستای Y)   | عمق: ۶۵۰ (m)                            |
| طول دوقطبی فرستنده (m): ۱۰۰                                    | رسانندگی ویژه زمینه (S/m): ۰،۵          |
| شدت جریان (A): ۱۰۰۰                                            | رسانندگی ویژه مخزن (S/m): ۰،۰۰۱         |
| عمق (m): صفر                                                   | تعداد سلول‌های شبکه: ۵۶*۵۶              |
| ابعاد زمینه (m): ۷۰۰۰*۷۰۰۰                                     | حجم سلول‌ها (m <sup>3</sup> ): ۲۵*۲۵*۵۰ |
| فرکانس (Hz): ۱                                                 | ابعاد مخزن (m): ۳۵۰۰*۳۵۰۰*۵۰            |

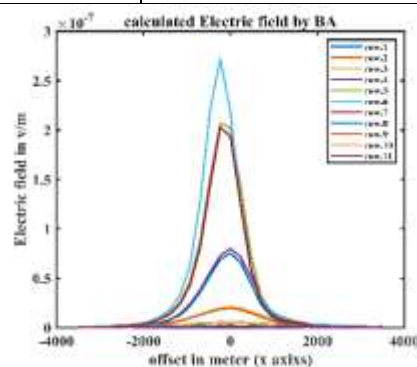
شکل ۵ پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی ویژه برای مخزن با شکل هندسی نامنظم را نمایش می‌دهد. شکل ۵-الف مدل واقعی و ۵-ب، ج و د به ترتیب پاسخ مربوط به BA با خطای نسبی ۱۵٪، EBA با خطای نسبی ۸،۵٪ و TMA با خطای نسبی ۷،۷٪ را نشان می‌دهد. همانند مدل اول، خطای نسبی مدل وارون بدست آمده از الگوریتم TMA در مقایسه با دو تقریب دیگر مقدار کمتری را نشان می‌دهد. شایان ذکر است که پارامترهای ورودی مسئله وارون (مانند ضابطه توقف، بیشینه تعداد تکرارها، نحوه‌ی انتخاب پارامتر منظم‌سازی) در همه تقریب‌ها برای مقایسه دقت مدل‌سازی آنها، یکسان در نظر گرفته شده است.



(ج)

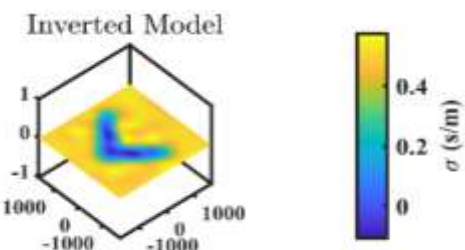


(ب)

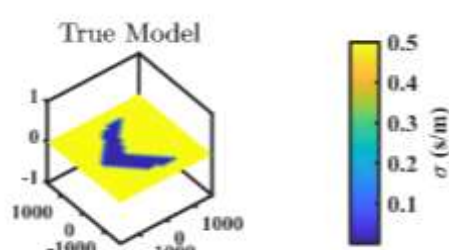


(الف)

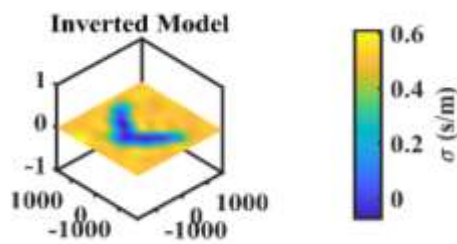
شکل ۴: پاسخ پیشرو میدان الکتریکی مخزن با شکل هندسی نامنظم. با استفاده از الف) BA، ب) EBA و ج) TMA



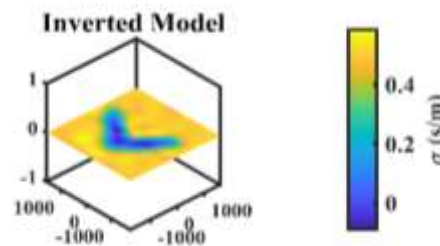
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۵: پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی ویژه مخزن با شکل هندسی نامنظم. الف) مدل واقعی، پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی با استفاده از روش ب) BA ( $\varepsilon = 8.15\%$ ) ج) EBA ( $\varepsilon = 8.5\%$ ) و د) TMA ( $\varepsilon = 7.7\%$ )

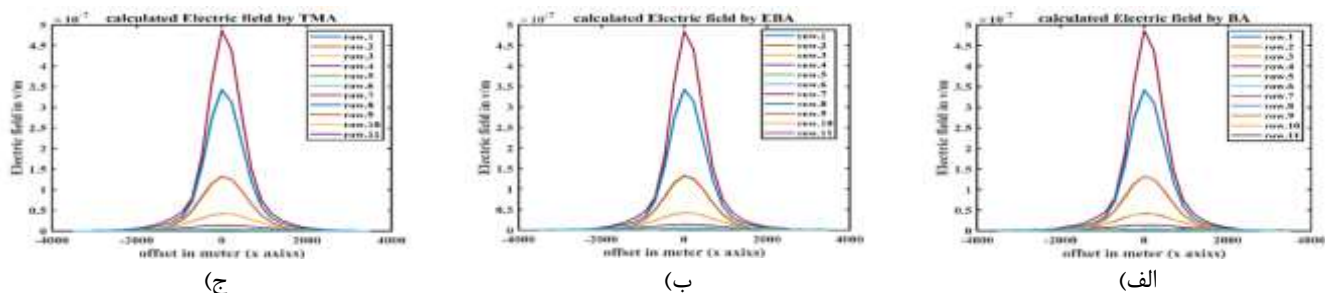
جدول ۳: اطلاعات مربوط به پارامترهای مخزن، چشمه و گیرنده‌ها در مدل مخزن با شکل هندسی منظم در گذر زمان

| چشمه و گیرنده‌ها                                               | مخزن                                    |
|----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| تعداد گیرنده‌ها: ۳۱ (در راستای محور X) و ۱۱ (در راستای محور Y) | ضخامت (m): ۵۰                           |
|                                                                | عمق (m): ۶۵۰                            |
| فاصله گیرنده‌ها (m): ۲۱۸.۵ (در راستای X) و ۶۳۶ (در راستای Y)   | زمان $t_0$ (year): صفر                  |
|                                                                | زمان $t_1$ (year): ۵                    |
|                                                                | زمان $t_2$ (year): ۱۰                   |
|                                                                | زمان $t_3$ (year): ۲۰                   |
| طول دوقطبی فرستنده (m): ۱۰۰                                    | رسانندگی ویژه زمینه (S/m): ۰.۵          |
| شدت جریان (A): ۱۰۰۰                                            | رسانندگی ویژه مخزن (S/m): ۰.۰۰۱         |
| عمق (m): صفر                                                   | تعداد سلول‌های شبکه: ۵۶*۵۶              |
| ابعاد زمینه (m): ۷۰۰*۷۰۰                                       | حجم سلول‌ها (m <sup>3</sup> ): ۲۵*۲۵*۵۰ |
| فرکانس (Hz): ۱                                                 | ابعاد مخزن (m): ۱۵۰۰*۱۵۰۰*۵۰            |

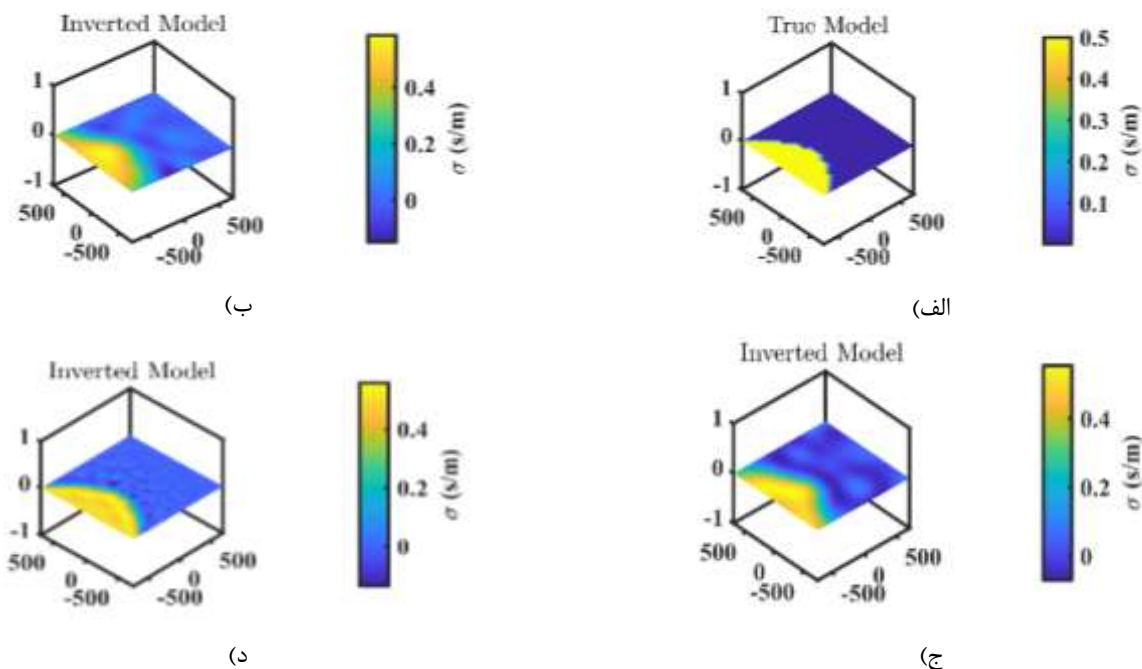
شکل‌های ۷، ۹ و ۱۱ پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی مربوط به سه روش BA، EBA و TMA را به ترتیب بعد از گذشت زمان‌های فرضی پنج سال ( $t_1$ )، ده سال ( $t_2$ ) و بیست سال ( $t_3$ ) را نشان می‌دهد. خطای نسبی روش BA در زمان‌های  $t_1$ ،  $t_2$  و  $t_3$  به ترتیب برابر با ۱۹، ۱۰.۶ و ۳.۵ درصد، خطاهای نسبی ذکر شده برای روش EBA نیز به ترتیب برابر با ۱۸.۵، ۱۲ و ۲.۳ درصد و برای روش TMA برابر با ۱۳.۹، ۷.۱ و ۰.۸ درصد بدست آمده است. با توجه به نتایج و میزان خطای نسبی حاصله، پاسخ مربوط به روش TMA نسبت به BA و EBA دارای قدرت تفکیک‌پذیری بیشتر و خطای نسبی کمتری می‌باشد. با توجه به شکل‌ها، انتظار می‌رود روش EBA نسبت به روش BA پاسخ بهتری ارائه دهد؛ ولی در شکل ۹ روش EBA نسبت به BA نتوانسته پاسخ مطلوب-تری را ارائه دهد. با گذر زمان و پیشروی جبهه آب درون مخزن رسانندگی الکتریکی مخزن و زمینه به مرور به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند و تباین رسانندگی الکتریکی بین بی‌هنجاری و زمینه کاهش می‌یابد. بنابراین خطای نسبی مدل‌سازی نیز روند کاهشی دارد.

پس از اکتشاف، بهره‌برداری و استخراج از مخازن با حفر چاه آغاز می‌شود. با بهره‌برداری مداوم از مخزن، سیال موجود در آن کم می‌شود و در نتیجه ارتفاع ستون هیدروکربنی و انرژی طبیعی مخزن کاهش می‌یابد. در این مرحله است که تزریق گاز به میدان نفتی یا تزریق بخار یا آب به میدان نفتی می‌تواند به افزایش دبی مقطعی و فشار کمک کند (Lien and Mannseth, 2008). با گذر زمان، با تزریق آب به درون مخزن، آب در مخزن پیشروی می‌کند و رسانندگی الکتریکی مخزن و زمینه به مرور زمان به هم نزدیک می‌شوند. تزریق آب درون مخزن برای ایجاد فشار برای استخراج، در طی گذشت زمان‌های مختلف و اثر تزریق آب روی رسانایی و پاسخ میدان الکتریکی مخزن، پاسخ پیشرو میدان الکتریکی و پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی در زمان‌های فرضی ۵، ۱۰ و ۲۰ سال به صورت چهاربعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. اطلاعات مربوط به پارامترهای مخزن، چشمه و گیرنده مربوط به مدل مخزن با شکل هندسی منظم با تزریق آب در زمان‌های مختلف در جدول ۳ بیان شده است.

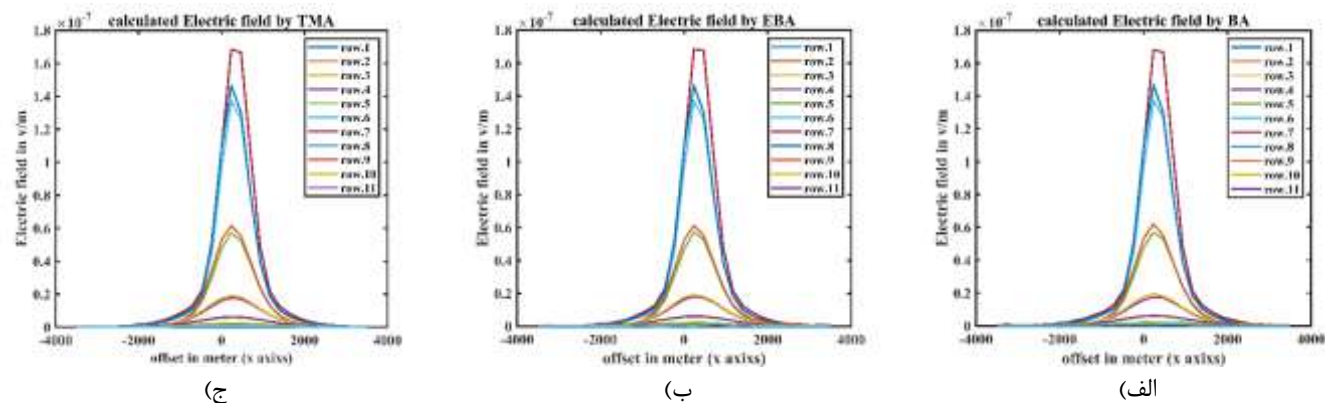
در زمان  $t_0$ ، هیچ تزریقی درون مخزن صورت نگرفته است و مخزن مورد نظر همان مخزن با شکل هندسی منظم می‌باشد. شکل‌های ۶، ۸ و ۱۰ پاسخ پیشرو میدان الکتریکی مربوط به سه روش BA، EBA و TMA را به ترتیب بعد از گذشت زمان‌های فرضی پنج سال ( $t_1$ )، ده سال ( $t_2$ ) و بیست سال ( $t_3$ ) نشان می‌دهند. با مقایسه پاسخ میدان الکتریکی در سه زمان  $t_1$ ،  $t_2$  و  $t_3$ ، با توجه به افزایش رسانایی الکتریکی مخزن به دلیل حضور و پیشروی جبهه‌ی آب و کاهش تباین رسانندگی الکتریکی بین بی‌هنجاری و زمینه، مقدار میدان الکتریکی مخزن در گذر زمان کاهش می‌یابد. همان‌طور که انتظار می‌رود، بیشینه پاسخ میدان الکتریکی در گیرنده میانی بالای مخزن ثبت می‌شود و با دور شدن از مرکز، پاسخ میدان الکتریکی کاهش می‌یابد. با گذر زمان بیشینه پاسخ میدان الکتریکی نسبت به زمان‌های پیشین در گیرنده‌ی متفاوتی، به عنوان گیرنده میانی دریافت می‌شود و این امر با توجه به جهت تزریق آب، موجب دریافت بیشینه میدان الکتریکی در گیرنده‌هایی با دورافت بیشتر و شیفت بیشینه میدان به سمت راست شکل می‌شود.



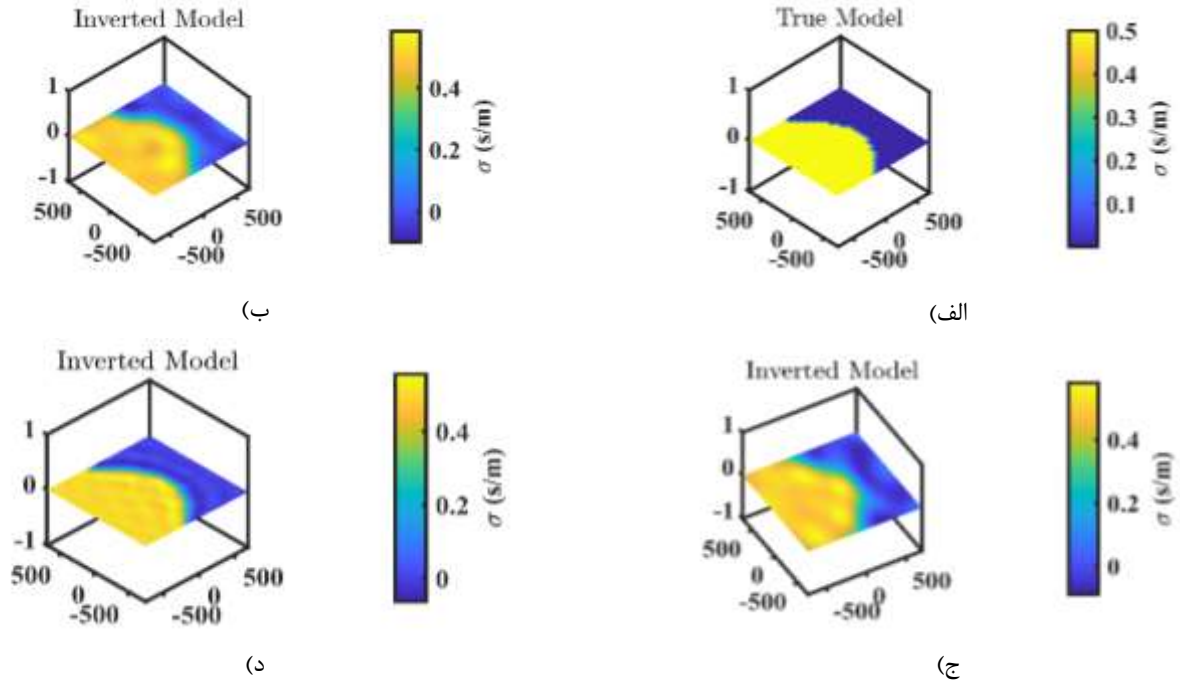
شکل ۶: پاسخ پیشرو میدان الکتریکی مخزن با شکل هندسی منظم بعد از گذشت زمان  $t_1$ . با استفاده از (الف) BA، (ب) EBA و (ج) TMA



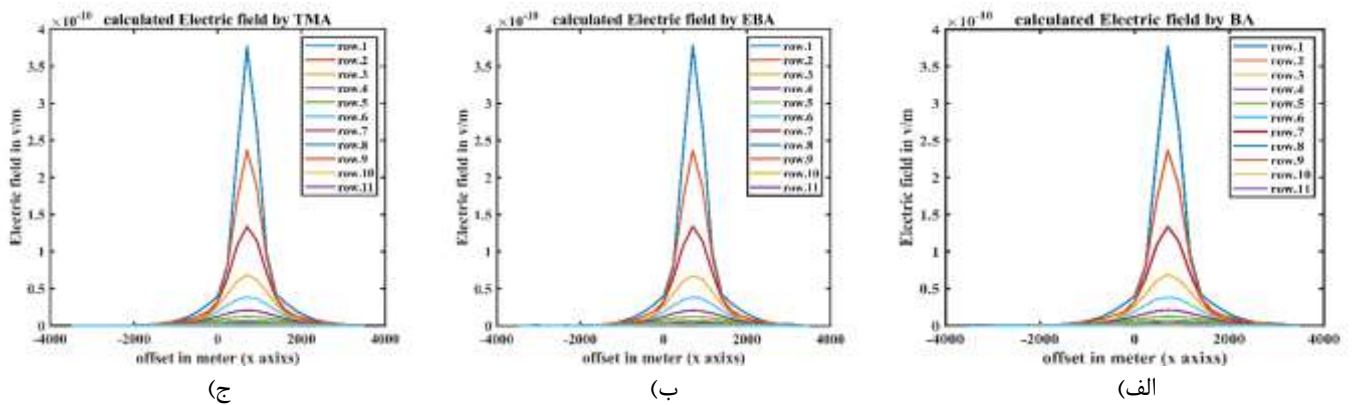
شکل ۷: پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی ویژه مخزن با شکل هندسی منظم بعد از گذشت زمان  $t_1$ . (الف) مدل واقعی، پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی با استفاده از (ب) BA ( $\epsilon = 19\%$ ), (ج) EBA ( $\epsilon = 18.5\%$ ) و (د) TMA ( $\epsilon = 13.9\%$ )



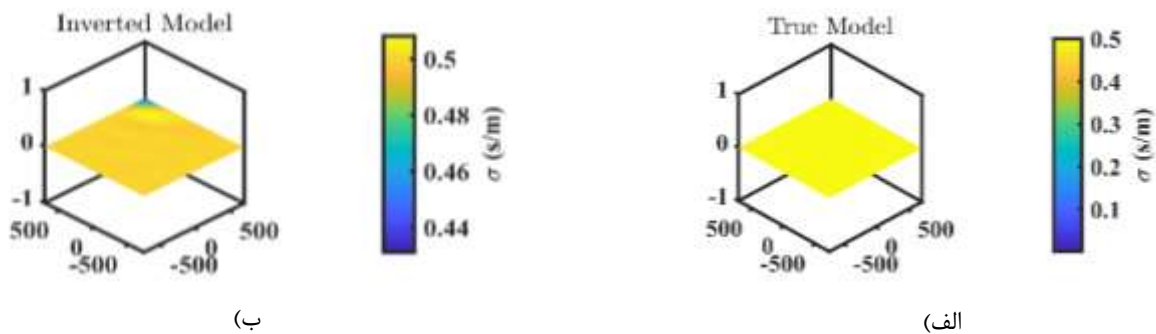
شکل ۸: پاسخ پیشرو میدان الکتریکی مخزن با شکل هندسی منظم بعد از گذشت زمان  $t_2$ . با استفاده از (الف) BA، (ب) EBA و (ج) TMA

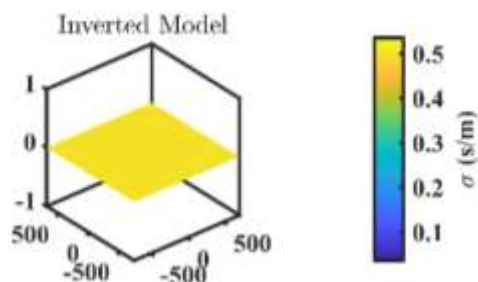


شکل ۹: پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی ویژه مخزن با شکل هندسی منظم بعد از گذشت زمان  $t_2$ . الف) مدل واقعی، پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی با استفاده از ب) BA ( $\varepsilon = 10.6\%$ ) ج) EBA ( $\varepsilon = 12\%$ ) و د) TMA ( $\varepsilon = 7.1\%$ )

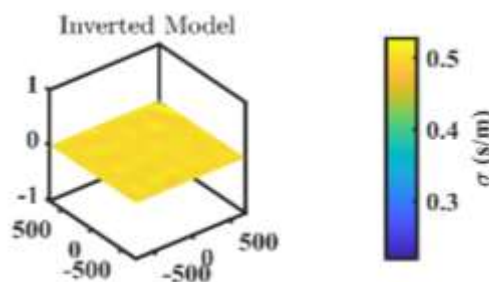


شکل ۱۰: پاسخ پیشرو میدان الکتریکی مخزن با شکل هندسی منظم بعد از گذشت زمان  $t_3$ . با استفاده از الف) BA، ب) EBA و ج) TMA





(د)



(ج)

شکل ۱: پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی ویژه مخزن با شکل هندسی منظم بعد از گذشت زمان  $t_3$ . الف) مدل واقعی، پاسخ وارون رسانندگی الکتریکی با استفاده از ب) BA ( $\varepsilon = 3.5\%$ ) ج) EBA ( $\varepsilon = 2.3\%$ ) و د) TMA ( $\varepsilon = 0.8\%$ )

## ۹- نتیجه‌گیری

برابر ۱۹ و برای تقریب بورن توسعه یافته برابر ۱۸٫۵ و برای ماتریس تی برابر ۱۳٫۹ درصد می‌باشد. برای زمان‌های ۱۰ و ۲۰ سال میزان تزریق آب تقریباً به ۸۰ و سپس به حدود ۱۰۰ درصد رسیده است. نتایج حاصل از زمان‌های ۱۰ و ۲۰ سال مشابه زمان ۵ سال می‌باشد. با این تفاوت که خطای مدل‌سازی با پیشروی جبهه آب درون مخزن که موجب کاهش هر چه بیشتر تباین رسانندگی بین دو محیط زمینه و بی‌هنجاری می‌شود، کاهش می‌یابد و در سال بیستم به حداقل مقدار خطای مدل‌سازی مربوط به تقریب ماتریس تی یعنی ۰٫۸ درصد می‌رسد.

با توجه به بررسی و مقایسه سه روش BA، EBA و TMA، هر سه تقریب موفق به ارائه پاسخ قابل قبول شدند. آنچه که در این تحقیق اهمیت دارد، معرفی روشی با دقت بیشتر و خطای مدل‌سازی کمتر می‌باشد. کمترین خطای مدل‌سازی و بهترین پاسخ میدان با استفاده از روش TMA بدست آمد. بنابراین می‌توان TMA را به عنوان روش و تقریب دقیق‌تری نسبت به BA و EBA معرفی نمود و با توجه به خطای حاصله، می‌توان ادعا کرد که پاسخ این تقریب به پاسخ واقعی زمین نزدیکتر است و می‌توان از آن برای کالیبره کردن سایر تقریب‌ها، در مدل‌سازی‌های آتی کمک گرفت.

## ۱۰- منابع

بیات، م.، ۱۳۹۸، مدل‌سازی پیشرو داده‌های الکترومغناطیس دریایی با چشمه کنترل شده با استفاده از روش انتگرالی و با رهیافت تقریب-های خطی و غیرخطی، پایان نامه کارشناسی ارشد، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران.

Abubakar, A. and Habashy, T.M., 2005, A Green function formulation of the Extended Born approximation for three-dimensional electromagnetic modelling, Wave Motion 41(3): 211-227.

Anderson, W.L., 1984, Computation of Green's tensor integrals for three-dimensional electromagnetic problems using fast Hankel transforms, Geophysics, 49(10), pp.1754-1759.

Aster, R.C., Borchers, B. and Thurber, C.H., 2018, Parameter estimation and inverse problems, Elsevier.

در این تحقیق سه الگوریتم BA، EBA و TMA برای حل معادله انتگرالی فردهولم نوع دوم به منظور بدست آوردن پاسخ میدان الکتریکی حاصل از یک مخزن هیدروکربنی سه‌بعدی با شکل هندسی منظم با گسترش افقی و نیز یک مخزن با شکل هندسی نامنظم، به وسیله برنامه‌نویسی با استفاده از نرم‌افزار متلب ۲۰۱۸، بکار گرفته شد. پاسخ‌های میدان الکتریکی و رسانندگی الکتریکی، نشان می‌دهد که در هر دو مدل مخزن، بیشینه میدان الکتریکی به وسیله گیرنده میانی بالای مخزن دریافت می‌شود. هر چند مقادیر میدان‌های حاصله به هم نزدیک است؛ ولی مقدار پاسخ میدان الکتریکی حاصل توسط روش TMA در مقایسه با دو روش EBA و BA، و در EBA نسبت به BA بیشتر می‌باشد. انتظار می‌رود، خطای مدل‌سازی در EBA کمتر از BA باشد. زیرا در حالتی که تباین رسانندگی بین محیط زمینه و بی‌هنجاری زیاد است، BA نسبت به EBA به خوبی پاسخ نمی‌دهد. نتایج نشان می‌دهند که نتایج پیشرو و وارون هر دو روش EBA و BA به هم نزدیک بوده و نیز روش BA حتی در حالتی که تباین رسانندگی بین محیط زمینه و بی‌هنجاری زیاد است، توانسته نتایج قابل قبولی را ارائه دهد. در مقایسه با BA و EBA تقریب TMA برای تباین کم و زیاد رسانندگی بین محیط زمینه و بی‌هنجاری با دقت بیشتری موفق به مدل‌سازی پاسخ میدان الکتریکی و رسانندگی الکتریکی شده، و خطای نسبی مدل‌سازی را تا حد زیادی کاهش داده است. بعد از مدل‌سازی سه‌بعدی، به منظور بررسی اثر رسانایی آب تزریقی درون مخزن، بر رسانایی مخزن و نیز مقدار پاسخ میدان الکتریکی، مدل‌سازی چهار بعدی در گذر زمان انجام شد. چهار زمان مختلف صفر، ۵، ۱۰ و ۲۰ سال برای بررسی مورد آزمایش قرار گرفتند. نتایج سال صفر یعنی زمانی که هنوز آبی درون مخزن تزریق نشده، مطابق با مخزن با شکل هندسی ساده می‌باشد و در واقع یک بی‌هنجاری با رسانندگی پایین درون یک زمینه با رسانندگی بالا قرار گرفته است. در سال پنجم تقریباً آب به میزان ۳۰ درصد درون مخزن تزریق شده و رسانایی مخزن را تحت تاثیر خود قرار داده است، بنابراین موجب کاهش تباین رسانندگی و در نتیجه کاهش خطای مدل‌سازی و نیز افزایش نسبت سیگنال به نویز می‌شود. برای تقریب بورن این خطا

- modelling in the acoustic approximation, *Studia Geophysica Et Geodaetica* 56(1): 1-20.
- Key, K., 2012, Marine electromagnetic studies of seafloor resources and tectonics, *Surveys in geophysics*, 33(1), pp.135-167.
- Lawless, J. F. and Wang, P. 1976, A simulation study of ridge and other regression estimators, *Communications in Statistics*, A 5: 307-323.
- Lien, M., & Mannseth, T. 2008, Sensitivity study of marine CSEM data for reservoir production monitoring, *Geophysics*, 73(4), F151-F163.
- Peng, R., Hu, X., Li, J., Liu, Y., 2020, Finite Element Simulation of 3-D Marine Controlled Source Electromagnetic Fields in Anisotropic Media with Unstructured Tetrahedral Grids. *Pure Appl. Geophys.*
- Tikhonov, A.N. and Arsenin, V.I., 1977, *Solutions of ill-posed problems*, Vol. 14.
- Torres-Verdin, C. and Habashy, T. M., 1995, Rapid 2.5-dimensional forward modeling and inversion via a new scattering approximation, *Radio Science*, 29 (4), 10.
- Yao, Y. Liming, S. and Shangxu, W., 2005, Research on the seismic wavefield of karst cavern reservoirs near deep carbonate weathered crusts, *Appl. Geophys.*, 2, 94-102.
- Yoon, D. Zhdanov, M. M. Ma ttsson, J. Cai, H. and Gribenko, A. 2016, A hybrid finite-difference and integral-equation method for model-ing and inversion of marine controlled-source electromagnetic data, *Geophysics*, vol. 81, no. 5, pp. E323-E336.
- Wannamaker, Ph. E & et al, 1984, "Electromagnetic modeling of three-dimensional bodies in layered earths using integral equations", *GEOPHYSICS*. VOL. 49. NO. I, P. 60-74.
- Zhdanov, M.S., 2009, *Geophysical electromagnetic theory and methods*, Vol. 43, Elsevier.
- Zhdanov, M.S. Lee, S.K. and Yoshioka, K., 2006, Integral equation method for 3-D modeling of electromagnetic fields in complex structures with inhomogeneous background conductivity: *Geophysics*, 71, G33-G345.
- Zhou, F., Tang, J., Ren, Z. *et al.* A hybrid finite-element and integral-equation method for forward modeling of 3D controlled-source electromagnetic induction. *Appl. Geophys.* 15, 536-544 (2018).
- سطحی یک مسئله وارون خطی تعریف می شود، که با استفاده از منظم‌سازی تیخنوف امکان مسئله وجود دارد. در تئوری وارون، مدل یک پارامتربندی ریاضیاتی از آن مشخصه سیستم فیزیکی است؛ که برای پیش بینی داده‌ها لازم است. در علوم زمین مدل‌ها معمولاً توابعی از مکان هستند و بنابراین عناصری از یک فضای بی‌نهایت بعد می‌باشند؛ که به فضای مدل معروف است. در اینجا هر عنصری از این فضا با  $m$  نشان داده
- Backus, G., 1988, Comparing hard and soft prior bounds in geophysical inverse problems, *Geophysical Journal*, 94, 249-261 1988.
- Black, N. and Zhdanov, M.S., 2010, Active Geophysical Monitoring of Hydrocarbon Reservoirs Using EM Methods, 40: 135-159.
- Cai, H., Hu, X., Li, J., Endo, M., Xiong, B., 2017. Parallelized 3D CSEM mode ling using edge-based finite element with total field formulation and unstructured mesh. *Computers & Geosciences* 99, 125-134.
- Chew, W.C., 1999, *Waves and Fields in Inhomogeneous Media*, IEEE Press: 632.
- Constable, S. and Weiss, C.J., 2006, Mapping thin resistors and hydrocarbons with marine EM methods: Insights from 1D modeling. *Geophysics*, 71(2), pp. G43-G51.
- Cox, C., 1981, On the electrical conductivity of the oceanic lithosphere", *Phys Earth Planet*, in 25(3), 196-201.
- Dunham, M.W., Ansari, S.M.m and. Farquharson, C/G., 2018, Application of 3D marine controlled-source electromagnetic finite-element forward modeling to hydrocarbon exploration in the Flemish Pass Basin offshore Newfoundland, Canada, *GEOPHYSICS* 83: WB33-WB49.
- Everett, M.E., and Meju, M.A., 2005, Near-surface controlled-source electromagnetic induction, In *Hydrogeophysics* (pp. 157-183). Springer, Dordrecht.
- Habashy, T.M. Groom, R.W. and Spies, B.R., 1993, Beyond the Born and Rytov approximations: a nonlinear approach to electromagnetic scattering: *Journal of Geophysical Research*, 98, 1759-1775.
- Hohmann, G. W., 1988, *Electromagnetic methods in applied geophysics: Volume 1, Theory*, Edited by Misac N. Nabighian: Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, Oklahoma.
- Hudson, J.A. and Herritage, J.R., 1981, The use of the Born approximation in seismic scattering problems, *Geophys. J.R. Astron. Soc.*, 66, 221-240.
- Hursan, G. and Zhdanov, M.S., 2002, "Contraction integral equation method in three- dimensional electromagnetic modeling", *Radio Science*, 37(6).
- Jakobsen, M., 2012, T-matrix approach to seismic forward

## ۱۱- پیوست

### پ-۱- حل مسئله وارون

پس از گسسته سازی معادلات انتگرالی با استفاده از تقریب های ارائه شده، رابطه بین داده های و پارامترهای مدل به صورت خطی نمایش داده می شود. بنابراین به منظور برآورد میزان رسانندگی لایه های زیر

داده‌ها را از یک فضای با بی‌نهایت بعد به یک فضای با بعد محدود تصویر می‌کند. بنابراین یک کرنل غیر جزئی خواهد داشت. در یک مسئله وارون‌سازی خطی، یعنی مسئله‌ای که داده‌ها با پارامترهای مدل رابطه‌ای خطی دارند؛ رابطه زیر حاکم است:

$$d = Gm + e \quad (\text{پ-۳})$$

که جواب این مسئله به روش کمترین مربعات به شکل زیر حاصل می‌شود (Aster et al, 2018).

$$m_{LS} = (G^T G)^{-1} G^T d \quad (\text{پ-۴})$$

به خوبی مشخص است که در صورت ناپایدار بودن مسئله (یعنی ماتریس  $G$  بد وضع باشد)، یک تا چند مولفه از مقادیر ویژه ماتریس  $G^T G$  نزدیک به صفرند؛ که باعث عدم قطعیت بالا در تخمین پارامترهای مدل خواهد شد.

راه‌های دیگری بر اساس روش کمترین مربعات برای بدست آوردن یک تخمین بهتری از  $m$  پیشنهاد شده است که عبارتند از: تنظیم کردن (Tikhonov and Arsenin, 1997)، تخمین‌های محدود شده (Backus, 1988)، تجزیه مقدار تکین قطع شده TSVD یا مولفه‌های اصلی (Lawless and Wang, 1976). که در این مقاله از تنظیم تیخنوف برای تعدیل مقادیر منفرد نزدیک به صفر که عامل ناپایداری مسئله است؛ استفاده شده است. بنابراین در رابطه (پ-۴) علاوه به کمینه سازی، اختلاف بین داده‌های مشاهده‌ای و پاسخ پیشرو مدل مورد نظر، میزان طول پارامترهای مدل نیز کمینه می‌شود؛ که علاوه به پایداری مسئله، جواب مسئله نیز تا حدودی یکتا گردد.

می‌شود. از طرف دیگر، نتیجه یک آزمایش همیشه تعداد محدودی مشاهده  $d$  دارد. پیش‌بینی داده شامل تصویر نمودن عناصری از فضای مدل به فضای داده است. به علاوه، داده‌ها همیشه در معرض نوفه‌های تصادفی  $e$  و منظم  $S(m)$  می‌باشند. بنابراین رابطه اولیه مسئله وارون به صورت رابطه (پ-۱) نوشته می‌شود:

$$d = g(m_{true}) + e + S(m) \quad (\text{پ-۱})$$

که  $g$  عملگر مستقیم و  $m_{true}$  مدل واقعی می‌باشد. از بین خیل منشاهای خطا در داده‌ها، خطاهای منظم شامل اثر گسسته کردن عملگر مستقیم، آن دسته از قوانین فیزیکی هستند؛ که در مدل‌سازی وارد نشده‌اند. طبق تعریف، خطاهای تصادفی تغییرات ایجاد شده در داده‌ها هستند، که مجدداً قابل تولید نباشند (Backus, 1988).

در عمل مدل‌ها توسط گسسته شدن به یک برداری از پارامترها با بعد محدود تعریف می‌شوند. هر چقدر تعداد پارامترها کمتر انتخاب شوند، منجر به تولید وقایع غیر واقعی شده و پیش بینی داده‌ها مشکل‌تر می‌شود و هر چه تعداد پارامترها بیشتر انتخاب شود، خطای ناشی از گسسته نمودن کوچکتر خواهد شد. اگر عملگر مستقیم خطی باشد، برای رابطه قبل می‌توان نوشت:

$$d = Gm_{true} + e + S(m) \quad (\text{پ-۲})$$

که  $d \in R^n$  و  $G \in R^{n \times m}$  نسخه گسسته عملگر مستقیم هستند،  $m_{true} \in R^m$  نسخه گسسته از مدل واقعی است.  $G$  عملگری است که