



مدل سازی پیکربندی چند نمونه توده زیر سطحی با استفاده از وارون سازی داده های گرانی به روش تئوری گراف

سوسن سودمند نیری^{۱*}، وحید ابراهیمزاده اردستانی^۲، سعید وطن خواه^۳ و مصطفی قارلقی^۱

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

۲- استاد، گروه فیزیک زمین، مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران

۳- استادیار، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۶/۰۲؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۱/۲۲

* نویسنده مسئول مکاتبات: susan.soodmand@ut.ac.ir

چکیده

در این مقاله الگوریتم وارون سازی داده های گرانی با استفاده از تئوری گراف بر روی چند نمونه داده واقعی مورد استفاده قرار گرفته است. داده های گرانی استفاده شده، مربوط به یک کانی سازی کرومیت در کوبا، یک کانی سازی منگنز در هند و یک توده مافیک در اسلوواکی هستند. هدف آن است تا بتوان پیکربندی این توده های زیر سطحی را با استفاده از این روش وارون سازی بدست آورد و با نتایج حاصل از دیگر روش های موجود مقایسه کرد. در وارون سازی به روش تئوری گراف، توده همگن زیر سطحی با استفاده از مجموعه ای از جرم های نقطه ای مشابه مدل سازی می شود. پارامترهای مورد جستجو در این نوع وارون سازی، مختصات جرم های نقطه ای و جرم کل نقاط می باشند. بنابراین این الگوریتم تفاوت اساسی با دیگر الگوریتم های وارون سازی موجود دارد. برای اجرای الگوریتم، مجموعه جرم های نقطه ای با یک گراف کامل انطباق داده می شود. با کاربرد الگوریتم کروسکال، درخت فراگیر کمینه برای گراف محاسبه شده و سپس یک تابع پایدارکننده با عنوان تابع هم فاصله بدست می آید. این تابع علاوه بر پایداری مساله وارون، فواصل میان جرم های نقطه ای در مدل حاصل را نیز تنظیم می کند. بنابراین پیکربندی مناسبی از توده زیر سطحی تولید خواهد شد. نتایج وارون سازی بر روی این سه توده متنوع اطلاعات ارزشی در مورد گسترش آنها در راستای افق و نیز عمق ارائه می دهد. همچنین نتایج مطالعات پیشین بر روی این توده ها به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته و خوانندگان این امکان را دارند که این روش وارون سازی را با روش های دیگر مقایسه نمایند. کدهای مورد استفاده در این تحقیق نیز توسط نویسندگان توسعه داده شده اند و در دسترس عموم است.

واژگان کلیدی

توده معدنی
وارون سازی
گراف
گرانی سنجی
کرومیت
منگنز

۱- مقدمه

تابع هدف در این مساله از نوع غیرخطی است و بنابراین کمینه کردن آن در مقایسه با روش های خطی دشوارتر و پیچیده تر است. در این مقاله الگوریتم ژنتیک برای کمینه سازی تابع هدف کلی مورد استفاده قرار گرفته است. الگوریتم ژنتیک در دسته روش های بهینه سازی سراسری قرار دارد؛ که بر مبنای جستجوی تصادفی عمل می کند. بنابراین احتمال به دام افتادن مساله در کمینه محلی به حداقل می رسد.

در ادامه و در بخش ۲، تئوری روش وارون سازی به طور مختصر توضیح داده می شود. توضیحات کامل این الگوریتم در مقالات (Bijani et al., 2015 و Vatankhah et al., 2019) بیان شده است. همچنین مراحل انجام وارون سازی گرانی با استفاده از تئوری گراف و الگوریتم ژنتیک، در جدول ۱ مقاله سودمند نیری و همکاران، (۱۳۹۸) ارائه شده است. به علت آن که پیشتر صحت کدهای مورد استفاده در مقاله مذکور توسط (Vatankhah et al., 2019)، با کاربرد بر روی مدل های مختلف مصنوعی مورد تایید قرار گرفته؛ بنابراین در تحقیق حاضر هدف، صرفاً بررسی کاربرد روش مذکور بر روی سه نمونه داده های واقعی است.

۲- تئوری روش مورد بررسی

مجموعه ای از جرم های نقطه ای^۱ مشابه را که در سطح زیرین توزیع شده اند، در نظر بگیرید. با معلوم بودن مختصات این نقاط، می توان اثر گرانی مجموع آنها را بر روی سطح زمین محاسبه کرد و با داده گرانی مشاهده ای مقایسه نمود. بنابراین الگوریتم وارون در این روش به دنبال یافتن مکان مناسبی برای این جرم های نقطه ای است؛ به طوری که داده های حاصل از این نقاط، انطباق خوبی با داده های مشاهده ای داشته باشد. علاوه بر آن، این نقاط باید در فواصل تقریباً یکسانی از هم قرار گیرند. در این صورت است که مکان های قرارگیری این جرم های نقطه ای می تواند پیکربندی توده زیرسطحی را نمایان سازد. تابع هدف مورد استفاده در این مساله به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Gamma(q) = \Phi(q) + \lambda \Theta(p) = \left\| W_d (g_{obs} - g_z(q)) \right\|_2^2 + \lambda \sum_{i=1}^{M-1} [d_i^{MST}(p) - \bar{d}^{MST}(p)]^2 \quad (1)$$

عبارت اول در این معادله، $\Phi(q)$ ، تابع عدم انطباق داده وزن دار^۲ نام دارد. این عبارت کیفیت برازش داده حاصل از مدل بدست آمده، $g_z(q)$ ، با داده مشاهده ای، g_{obs} ، را ارزیابی می کند. بردار q حاوی پارامترهای مدل، مختصات نقاط و جرم کل، می باشد. در این رابطه W_d ماتریس وزن دهی داده هاست؛ که با فرض مستقل بودن نوفه در داده ها به صورت ماتریس قطری شامل وارون انحراف معیار نوفه می باشد.

به دلیل مساله عدم یکتایی جواب در وارون سازی داده های ژئوفیزیکی و نیز حساسیت جواب به نوفه موجود در داده ها، صرفاً کمینه کردن تابع عدم انطباق داده ها به حصول جواب مناسب منتهی نخواهد شد. لذا در این شیوه وارون سازی عبارت $\Theta(p)$ تحت عنوان تابع هم فاصله^۳ وارد مساله

روش اکتشافی گرانی سنجی یکی از قدیمی ترین روش های ژئوفیزیکی است که در آن تغییرات میدان گرانی زمین بر اثر تغییرات چگالی توده های زیرسطحی مورد اندازه گیری قرار می گیرد. این روش به صورت گسترده در اکتشاف مواد هیدروکربنی، بررسی عمق پی سنگ، اکتشاف کانسارهای معدنی و کاربردهای مهندسی مورد استفاده بوده است (Reynolds, 1997; Kearey et al., 2002, Jacoby et al., 2009; Hinze et al., 2013). در این میان اکتشاف کانسارهای معدنی و توده های دارای ارزش اقتصادی به دلیل اهمیت آنها در توسعه جوامع انسانی جایگاهی ویژه دارد. پس از برداشت و پردازش داده ها، هدف آن است که با استفاده از بی هنجاری گرانی بدست آمده، مدلی از زیر سطح زمین در ناحیه برداشت داده ها تهیه گردد. چنین مدلی باید تا حد امکان نمایانگر واقعیت موجود در زیر سطح زمین باشد. در این مرحله، وارون سازی داده ها به عنوان ابزاری کارا در تخمین پارامترهای فیزیکی و هندسی چشمه تولیدکننده بی هنجاری مورد استفاده قرار می گیرد. الگوریتم های وارون سازی در اکتشاف مواد معدنی بیشتر براساس تقسیم بندی سطح زیرین به مجموعه ای از مکعب ها با هندسه ثابت توسعه داده شده اند (Li and Oldenburg, 1996; Boulanger and Choteau, 2001). با فرض ثابت بودن هندسه مکعب ها، پارامتر مورد جستجو در این حالت تباین چگالی هر یک از مکعب ها می باشد. هنگامی که این تباین چگالی ها محاسبه شد، ترسیم مجموعه آنها در کنار یکدیگر در حقیقت نمایی از سطح زیرین ارائه می دهد. در چنین الگوریتم هایی رابطه بین پارامترهای مدل (تباین چگالی مکعب ها) و داده ها خطی است. بنابراین عموماً این نوع الگوریتم های وارون سازی در رده مسائل خطی دسته بندی شده اند. در کنار این نوع الگوریتم های کلی برای اکتشافات معدنی، روش هایی که دارای کاربردهای خاص و محدود می باشند؛ نیز توسعه داده شده اند. هر چند این روش ها برای تمامی حالت ها (انواع داده ها) قابل استفاده نیستند؛ اما در محدوده تعریف شده خود دارای کارایی و دقت قابل قبولی در مدل سازی ناحیه مورد بررسی می باشند. روش وارون سازی بر اساس تئوری گراف در این دسته اخیر قرار می گیرد. این روش که توسط (Bijani et al., 2015) توسعه داده شده، با آن که بر روی تک توده های همگن کاربرد دارد؛ اما توانایی خوبی در نمایان ساختن پیکره توده زیر سطحی از خود نشان داده است. در این شیوه توده زیر سطحی با استفاده از مجموعه ای از جرم های نقطه ای مشابه مدل می شود. این جرم ها به عنوان رئوس یک گراف کامل وزن دار در نظر گرفته می شوند. انطباق جرم های نقطه ای با گراف این امکان را فراهم می آورد تا بتوان تابع پایدارکننده جدیدی به نام تابع هم فاصله برای این نوع وارون سازی تعریف کرد. بنابراین تابع هدف در این مساله از ترکیب تابع عدم انطباق داده و تابع هم فاصله تشکیل شده است. پارامترهای مدل مورد جستجو نیز مختصات جرم های نقطه ای و جرم کل نقاط است. نکته مهم آن است که

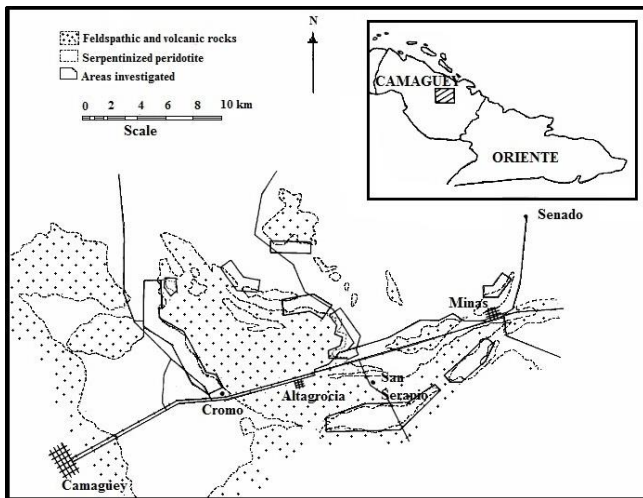
3 equidistance function

1 mass points
2 weighted data misfit

مجموعه داده واقعی شامل کانی‌سازی کرومیت در کوبا، مگنیز در هند و یک توده نفوذی مافیک در اسلوواکی اجرا شده و نتایج حاصل ارائه می‌شوند.

۳-۱- کانی‌سازی کرومیت

کانی‌سازی کرومیت مورد بررسی در منطقه کاماگویی^۱ کشور کوبا واقع شده است. در این منطقه کانی‌سازی کرومیت در سنگ‌های پریدوتیت و دونیت سرپانتینی شده که در مجاورت سنگ‌های فلدسپاتیک و یا سنگ‌هایی با منشأ آتشفشانی قرار دارند، یافت می‌شود (شکل ۱).



شکل ۱: نقشه‌ی زمین‌شناسی مربوط به منطقه کاماگویی در کوبا (Devis et al., 1957)

سنگ‌های سرپانتینی شده حاوی سنگ‌های فلدسپاتیک، غالباً گابرو، تروکتولیت و آنورتوسیت همراه با کرومیت می‌باشند. بسیاری از توده‌های فلدسپاتیک برونزدگی قابل تشخیص و برجسته‌ای در سطح زمین بر جای نمی‌گذارند؛ اما می‌توان توسط رخنمون‌های جزئی و یا حتی پوشش گیاهی منطقه آنها را شناسایی کرد. برای مثال، پریدوتیت و دونیت غالباً توسط یک لایه نازک خاک لاتریتی پوشیده می‌شود. کرومیت به صورت کانسارهای مختلفی ظاهر می‌شود؛ گاه ممکن است به صورت سنگ معدنی عظیم دانه درشت، شامل مقادیر جزئی سیلیکات ناخالص باشد و یا می‌تواند به صورت دانه‌های ریز موجود در سنگ میزبان پریدوتیت تشکیل شود (Devis et al., 1957).

داده‌های گرانی مربوط به این کانی‌سازی توسط سازمان زمین‌شناسی آمریکا اندازه‌گیری شده است (Devis et al., 1957). نقشه بی‌هنجاری گرانی باقیمانده این منطقه در شبکه‌ی منظم شامل $1116 = 36 \times 31$ داده در راستای شرق و شمال با فواصل ۴ متر رقوم‌سازی شده است (شکل ۲).

می‌شود (Bijani et al., 2015). این تابع به دلیل جلوگیری از پراکندگی جرم‌های نقطه‌ای، و نظم‌دهی به آنها برای داشتن فواصل مساوی، با بکارگیری تئوری گراف تشکیل می‌شود. جرم‌های نقطه‌ای رؤس یک گراف کامل را تشکیل می‌دهند؛ که فاصله بین این رؤس (d) به عنوان وزن گراف در نظر گرفته می‌شود. درخت فراگیر کمینه (MST) برای گراف مورد نظر با استفاده از الگوریتم کروسکال بدست می‌آید. بردار $d^{MST}(p)$ شامل طول یال‌ها در این درخت است و $\bar{d}^{MST}(p)$ میانگین این بردار می‌باشد. کمینه کردن تابع هم‌فاصله سبب انتخاب مدل‌هایی می‌شود که در آنها طول یال‌ها دارای اندازه تقریباً یکسانی بوده، و بنابراین الگوریتم به سمت حصول پیکربندی صحیح از توده زیرسطحی سوق داده می‌شود. در رابطه (۱)، λ پارامتر منظم‌سازی، تعادل میان دو عبارت عدم انطباق داده و تابع هم‌فاصله را فراهم می‌کند. بنابراین نقش مهمی در فرایند وارون‌سازی دارد و برآورد موثری توسط (Vatankhah et al., 2019) بر اساس رفتار تابع هم‌فاصله توسعه داده شده است. در مقاله حاضر از این روش برای تخمین پارامتر λ استفاده شده است. شیوه کار بدین صورت است که تعدادی پارامتر در یک محدوده از کوچک تا بزرگ انتخاب می‌شود. الگوریتم به ازای هر پارامتر به طور مجزا اجرا شده و پاسخ بدست می‌آید. با مقایسه رفتار تابع پایدارکننده و تابع عدم‌انطباق داده برای هر یک از جواب‌ها، بهترین پارامتر تنظیم انتخاب می‌گردد. پارامتر تنظیم مناسب پارامتری است که در آن پاسخ گرانی مدل بدست آمده به داده گرانی مشاهده‌ای نزدیک بوده و همچنین روند تابع پایدارکننده هموار باشد. به دلیل غیرخطی بودن رابطه (۱)، کمینه کردن تابع $\Gamma(q)$ با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام می‌شود. الگوریتم ژنتیک یک الگوریتم بهینه‌سازی بر مبنای انتخاب طبیعی است؛ که به حصول کمینه سراسری منجر می‌شود. فرایند اجرای آن بر مبنای انتخاب، ادغام و جهش است. برای اجرای الگوریتم ابتدا مقدار پارامترهای الگوریتم و همچنین حدود جستجو به عنوان اطلاعات اولیه وارد الگوریتم می‌شوند؛ که در تمام مراحل الگوریتم ژنتیک مورد استفاده قرار می‌گیرند. این مقادیر اختیاری است؛ اما باید توجه داشت که با افزایش پارامترهایی مانند تعداد نقاط، جمعیت اولیه و نسل، الگوریتم به زمان طولانی‌تری برای کمینه کردن تابع هدف نیازمند است و همچنین تغییر قابل توجهی در نتیجه حاصل نخواهد شد. همچنین مقادیر زیاد در پارامترهای الگوریتم ژنتیک مانند درصد انتخاب، جهش و... باعث می‌شود که الگوریتم از مسیر اصلی خود منحرف شود و جمعیتی غیرمعمول تولید کند. توضیحات کاملی در مورد اجرای الگوریتم ژنتیک در وارون‌سازی به شیوه تئوری گراف، نحوه ادغام مدل اولیه و نیز قیود مورد نیاز برای وارون‌سازی در مقاله سودمند نیری و همکاران، (۱۳۹۸) بیان شده است.

۳- کاربرد الگوریتم بر روی سه مجموعه داده واقعی

در این بخش الگوریتم وارون‌سازی به روش تئوری گراف بر روی سه

1 Camaguey

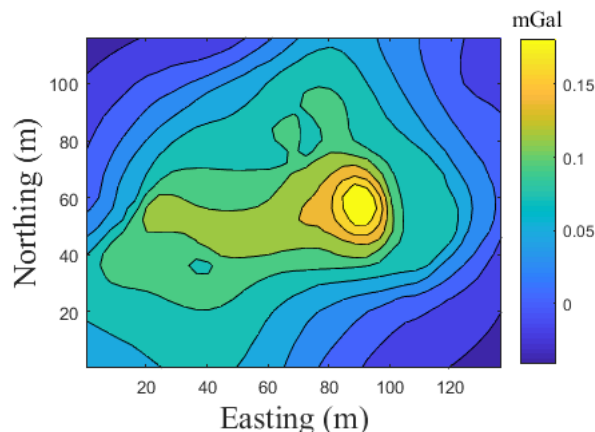
جدول ۱: حدود جستجو برای کانی سازی کرومیت. واحد مختصات و جرم به ترتیب متر و کیلوگرم است.

M	۲۰
K_{max}	۲۰۰
noq	۱۰۰
x_{min}	۰
x_{max}	۱۳۷
y_{min}	۰
y_{max}	۱۱۷
z_{min}	۵
z_{max}	۱۷۰
m_{tmin}	۱×۱۰^۷
m_{tmax}	۹×۱۰^۷

لازم به ذکر است که جرم بدست آمده، یک جرم تقریبی است و جرم دقیق این توده برای بررسی صحت آن در دسترس نیست. هر چند با توجه به این که این روش بر روی دو مدل مصنوعی دایک قائم و شیبدار در مقالات (Bijani et al., 2015)؛ (Vatankhah et al., 2019) و سودمند نیری و همکاران، (۱۳۹۸) بررسی شده، می توان انتظار داشت که جرم بدست آمده تقریب خوبی از جرم واقعی است. از آنجایی که روش تئوری گراف تنها برای توده های همگن کاربرد دارد، به دلیل ماهیت این منطقه و با توجه به زمین شناسی اطراف توده کرومیتی، این احتمال وجود دارد که مقداری خطا در پیکربندی بدست آمده وجود داشته باشد.

۲-۳- کانی سازی منگنز

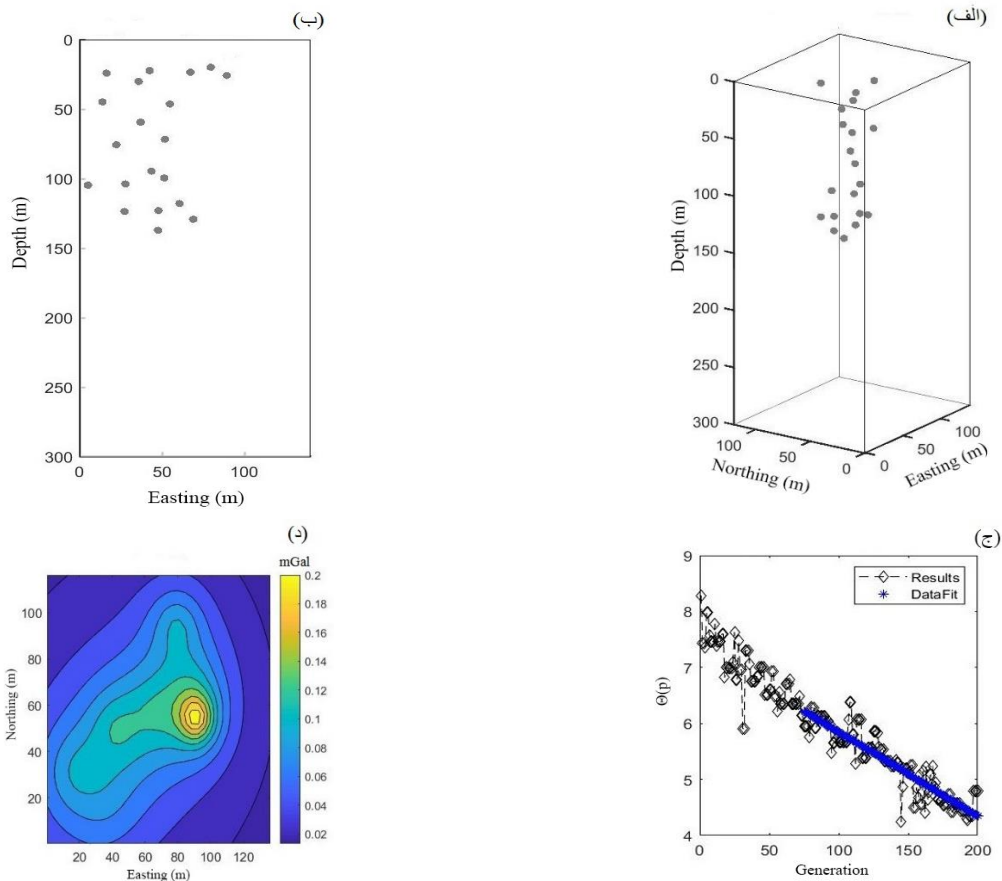
کانی سازی منگنز در شهر ناگپور^۱ در شمال شرقی استان ماهاراشتر^۲ در کشور هند واقع شده است. این کانسار شامل بوکسیت، پسیلوملان و پیرولولزیت است. ذخایر منگنز ممکن است در طیف وسیعی از شرایط و تشکیلات زمین شناسی از پرکامبرین تا سنوزوییک یافت شوند. با این وجود ۷۰ درصد ذخایر شناخته شده در تشکیلات زمین شناسی سنوزوییک وجود دارند و ۱۰ درصد نیز در سنگ های کامبرین یافت می شوند. وجود ذخایر مهم منگنز در سنگ های دوران مزوزوییک نادر است؛ به جز در مناطقی از جمله ماهاراشترای هندوستان، که یکی از بزرگترین و اقتصادی ترین ذخایر منگنز از نوع رسوبی است (Reddy et al., 1990).



شکل ۲: نقشه بی هنجاری گرانی باقیمانده توده معدنی کرومیت (Devis et al., 1957)

انحراف معیار نوفه برای هر داده برابر $\sigma_i = (0.05(g_{obs})_i + 0.006\|g_{obs}\|_2)$ در نظر گرفته می شود. پارامترهای ورودی مورد نیاز برای اجرای الگوریتم از جمله محدوده مجاز قرارگیری جرم های نقطه ای در دو راستای شرق و شمال را می توان با استفاده از نقشه بی هنجاری گرانی تخمین زد. به دلیل آن که اطلاعاتی در مورد گسترش توده در عمق در دسترس نیست، بنابراین محدوده جستجو مربوط به این راستا بازه ی بزرگی را شامل می شود؛ تا محدودیتی در اجرای الگوریتم بوجود نیاید. نتایج قبل، (Vatankhah et al., 2019)، نشان داده است که انتخاب بازه بزرگ برای گسترش عمقی توده و نیز جرم کل جرم های نقطه ای تاثیر خاصی بر نتایج پایانی نداشته و الگوریتم توانایی بازسازی مدل را حتی در یک بازه ی گسترده نیز خواهد داشت. مقادیر حدود جستجو، تعداد جرم های نقطه ای M ، جرم کل m_i ، جمعیت اولیه noq و تعداد نسل در جدول ۱ نشان داده شده است.

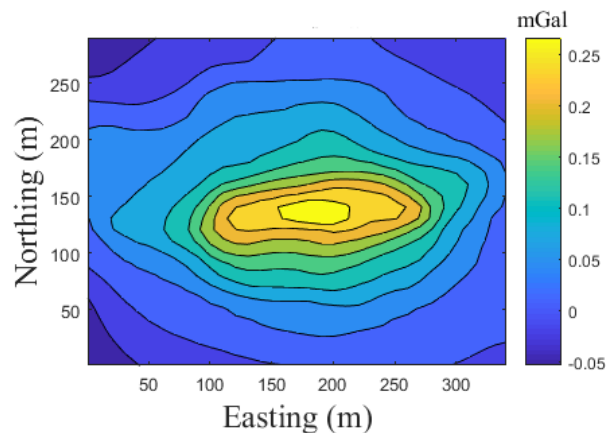
الگوریتم وارون سازی با استفاده از چند مقدار مختلف پارامتر منظم سازی اجرا شد. با توجه به شیوه ای که توسط (Vatankhah et al., 2019) ارائه شده، مقدار مناسب این پارامتر برای اجرای وارون سازی برابر ۰/۱۵ بدست آمد. نتایج حاصل از وارون سازی با این پارامتر تنظیم در شکل ۳ نشان داده شده است. این نتایج شامل مدل بدست آمده، داده های حاصل از مدل و نمودار تابع پایدارکننده در تکرارهای متوالی است. پیکره بازسازی شده دلالت بر آن دارد که توده از عمق ۱۷ متری سطح زمین شروع شده و تا عمق ۱۳۹ متری گسترش دارد. علاوه بر این، گسترش توده در راستای شرق حداکثر ۹۰ متر بدست آمده است. جرم کل توده نیز حدود $۱۸/۷ \times ۱۰^۷$ کیلوگرم تخمین زده شده است.



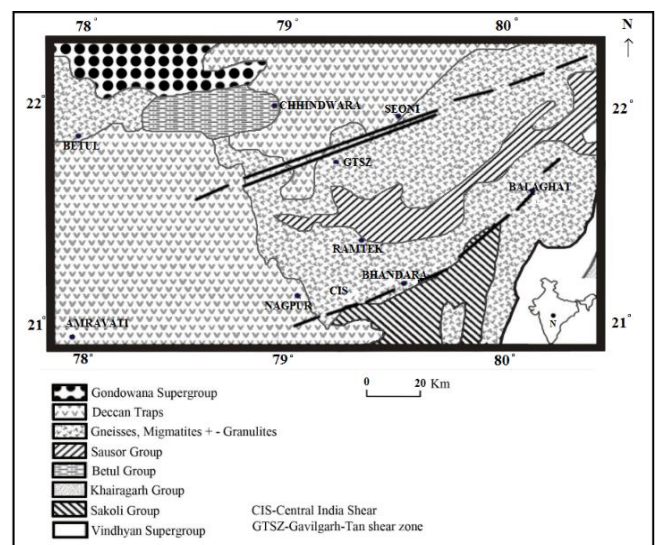
شکل ۳: نتایج وارون‌سازی برای داده‌های شکل ۲ با استفاده از الگوریتم وارون‌سازی بر اساس تئوری گراف الف) نمای سه‌بعدی از مدل ساخته شده؛ (ب) نمای از مقابل مدل؛ (ج) تابع پایدارکننده برای تکرارهای متوالی در الگوریتم ژنتیک؛ (د) داده‌های گرانی حاصل از مدل ساخته شده.

داده‌های گرانی این منطقه توسط سازمان زمین‌شناسی هند اندازه‌گیری شده است (Reddy et al., 1990). نقشه بی‌هنجاری گرانی باقیمانده این منطقه در شبکه‌ی منظم شامل $1116 = 36 \times 31$ داده با فواصل ۱۰ متر رقومی‌سازی شده است (شکل ۵).

نقشه زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه در شکل ۴ ارائه شده است. سنگ‌های میزبان در این منطقه شامل سنگ‌های دگرگونی پرکامبرین و شیست است (Jawed et al., 2014).



شکل ۵: نقشه بی‌هنجاری گرانی باقیمانده کانی‌سازی منگنز (Reddy et al., 1990)



شکل ۴: نقشه زمین‌شناسی منطقه ناگپور در هند (Jawed et al., 2014)

۳-۳- توده مافیک

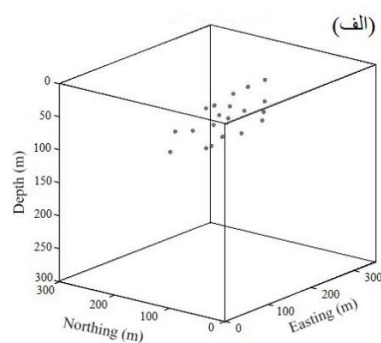
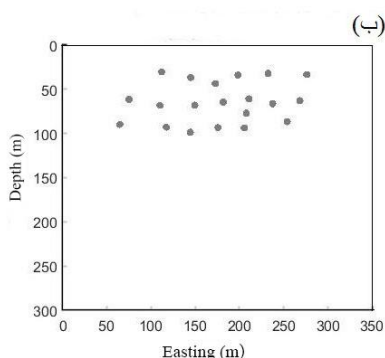
حوزه رودخانه دانوب دارای بی‌هنجاری‌های ویژه‌ای است. بی‌هنجاری کولاروو^۱ در جنوب شرق حوزه دانوب، بخش شمالی حوزه پانونیان^۲، نزدیک روستای کولاروو در جنوب اسلوواکی قرار دارد. این بی‌هنجاری یکی از بزرگ‌ترین و مشهورترین چشمه‌ی تولیدکننده داده گرانی با مقادیر بزرگ در این منطقه است که از سال ۱۹۶۰ مورد توجه ژئوفیزیک‌دانان و زمین‌شناسان قرار گرفته است. رسوبات مربوط به دوره نئوژن در مجاورت منطقه‌ی بی‌هنجاری کولاروو تا ضخامت ۳/۷-۲/۳ کیلومتر می‌رسد. پی‌سنگ موجود در این منطقه از سنگ‌های گرانیتی و شیست‌های کریستالی تشکیل شده است. مقدار اثر گرانی بالای این منطقه نشان می‌دهد؛ که چگالی توده بی‌هنجاری از ۲۹۰۰ تا ۳۰۵۰ کیلوگرم بر مترمکعب تغییر می‌کند؛ در حالی که چگالی پوسته بالایی ۲۷۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است. تاکنون عملیات حفاری در این منطقه انجام نشده؛ بنابراین ماهیت این توده همچنان نامعلوم است (Prutkin et al., 2014). نقشه تکتونیک این منطقه در شکل ۷ آمده است.

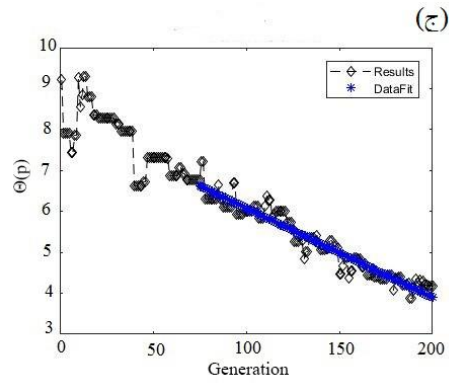
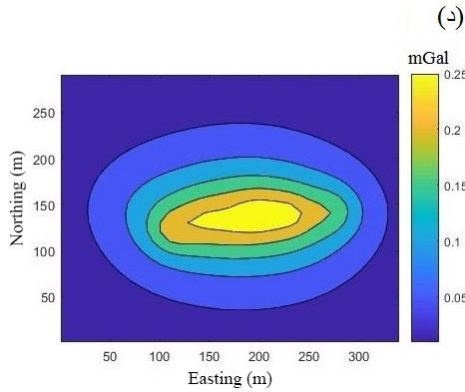
همان‌طور که در این شکل مشخص است، این بی‌هنجاری در امتداد گسل رابا^۳ که از اتریش شروع شده است، قرار دارد. با وجود این که ممکن است بخش جنوب غربی گسل رابا شامل بقایای پوسته اقیانوسی باشد، اما در ادامه آن، بی‌هنجاری‌های گسل هوربانوو^۴ به احتمال زیاد در اثر مواد نفوذی در قسمت ضعیف پوسته بوجود آمده‌اند. بی‌هنجاری کولاروو که در واقع مواد نفوذی از نوع لاکولیت است، دو گسل رابا و هوربانوو را به هم پیوند می‌دهد. نقشه بی‌هنجاری مربوط به توده‌ی مافیک کولاروو در شبکه‌ی منظم با فواصل ۱۰۰۰ متر رقومی‌سازی شده است. نقشه بی‌هنجاری گرانی باقیمانده در شکل ۸ نشان داده شده است.

انحراف معیار نوفه برای داده‌های این مساله به صورت $\sigma_i = (0.03(g_{obs})_i + 0.004 \|g_{obs}\|_2)$ رد نظر گرفته می‌شود. پارامترهای ورودی برای وارون‌سازی در جدول ۲ نشان داده شده است. با اجرای الگوریتم با چند مقدار مختلف پارامتر تنظیم، مناسب‌ترین پارامتر تنظیم ۰/۱۵ بدست آمد. نتایج وارون‌سازی با استفاده از این مقدار λ در شکل ۶ نشان داده شده است. این توده تقریباً از ۲۶ متری سطح زمین شروع می‌شود و تا عمق ۱۰۲ متر گسترش می‌یابد. جرم بدست آمده برای کانی‌سازی منگنز $10^8 \times 2/7$ کیلوگرم است. جرم واقعی این توده برای صحت‌سنجی در دسترس نیست.

جدول ۲: حدود جستجو برای کانی‌سازی منگنز. واحد مختصات و جرم به ترتیب متر و کیلوگرم است.

M	۲۰
K_{max}	۲۰۰
noq	۱۰۰
x_{min}	۱۰
x_{max}	۳۴۵
y_{min}	۱۰
y_{max}	۲۹۵
z_{min}	۱۰
z_{max}	۱۸۰
m_{tmin}	1×10^8
m_{tmax}	9×10^8





شکل ۶: نتایج وارون‌سازی برای داده‌های شکل ۵ با استفاده از الگوریتم وارون‌سازی بر اساس تئوری گراف؛ الف) نمای سه‌بعدی از مدل ساخته شده؛ ب) نمای از مقابل مدل؛ ج) تابع پایدارکننده برای تکرارهای متوالی در الگوریتم ژنتیک؛ د) داده‌های گرانی حاصل از مدل.

در نظر گرفته می‌شود. حدود جستجو برای این توده در جدول ۳ آمده است.

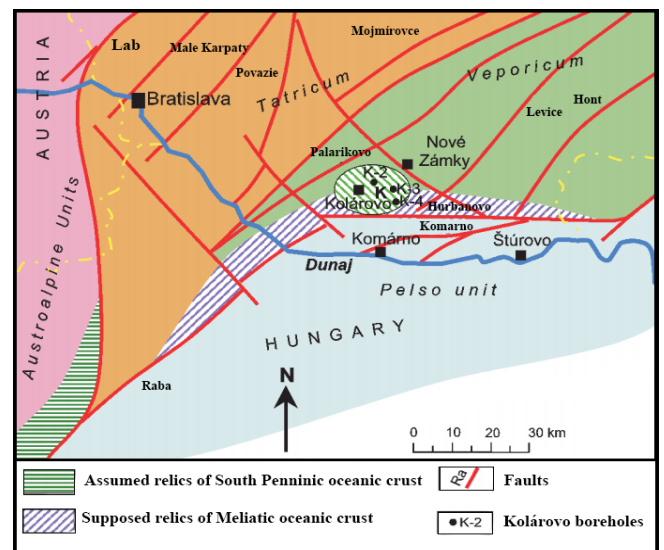
جدول ۳: حدود جستجو برای توده مافیک، واحد مختصات و جرم به ترتیب متر و کیلوگرم است

M	۲۰
K_{max}	۲۰۰
noq	۱۰۰
x_{min}	5×10^3
x_{max}	3.7×10^4
y_{min}	2×10^3
y_{max}	3.25×10^4
z_{min}	3×10^3
z_{max}	28×10^3
m_{tmin}	10×10^{12}
m_{tmax}	90×10^{13}

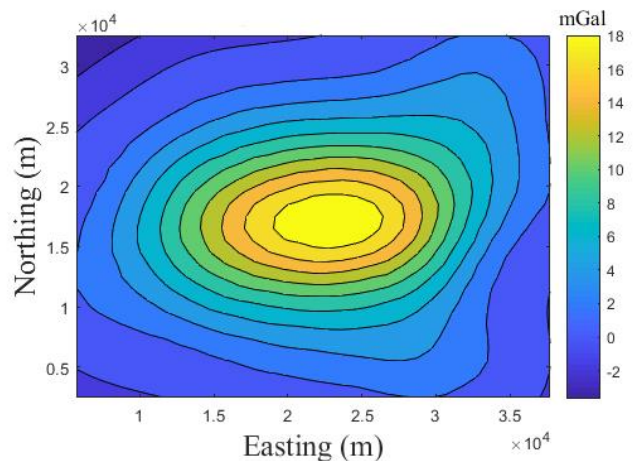
مقدار مناسب پارامتر تنظیم $310^5 \times$ انتخاب می‌شود. شکل ۹ نتایج وارون‌سازی را نشان می‌دهد. این توده مافیک تقریباً از ۳۵۰۰ متری سطح زمین شروع شده و تا عمق ۲۲۷۰۰ متری گسترش می‌یابد. جرم بدست آمده برای این توده به طور تقریبی $3/06 \times 10^{14}$ کیلوگرم است. با توجه به مقادیر بالای گرانی که شکل ۸ بزرگی آن را تا حدود ۲۰ میلی‌گال نشان می‌دهد و همچنین ابعاد این توده که بازه‌ی گسترده‌ای را شامل می‌شود؛ مقدار بدست آمده برای جرم این توده مافیک منطقی به نظر می‌رسد.

۴- نتایج مطالعات دیگر بر روی این سه توده

روش الگوریتم تفاضل تکاملی توسط Ekinci et al. (2016) برای تخمین پارامترهای مدل از جمله فاکتور شکل، دامنه ضرایب و عمق مورد استفاده



شکل ۷: نقشه تکتونیک منطقه کولاروو (Prutkin et al., 2014)



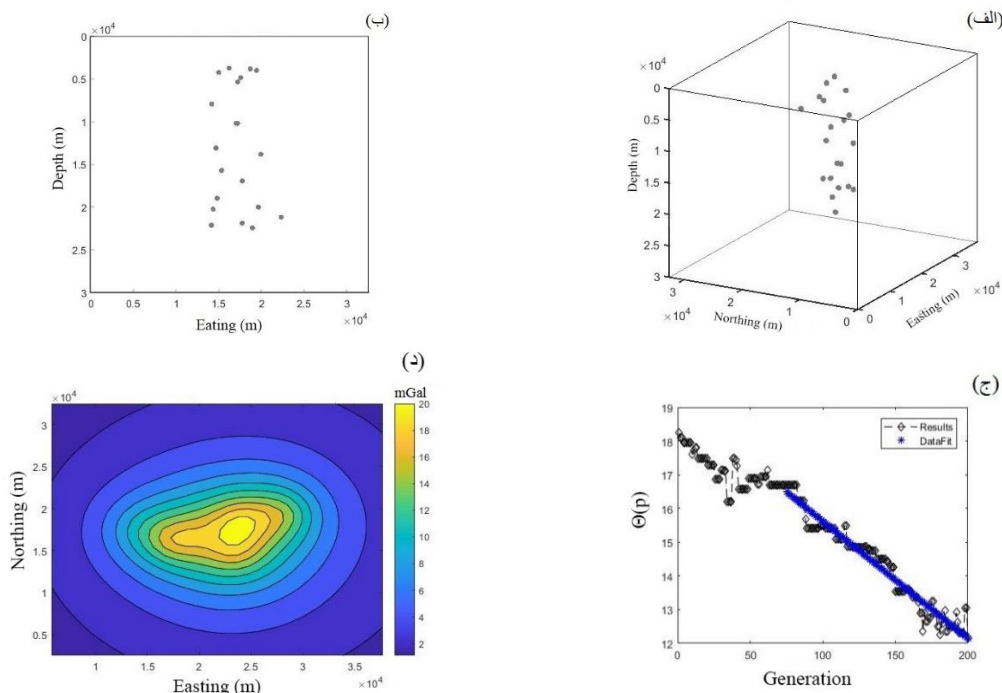
شکل ۸: نقشه بی‌هنجاری گرانی باقیمانده توده مافیک (Prutkin et al., 2011)

$$\sigma_i = (0.03(g_{obs})_i + 0.004 \|g_{obs}\|_2)$$

سودمندیری و غلامی، مدل سازی پیکربندی چند نمونه توده زیرسطحی با استفاده از وارون سازی داده های گرانی به روش تئوری گراف، صفحات ۲۳۵-۲۴۸.

تقریبی توده زیرسطحی را تعیین کرد. دامنه ضرایب (A) نیز پارامتری وابسته به چگالی و شعاع است. رابطه (۲) را در نظر بگیرید:

قرار گرفته است. اشکال هندسی مانند کره، استوانه قائم و افقی فاکتور شکل (q, η) مختص به خود را دارند. با تخمین این مقادیر می توان شکل



شکل ۹: نتایج وارون سازی برای توده مافیک با استفاده از الگوریتم تئوری گراف؛ الف) نمای سه بعدی از مدل ساخته شده؛ ب) نمای از مقابل مدل؛ ج) تابع پایدارکننده برای تکرارهای متوالی در الگوریتم ژنتیک؛ د) داده های گرانی حاصل از مدل ساخته شده.

گرفته می شود. در روش دوم مقادیر فاکتور شکل مجهول در نظر گرفته شده و الگوریتم تفاضل تکاملی به دنبال مقادیر پارامترهای مورد جستجو بوده است. نتایج بدست آمده نشان می دهد که کمترین مقدار خطای وارون سازی در روش اول 4.31×10^{-4} بوده، که مربوط به شکل کره است. مقادیر فاکتور شکل و همچنین خطای وارون سازی با استفاده از شیوه الگوریتم تفاضل تکاملی برای کانی سازی کرومیت محاسبه شده است. مقدار خطای بدست آمده 4.31×10^{-4} بود، که دقیقاً منطبق بر نتیجه حاصل برای شکل کره در روش اول است. مقدار فاکتور شکل نیز بر آن دلالت دارد که هندسه این توده به شکل کره می باشد. عمق توده از سطح زمین تا مرکز آن $23/2$ متر تعیین شده است. نتایج بدست آمده با استفاده از تئوری گراف نشان داد که شکل کانی سازی کرومیت با کره مغایرت دارد. پیکربندی بدست آمده در راستای عمق گسترده شده است. در مورد توده ی منگنز، مقدار فاکتور شکل بدست آمده، این توده را به شکل استوانه قائم نیمه بی نهایت مدل می کند. همچنین عمق توده $36/1$ متر بدست آمده است. پیکربندی بدست آمده با استفاده از جرم های نقطه ای نشان می دهد که کانی سازی منگنز به طور قابل ملاحظه ای در راستای شرق گسترده شده است. بنابراین با مدل حاصل از الگوریتم تفاضل تکاملی تفاوت دارد.

ترکیب فاکتور شکل و شاخص ساختاری توسط Roy, (2001) برای تعیین ویژگی های هندسی چشمه زیرسطحی تولید کننده میدان پتانسیل مورد استفاده قرار گرفته است. شاخص ساختاری نمایانگر درجه همگنی

$$g(x, x_0, z_0, \eta, q, A) = A \frac{z_0^\eta}{((x - x_0)^2 + z_0^2)^q} \quad (2)$$

در این رابطه z_0 عمق چشمه ی زیرسطحی، x فاصله ی افقی در طول نقاط برداشت و x_0 مکان توده است. الگوریتم تفاضل تکاملی به دنبال یافتن مناسب ترین پارامتر است به طوری که داده های محاسبه شده با استفاده از رابطه (۲) انطباق خوبی با داده های مشاهده ای داشته باشد. این الگوریتم در دسته ی الگوریتم های فراابتکاری قرار می گیرد و فرآیند اجرای آن بسیار شبیه به الگوریتم ژنتیک است. مهم ترین تفاوت الگوریتم تفاضل تکاملی با الگوریتم ژنتیک در ترتیب مراحل اجرای آن است. در این شیوه جمعیت ابتدا وارد مرحله ی جهش می شود. سپس در آنها ادغام صورت می گیرد و در نهایت وارد مرحله انتخاب می شود. احتمال انتخاب افراد در الگوریتم تفاضل تکاملی برخلاف الگوریتم ژنتیک یکسان است. در الگوریتم ژنتیک مرحله ادغام نقش تعیین کننده ای در روند اجرا دارد؛ اما در الگوریتم تفاضل تکاملی این نقش، بر عهده ی مرحله جهش است.

این روش توسط Ekinici et al., (2016) برای تخمین عمق و فاکتور شکل دو توده ی منگنز و کرومیت مورد استفاده قرار گرفته است. پارامترهای مذکور برای صحت سنجی به دو روش محاسبه شده اند. در روش اول، رابطه (۲) برای مقادیر فاکتور شکل معلوم مربوط به هر سه شکل هندسی به طور مجزا محاسبه شده است. از بین نتایج حاصل، مدلی که کمترین خطای وارون سازی (rms) را داشته باشد، به عنوان شکل هندسی توده در نظر

$$g(x) = \frac{Az^m}{(x^2 + z^2)^q} \quad (3)$$

که در آن q فاکتور شکل، m پارامتر ثابتی با مقدار صفر یا یک، z عمق و x مختصات نقطه اندازه‌گیری است. با حل شکل بهنجار شده‌ی این معادله، عمق را می‌توان از رابطه (۴) محاسبه کرد:

$$z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (1 - (g_n(x_i))^{1/q})(g_n(x_i))^{1/q} x_i^2}{\sum_{i=1}^N (1 - (g_n(x_i))^{1/q})^2}} \quad (4)$$

که در آن N تعداد نقاط برداشت و $g_n(x)$ اثرگرانی بهنجار شده و i نقطه‌ی برداشت است. رابطه (۴) به ازای تعداد نقاط مختلف برداشت که در بالای موقعیت افقی توده متمرکز شده‌اند، به طور مجزا محاسبه می‌شود. در این شیوه عمق توده در N ‌های مورد نظر تخمین زده می‌شود و سپس میانگین این مقادیر به عنوان عمق نهایی توده لحاظ می‌شود. Salem et al., (2003) توده‌ی کرومیت را به شکل کره فرض کرد. مقدار فاکتور شکل مربوط به آن را در رابطه (۴) قرار داده و عمق را برای چند مقدار N محاسبه کرد. نتایج حاصل نیز در جدول ۴ آمده است. میانگین مقادیر بدست آمده، برابر با ۲۳/۸۰ متر، به عنوان عمق نهایی توده در نظر گرفته شد.

جدول ۴: نتایج بدست آمده توسط Salem et al., (2003) برای تخمین عمق توده کرومیت در نقاط برداشت مختلف.

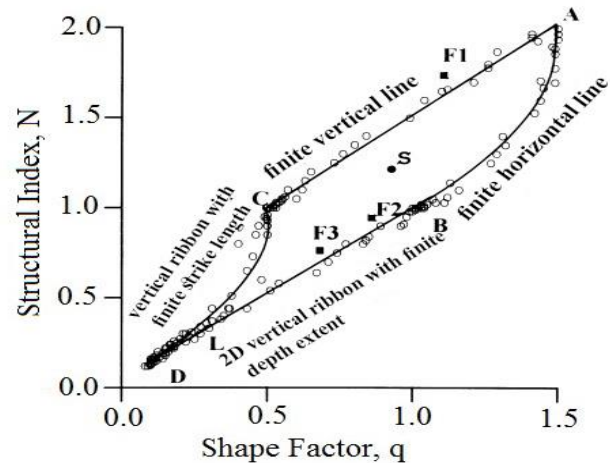
عمق توده (متر)	N
۲۳/۰۲	۵
۲۳/۷۵	۷
۲۳/۲۹	۹
۲۳/۴۸	۱۱
۲۳/۸۴	۱۳
۲۴/۳۲	۱۵
۲۴/۹۰	۱۷
۲۳/۸۰	میانگین عمق

تخمین فاکتور شکل، دامنه ضرایب و عمق در مقاله (Essa 2014) به شیوه دیگری معرفی گردید. وی در ابتدا با استفاده از رابطه (۳)، تابع هدفی غیرخطی وابسته به q معرفی کرد، که با کمینه کردن آن مقدار مناسب برای فاکتور شکل (q) محاسبه می‌گردد. سپس با استفاده از رابطه‌ی ساده، دامنه ضرایب و عمق را محاسبه نمود. وی این روش را در چند نقطه‌ی مختلف بر روی پروفیل به کار برد و جهت مقایسه بهترین مقدار از رابطه (۵) استفاده کرد:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k [g(x_i) - g_c(x_i)]^2}{k}} \quad (5)$$

در این رابطه $g(x_i)$ داده‌های مشاهده‌ای، $g_c(x_i)$ داده‌های محاسبه‌ای، x_i مختصات نقاط برداشت و k تعداد کل اندازه‌گیری‌هاست. مقادیر فاکتور شکل، دامنه‌ی ضرایب، عمق و μ در چند نقطه (N) روی پروفیل محاسبه می‌شود. از بین این پارامترها، آن دسته از مقادیری از N

است و همانند فاکتور شکل عمل می‌کند، مقدار آن می‌تواند تعیین کننده نوع هندسه توده زیرسطحی باشد. Roy, (2001) رابطه مربوط به اثر گرانی اشکال ساده را بهنجار کرده و با واوون سازی آن، مقدار فاکتور شکل و عمق را برای یک پروفیل تعیین شده در نقشه بی‌هنجاری گرانی بدست آورد. همچنین مقدار شاخص ساختاری و عمق توده را از واوون سازی معادله مربوط به واهمامیخت اوپلر تخمین زد و رابطه بین فاکتور شکل و شاخص ساختاری را با استفاده از یک حلقه به هم مرتبط ساخت (شکل ۱۰). پس از واوون سازی و محاسبه این دو پارامتر، و بررسی آنها در شکل ۱۰، هندسه‌ی توده تخمین زده می‌شود.



شکل ۱۰: حلقه‌ی تعیین هندسه توده با مقادیر شاخص ساختاری و فاکتور شکل (Roy, 2001)

مطالعات Roy, (2001) برای توده‌ی کرومیت، فاکتور شکل و شاخص ساختاری را به ترتیب مقادیر ۱/۱ و ۱/۷۵ برآورد کرده است. در شکل ۱۰ نقطه $F1$ موقعیت این مقادیر را نشان می‌دهد. بنابراین شکل این توده بصورت خط قائم محدود فرض شده است. با استفاده از واوون سازی معادله مربوط به واهمامیخت اوپلر و مقدار محاسبه شده برای شاخص ساختاری، عمق بدست آمده برای این نقشه بی‌هنجاری ۲۰ متر می‌باشد که این مقدار با واوون سازی معادله اثرگرانی و محاسبه فاکتور شکل روی پروفیل تعیین شده ۱۹/۴ متر تخمین زده شده است. شکل تخمین زده شده برای این توده، شبیه به پیکربندی حاصل از واوون سازی به روش تئوری گراف بوده و همچنین مقدار عمق نیز بسیار نزدیک به مقدار بدست آمده با این شیوه است. برای توده‌ی منگنز فاکتور شکل ۰/۸۶ و شاخص ساختاری ۰/۹۵ محاسبه شده است که دلالت بر نقطه‌ی $F2$ در حلقه دارد. بنابراین شکل توده‌ی منگنز بصورت نوار دوبعدی قائم با گستردگی محدود در عمق در نظر گرفته شده است. عمق بالا و پایین این نوار برابر با ۳۷/۵ متر و ۶۰ متر تخمین زده شده است. عمق بدست آمده برای توده منگنز و همچنین مقدار گستردگی آن، در مقایسه با مقادیری که از واوون سازی با استفاده از تئوری گراف بدست آمده، متفاوت است. Salem et al., (2003) برای تخمین عمق توده از معادله آتی استفاده می‌شود:

حال آن که در روش Al-Gharni, (2013) بازه بسیار کوچک فرض شده است. با کاربرد این روش بر روی داده های گرانی توده ی کرومیت، عمق این توده از مرکز ۲۱/۱۴ متر تخمین زده شده است.

در مقاله Asfahani et al., (2008) پارامترهای عمق و دامنه ضرائب بر پایه واهمامیخت ورنر محاسبه شده اند. شیوه کار به این صورت است که معادله ی مربوط به اثر گرانی اشکال ساده همچون کره، استوانه های افقی و قائم با استفاده از روش سیگنال تحلیلی واهمامیخت ورنر توسعه داده می شود. با حل جبری یک سری از معادلات خطی، معادلات جداگانه ای برای عمق و دامنه ی ضرائب هر یک از این اشکال هندسی بدست می آید. ایشان این روش را بر روی داده های کانی سازی کرومیت استفاده کردند. برای وارون سازی، شکل کانی سازی کرومیت مجهول در نظر گرفته شده و پارامترهای ضریب دامنه و عمق برای فاکتور شکل های مربوط به کره، استوانه قائم و استوانه افقی به طور مجزا، محاسبه گردید. سپس به منظور مقایسه نتایج و انتخاب بهترین پارامتر، خطای استاندارد μ برای هر یک تخمین زده شد. در نهایت شکل هندسی که در آن مقدار μ کمتر از سایر اشکال بود، به عنوان مدل توده در نظر گرفته شد. نتایج مربوط به توده کرومیت در مقاله Asfahani et al., (2008)، در جدول ۶ آمده است.

جدول ۶: پارامترهای بدست آمده برای سه شکل هندسی فرضی

Asfahani et al., (2008)

پارامتر	مدل استوانه افقی	مدل استوانه قائم	مدل کره
$z (m)$	۱۷/۷۱	۷/۱۴	۱۸/۹۱
$A (mGal)$	۱۸/۲۴	۸/۷۱	۱۵۷/۳۴
$\mu (mGal)$	۰/۰۲	۰/۶	۰/۳

مقادیر بدست آمده در جدول ۶ نشان می دهد که مدل استوانه قائم و کره به ترتیب دارای مقادیر خطای استاندارد ۰/۶ و ۰/۳ هستند، در نتیجه این دو شکل نمی توانند به عنوان مدلی برای کانی سازی کرومیت در نظر گرفته شوند. کمترین مقدار خطا مربوط به مدل استوانه افقی است بنابراین توده ی کرومیت به شکل استوانه افقی تخمین زده می شود. ضریب دامنه و عمق بدست آمده برای این مدل، به عنوان نتایج نهایی در نظر گرفته می شوند. همانطور که مشخص است عمق مربوط به این شکل هندسی ۱۷/۷۱ متر تا مرکز توده محاسبه شده است. مدل بدست آمده برای توده کرومیت نزدیک به پیکربندی تشکیل شده با استفاده از وارون سازی تئوری گراف است.

در مقاله Prutkin et al., (2011) به منظور وارون سازی داده های مربوط به توده ی مافیک، ابتدا با استفاده از فیلتر فراسو بی هنجاری های سطحی حذف گردید. سه مقطع خطی، برای تخمین و مدل سازی قسمت های جانبی و عمق توده مورد استفاده قرار گرفت. هر خط شامل ۷ پارامتر جستجو می باشد. این پارامترها مختصات شرق، شمال و عمق دو سر این خطوط به همراه چگالی است. وی روش تصحیحات محلی را بکار گرفت و سه پاسخ مختلف برای این مساله بدست آورد. یک مورد از پاسخ های مساله نشان می دهد که این بی هنجاری ناشی از یک توده نفوذی از حوزه ماگما

که در آن مقدار μ نسبت به نقاط دیگر کمتر است، به عنوان بهترین پارامتر در نظر گرفته می شود. (Essa (2014 این روش را بر روی کانی سازی منگنز اجرا کرد. نامبرده برای کانی سازی منگنز طول پروفیل را ۳۳۳ متر در نظر گرفت و مقادیر پارامترهای مورد اشاره را در چند نقطه بر روی پروفیل بدست آورد؛ که خلاصه ای از نتایج آن در جدول ۵ جمع آوری شده است.

همان طور که مشخص است، در فاصله ۱۱۱ متری از پروفیل، μ کمترین مقدار را دارد، بنابراین پارامترهای محاسبه شده برای این V ، دارای مقدار مناسبی هستند. با این شیوه عمق از مرکز توده ۵۶/۷۷۹ متر محاسبه گردید. با توجه به مقدار بدست آمده برای فاکتور شکل، این توده به شکل استوانه ای دوبعدی افقی در نظر گرفته شد. پیکربندی بدست آمده از طریق وارون سازی با استفاده از تئوری گراف نزدیک به مدل فرض شده در این مقاله است.

جدول ۵: تخمین پارامترهای مدل برای توده منگنز در نقاط مختلف

برداشت (Essa (2014)

$N(m)$	q	$z (m)$	$A(mGal \times m)$	$\mu (mGal)$
۵۵/۵	۱/۰۹۲	۵۳/۲۳۴	۱۶/۴۶۰	۰/۰۰۷
۱۱۱	۱/۱۴۹	۵۶/۷۷۹	۱۷/۸۱۳	۰/۰۰۵
۱۶۶/۵	۱/۰۰۰	۴۷/۲۲۴	۱۴/۷۱۵	۰/۰۱۱
میانگین	۱/۰۸۰	۵۲/۴۱۲	۱۶/۳۲۹	۰/۰۰۷

Al-Gharni, (2013) برای تخمین فاکتور شکل، دامنه ضرائب، و عمق از الگوریتم شبکه عصبی استفاده کرد. این الگوریتم بر اساس یادگیری عمل می کند و فرآیند آن شبیه به مغز انسان بوده و همه مهارت ها و دانسته ها، در اثر تضعیف و یا تقویت ارتباط میان سلول های عصبی شکل می گیرد. این تقویت و تضعیف در زبان ریاضی به صورت وزن ظاهر می شود. شبکه عصبی متشکل از سه لایه ورودی، پنهان و خروجی است. داده های گرانی به شکل گره هایی وارد الگوریتم شبکه عصبی شده و توسط خطوطی به یکدیگر متصل می شوند. این خطوط ارتباطی در واقع به هر یک از داده ها وزن خاصی را اعمال می کنند و اطلاعات هر گره را به دیگری انتقال می دهند. سپس مقادیر ورودی وارد لایه پنهان شده و پردازش در آن صورت می گیرد و نتیجه به یک سلول دیگر منتقل می شود. خطوط ارتباطی موجود در لایه خروجی وزن متفاوتی را اعمال می کند و مجددا پردازش می شوند. این رفتار تا جایی ادامه می یابد که نتیجه منجر به حصول مقدار مناسب شود و در نهایت مقدار پارامترها بدست آید. رابطه ای که در این الگوریتم برای تخمین فاکتور شکل، دامنه ضرائب و عمق استفاده شده، بسیار شبیه به رابطه (۳) با $m=0$ است. باید توجه داشت که این الگوریتم نیازمند اعمال حدود جستجو برای پارامترهای ذکر شده است. (Al-Gharni, (2013) حدود جستجو برای عمق را بین ۱۰ تا ۳۰ متر، در نظر گرفت. نکته قابل توجه که مجددا مورد تاکید قرار می گیرد، این است که در وارون سازی به روش تئوری گراف محدودیتی در تعیین مقادیر محدوده جستجو وجود ندارد و می توان بازه بزرگتری را برای عمق و سایر پارامترها در نظر گرفت.

اما با مقایسه روش تئوری گراف با *Prutkin et al., (2011)* می‌توان دریافت که گستردگی این توده در راستای عمق تقریب خوبی را ارائه داده است. باید توجه داشت که عمق واقعی کانی‌سازی منگنز و توده مافیک مشخص نیست. بنابراین صحت‌سنجی دقیق این روش ناممکن است.

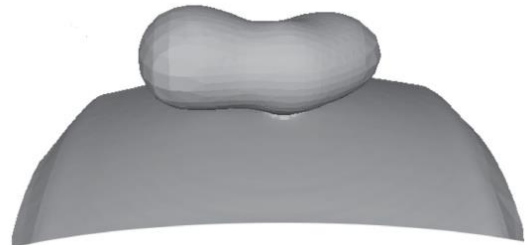
۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله الگوریتم وارون‌سازی با استفاده از تئوری گراف بر روی سه مجموعه داده واقعی بکار برده شد. وارون‌سازی با تئوری گراف روشی است که در آن از مجموعه‌ای از جرم‌های نقطه‌ای برای مدل‌سازی پیکره توده همگن زیرسطحی استفاده می‌شود. الگوریتم وارون‌سازی به دنبال یافتن مکان مناسبی برای جرم‌های نقطه‌ای است، به طوری که همزمان داده‌های حاصل از مدل برازش مناسبی با داده مشاهده‌ای داشته باشد. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم بر روی سه داده اشاره شده، به تفصیل مورد بررسی قرار گرفت. گسترش توده‌های مورد بررسی در راستاهای شرق، شمال و عمق نشان داده شد و با نتایج بدست آمده از دیگر الگوریتم‌های مورد استفاده بر روی این داده‌ها مقایسه گردید. نکته مهم آن است که با استفاده از وارون‌سازی به روش تئوری گراف، پیکربندی توده در سه راستا حاصل شد؛ در حالی که در بیشتر روش‌های استفاده شده، تنها عمق بالای توده از سطح زمین محاسبه شده است و اطلاعاتی از گستردگی این توده در دیگر جهات‌ها موجود نیست.

نتایج دلالت بر آن دارد که وارون‌سازی به روش تئوری گراف، عمق بالای کانی‌سازی کرومیت را در حدود ۱۷ متر برآورد کرده است؛ که با چند مورد از نتایج بدست آمده با دیگر الگوریتم‌ها انطباق نزدیکی دارد. در کانی‌سازی منگنز عمق بدست آمده تقریباً ۲۶ متر است؛ که نسبت به نتایج سایر روش‌ها تفاوت دارد. در مورد توده مافیک، گستردگی این توده در راستای عمق ۲۲/۷ کیلومتر بدست آمد؛ که تقریباً منطبق بر نتایج بدست آمده قبلی است. بررسی‌ها نشان داد که وارون‌سازی به روش تئوری گراف قادر است تقریب خوبی از شکل توده همگن زیر سطحی فراهم آورد.

(گابرو) است. توده‌ای با این فرض در این منطقه بسیار نادر می‌باشد. بنابراین این پاسخ در نظر گرفته نمی‌شود. پاسخ دوم نشان از بالازدگی پوسته پایینی دارد؛ که سبب نازک شدن پوسته بالایی در این ناحیه شده است. هر چند این فرضیه نیز غیرمحمتمل است. پاسخ سوم می‌تواند ترکیبی از این دو فرضیه را شامل شود. یعنی پوسته پایینی بالا زده و از شکاف آن ماگما به سمت بیرون نفوذ پیدا کرده است و یک توده‌ی حجیم را بوجود آورده است (شکل ۱۱).

این پاسخ از نظر زمین‌شناسی و تکتونیک منطقه قابل قبول‌تر است. عمق این توده ۷/۵ کیلومتر و گستردگی آن تا ۲۲/۵ کیلومتر تخمین زده شده است. عمق بالای توده مافیک در مقایسه با مقدار بدست آمده از شیوه وارون‌سازی با استفاده از تئوری گراف تفاوت دارد. البته گستردگی این توده در راستای عمق انطباق خوبی با پیکربندی تشکیل شده داشته است. همان‌طور که مشخص است، عمق بدست آمده برای کانی‌سازی کرومیت به وسیله تئوری گراف نزدیک به عمق محاسبه شده توسط *Roy, (2001)* و *Salem et al., (2003)* بدست آمده است.



شکل ۱۱: نمای سه بعدی توده مافیک.

لازم به ذکر است که اطلاعات حفاری شده برای این توده نشان می‌دهد که عمق واقعی این توده در ۲۱ متری سطح زمین واقع شده است (*Salem et al., 2003*). بنابراین روش تئوری گراف برای توده کرومیت تقریب خوبی را ارائه داده است. در مورد کانی‌سازی منگنز نیز عمق حاصل از روش تئوری گراف نسبت به سایر عمق‌های بدست آمده اختلاف دارد. با وجود این که توده مافیک در عمق زیادی از سطح زمین واقع شده است؛

جدول ۷: مقایسه نتایج بدست آمده با استفاده از تئوری گراف با سایر مطالعات انجام شده بر روی سه توده مورد بررسی. مقادیر برحسب متر است. (-) به معنی عدم وجود اطلاعات است.

توده مافیک		توده منگنز			توده کرومیت			توده مورد مطالعه
عمق پایین	عمق بالا	عمق تا پایین	عمق از مرکز	عمق بالا	عمق تا پایین	عمق از مرکز	عمق بالا	مطالعات انجام شده
۲۲۷۰۰	۳۵۰۰	۱۰۲	-	۲۶	۱۳۹	-	۱۷	روش تئوری گراف
-	-	-	-	۳۶/۱	-	۲۳/۲	-	Ekinci et al. (2016)
-	-	۶۰	-	۳۷/۵	-	-	۱۹/۴	Roy, (2001)
-	-	-	-	-	-	-	۲۳/۸۰	Salem et al., (2003)
-	-	-	۵۶/۷۷۹	-	-	-	-	Essa (2014)
-	-	-	-	-	-	۲۱/۱۴	-	Al-Gharni, (2013)
-	-	-	-	-	-	۱۷/۷۱	-	Asfahani et al., (2008)
۲۲۵۰۰	۷۵۰۰	-	-	-	-	-	-	Prutkin et al., (2011)

- variations near shrinking Vatnajökull ice cap, Iceland. Pure and applied geophysics, 166 (8-9), pp.1283-1302.
- Jawed T, 2014. Siddiquie FN. Mineragraphic Study of Manganese Ore Deposits of Kandri, Mansar, Beldongri and Satak Mines, Nagpur District (Maharashtra) Central India. International Journal of Geosciences.
- Kearey, P., Brooks, M. and Hill, I., 2002. An Introduction to Geophysical Exploration, ix+ 262 pp.
- Li, Y. and Oldenburg, D.W., 1996. 3-D inversion of magnetic data. Geophysics, 61 (2), pp.394-408.
- Prutkin, I., Vajda, P., Tenzer, R. and Bielik, M., 2011. 3D inversion of gravity data by separation of sources and the method of local corrections: Kolarovo gravity high case study. Journal of Applied Geophysics, 75 (3), pp.472-478.
- Prutkin, I., Vajda, P., Bielik, M., Bezák, V. and Tenzer, R., 2014. Joint interpretation of gravity and magnetic data in the Kolárovo anomaly region by separation of sources and the inversion method of local corrections. Geologica Carpathica, 65 (2), pp.163-174.
- Reddy, A.G.B., Murty, B.S.R. and Kesavamani, M., 1990. A compendium of four decades of geophysical activity in GSI. Geological Survey of India.
- Reynolds, J.M., 1997. An introduction to applied and environmental geophysics. Wiley Chichester.
- Roy, L., 2001. Short note: Source geometry identification by simultaneous use of structural index and shape factor. Geophysical prospecting, 49 (1), pp.159-164.
- Salem, A., Elawadi, E. and Ushijima, K., 2003. Depth determination from residual gravity anomaly data using a simple formula. Computers & Geosciences, 29 (6), pp.801-804.
- Vatankhah, S., Ardestani, V.E., Niri, S.S., Renaut, R.A. and Kabirzadeh, H., 2019. IGUG: A MATLAB package for 3D inversion of gravity data using graph theory. Computers & Geosciences, 128, pp.19-29.
- Davis, W.E., Jackson, W.H. and Richter, D.H., 1957. Gravity prospecting for chromite deposits in Camaguey province, Cuba. Geophysics, 22 (4), pp.848-86.
- همچنین جرم کل توده قابل محاسبه است. بنابراین این شیوه به عنوان روشی موثر برای مدل‌سازی توده‌های همگن توصیه می‌شود. کدهای مورد استفاده برای این وارون‌سازی توسط نویسندگان توسعه داده شده‌اند و به صورت آزاد در دسترس عموم قرار دارد.
- ### ۶- منابع
- سودمند نیروی، س، ابراهیم‌زاده اردستانی، و، وطن‌خواه، س، ۱۳۹۸، استفاده از تئوری گراف در وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی برای تعیین پیکربندی توده‌های زیرسطحی همگن، مجله فیزیک زمین و فضا، ۴۵ (۱)، ۴۷-۶۲.
- Al-Garni, M.A., 2013. Inversion of residual gravity anomalies using neural network. Arabian Journal of Geosciences, 6 (5), pp.1509-1516.
- Asfahani, J. and Tlas, M., 2008. An automatic method of direct interpretation of residual gravity anomaly profiles due to spheres and cylinders. Pure and Applied Geophysics, 165 (5), pp.981-994.
- Bijani, R., Ponte-Neto, C.F., Carlos, D.U. and Silva Dias, F.J., 2015. Three-dimensional gravity inversion using graph theory to delineate the skeleton of homogeneous sources. Geophysics, 80 (2), pp.G53-G66.
- Boulanger, O. and Chouteau, M., 2001. Constraints in 3D gravity inversion. Geophysical prospecting, 49 (2), pp.265-280.
- Ekinçi, Y.L., Balkaya, Ç., Göktürkler, G. and Turan, S., 2016. Model parameter estimations from residual gravity anomalies due to simple-shaped sources using Differential Evolution Algorithm. Journal of Applied Geophysics, 129, pp.133-147.
- Essa, K.S., 2014. New fast least-squares algorithm for estimating the best-fitting parameters due to simple geometric-structures from gravity anomalies. Journal of Advanced research, 5 (1), pp.57-65.
- Hinze, W.J., Von Frese, R.R. and Saad, A.H., 2013. Gravity and magnetic exploration: Principles, practices, and applications. Cambridge University Press.
- Jacoby, W.R., Hartmann, O., Wallner, H., Smilde, P.L., Buerger, S., Sjöberg, L.E., Erlingsson, S., Wolf, D., Klemann, V. and Sasgen, I., 2009. Temporal gravity



Modeling the skeleton of several subsurface targets by inversion of gravity data using graph theory

Susan Soodmand Niri^{1*}, Vahid Ebrahimzadeh Ardestani², Saeed Vatankhah³ and Mostafa Gharloghi¹

1- M.Sc. Student, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Assistant Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

Received: 24 August 2019; Accepted: 10 April 2020

Corresponding author: susan.soodmand@ut.ac.ir

Keywords

Mineral Body
Inversion
Graph
Gravity Survey
Chromite
Manganese

Extended Abstract

Summary

In this paper, an inversion algorithm based on graph theory is applied on three real gravity data sets, including data from a chromite deposit in Camaguey, Cuba, from a manganese ore in Nagpur, India, and from a mafic unknown body in Slovakia. The goal, here, is to use this new inversion algorithm to model the skeleton of these subsurface targets, and then, to compare the obtained models with previous published results. We model a homogeneous subsurface body by an ensemble of similar point masses. Here, model parameters are the Cartesian coordinates of the point masses and their total

mass. The set of point masses is associated with the vertices of a complete weighted graph. Kruskal's algorithm is used to solve the minimum spanning tree (MST) problem for the graph yielding a stabilizer, which is called "equidistance function". The non-linear global objective function is minimized using a genetic algorithm strategy. The methodology provides suitable information about the extent of the bodies in east and depth directions. Moreover, the results of previous investigation for these real data sets are given in the paper. An open source MATLAB package along with a full description of the algorithm implementation is available at <https://math.la.asu.edu/~rosie/research/gravity.html>.

Introduction

In gravitational inverse modeling, the acquired gravity data on, or near, the surface are used in an automatic algorithm to estimate some parameters of the subsurface target, for example, the density contrast or geometry of the body. Recently, Bijani et al. (2015) developed a new 3D gravity inversion methodology based on the concept of graph theory, which only delineates the skeleton of a homogenous subsurface body. An ensemble of similar point masses is used to model the subsurface target. The unknown model parameters are the Cartesian coordinates of the point masses and their total mass. To implement this algorithm, Vatankhah et al., (2019) presented an open source MATLAB package, called IGUG. The software was used successfully on different synthetic examples in Vatankhah et al., (2019) and, then, here, the goal is to apply the algorithm on several real data sets.

Methodology and Approaches

Suppose an ensemble of similar point masses that is distributed in the subsurface. The total vertical gravity component at observation points on the surface, due to the mass points, is obtained by superposition over all point masses. Indeed, the inversion algorithm here requires the estimation of the total mass of the points and their positions given the observed gravity anomaly. The estimated set of point masses indicates a skeleton of the geometry of the homogenous subsurface target. To implement the algorithm, the set of point masses is associated to the vertices of a weighted complete graph in which the weights are computed by Euclidian pairwise distances separating vertices. Kruskal's algorithm is used to solve a minimum spanning tree (MST) for the graph yielding a specific stabilizer for this algorithm that is called "equidistance function". Indeed, the function estimates the variance of distances among point masses in the MST, and then, restricts the spatial distribution of the point masses. This leads to a homogeneous spatial distribution of connected point masses in the subsurface, and consequently, a skeleton of the subsurface body. In this paper, the equidistance function is minimized together with the data misfit function using a genetic algorithm strategy. The complete approach of the inversion is described in Bijani et al. (2015) and Vatankhah et al. (2019).

Results and Conclusions

Our results indicate that the depths of the chromite and mafic bodies are approximately 17 m and 22/7 km, respectively, which are in good agreement with the results from the previous investigation. For the manganese orebody, the estimated depth is 26 m, which is not consistent with the previous results. These results demonstrate that the methodology is very efficient in delineating the skeleton of the subsurface targets.
