



مقایسه نتایج توموگرافی امواج سطحی با استفاده از منظم سازی تیخونوف مرتبه اول و روش یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰

نجمیه محمدی^۱، حبیب رحیمی^{۲*} و علی غلامی^۲

۱- دانشجوی دکتری، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

۲- دانشیار، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۸/۰۱؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۱۰/۰۶

* نویسنده مسئول مکاتبات: rahimih@ut.ac.ir

چکیده

توموگرافی امواج سطحی یک روش کارآمد برای تخمین تغییرات جانبی سرعت فاز و گروه می باشد. از این رو، روش های متنوعی برای دستیابی به این هدف به کار گرفته شده است. در این مطالعه ما با استفاده از موقعیت داده های واقعی، شامل سرعت فاز امواج ریلی زلزله های دور لرز ثبت شده در ایستگاه های باندپهن موجود در ایران به بررسی نتایج حاصل از توموگرافی یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰ و روش وارون سازی تیخونوف مرتبه اول می پردازیم. در ابتدا با استفاده از مدل مصنوعی آزمایش شطرنجی با فواصل شبکه بندی متفاوت، توانمندی این دو روش در بازیابی مدل و قدرت تفکیک جانبی آن ها در دو حالت عدم وجود نوفه و ۳٪ نوفه تصادفی اضافه شده به داده تخمین زده می شود. در نهایت با استفاده از داده های واقعی، نتایج توموگرافی سرعت فاز حاصل از هر دو روش برای دوره تناوب ۳۰ ثانیه به دست می آید. نتایج به دست آمده نشان می دهد که علاوه بر این که در حضور نوفه، وارون سازی با استفاده از منظم سازی تیخونوف مرتبه اول عملکرد بهتری نسبت به روش یانوسکایا و دیتمار (۱۹۹۰) دارد، نقشه های توموگرافی به دست آمده از داده های واقعی ساختارهای کوچک تر را نیز بهتر توانسته بازیابی کند.

واژگان کلیدی

توموگرافی امواج سطحی
منظم سازی تیخونوف
یانوسکایا-دیتمار
وارون سازی
سرعت فاز

۱- مقدمه

شناخت بیشتر و کامل تر ساختار زمین، همواره یکی از مهم ترین دغدغه های ژئوفیزیکدانان بوده است. به همین منظور، آن ها از بدو آغاز این علم در طول چند دهه اخیر از ابزارها و روش های متنوعی یاری جسته اند تا به این هدف نزدیک تر شوند. یکی از روش های متداول، توموگرافی منحنی های پاشش سرعت فاز و یا گروه امواج سطحی استخراج شده از شکل موج های زلزله و یا نوفه های محیطی (Ambient noise) می باشد که در مقیاس های مختلف ناحیه ای، منطقه ای (Regional) و یا حتی جهانی (Global) صورت گرفته است (Woodhouse and Dziewonski, 1984; Montagner, 1986; Tanimoto, 1991; Trampert and Woodhouse, 1995; Yanovskaya et al., 1998; Simons et al., 1999; Ritzwoller et al., 2002; Shapiro et al., 2005; Lin et al., 2008; Liu et al., 2017). انتشار امواج سطحی وابسته به سرعت امواج برشی، امواج فشاری و چگالی مواد تشکیل زمین در طول مسیر خود می باشد و هرگونه تغییر در جنس مواد و پارامترهای یاد شده منجر به پاشش این امواج می شود. به این معنی که طول موج های بلندتر عمق های بیشتر را با سرعت بیشتری می پیمایند. در نتیجه، این خصوصیت ذاتی منجر می شود که بررسی نقشه های توموگرافی به دست آمده از منحنی های پاشش در دوره تناوب های مختلف اطلاعات مهمی از تغییرات جانبی سرعت موج برشی در گستره وسیعی از پوسته پایینی تا گوشته بالایی فراهم نماید.

موننگر (۱۹۸۶) یک روش دو مرحله ای برای دستیابی به یک مدل سه بعدی تغییرات سرعت موج برشی با استفاده از امواج سطحی را معرفی کرد. در این روش به کمک نقشه های توموگرافی، منحنی پاشش محلی در هر مکان جغرافیایی تخمین زده می شود. سپس با استفاده از وارون سازی یک بعدی منحنی پاشش، مدل یک بعدی سرعت موج برشی به دست می آید. به این طریق می توان هم زمان تغییرات جانبی و عمقی سرعت امواج برشی را بررسی کرد. در سال های اخیر، با ظهور رایانه های قدرتمند با سرعت بالا در پردازش داده ها، توجه محققین به تخمین سرعت موج برشی با استفاده از منحنی های پاشش امواج سطحی به طور مستقیم (بدون تخمین نقشه های توموگرافی و منحنی های پاشش محلی) جلب شده است که می توان به کارهای ارائه شده بر اساس روش های وارون سازی مستقیم خطی بر مبنای تئوری پرتو (Ray Theory) (Boschi and Ekström, 2002; Feng and An, 2010; Pilz et al., 2012; Fang et al., 2015) و یا بر مبنای کرنل های حساسیت فرکانس محدود سه بعدی مانند کار ارائه شده توسط ژو و همکاران (۲۰۰۶) اشاره کرد. ژنگ و همکاران (۲۰۱۸) با به کارگیری الگوریتم مارکو چین-مونت کارلو (MCMC) یک روش توموگرافی یک مرحله ای غیر خطی امواج سطحی را معرفی کرده اند. علاوه بر موارد ذکر شده، روش های توموگرافی شکل موج و توموگرافی Adjoint نیز با استفاده از شکل موج زلزله ها (Tape et al., 2010; Zhu et al., 2012) و یا نوفه های محیطی (Chen et al., 2014; Gao and Shen, 2014) برای مدل سازی سه بعدی سرعت امواج به کار گرفته شده اند. مهم ترین معایب این روش ها، حجم محاسبات بالا و وابستگی زیاد نتایج به

مدل های سه بعدی مرجع دقیق هستند. علی رغم روش های جدید ذکر شده، روش توموگرافی دو مرحله ای به دلیل سهولت در محاسبات هم چنان یک روش محبوب و رایج برای بررسی ساختار سه بعدی سرعت موج برشی به شمار می رود. از این نکته می توان به اهمیت تخمین دقیق نقشه های دوبعدی سرعت فاز یا گروه امواج سطحی برای دستیابی به مدل برشی دقیق تر پی برد. لازم به ذکر است که متناسب با فرضیات نحوه انتشار امواج، روش های توموگرافی متنوعی ارائه شده است. پرکاربردترین آن ها مربوط به روش هایی است که بر مبنای تئوری پرتو می باشند (Backus, 1968; Dziewonski, 1984; Montagner, 1986; Yanovskaya and Ditmar, 1990; Ekström et al., 1997; Barmin et al., 2001). تئوری پرتو به دلیل در نظر نگرفتن پدیده پراکندگی (scattering) ناشی از ساختارهای کوچک ناهمگنی موجود در مسیر انتشار پرتو منجر به ساده سازی محیط انتشار موج و سهولت در محاسبات می شود. وانگ و دالن (۱۹۹۵) نشان دادند که اگر عرض ناحیه فرسnel (Fresnel zone) بزرگتر از ابعاد ناهمگنی موجود در مسیر پرتو باشد تئوری پرتو فاقد اعتبار است و به این ترتیب روش های توموگرافی بر اساس کرنل های حساسیت فرکانس محدود با بکارگیری تقریب ریتو (Rytov approximation) و تقریب برون (Born approximation) برای انتشار در حضور پراکندگی معرفی شدند (Spetzler and Snieder, 2001; Ritzwoller et al., 2002; Yoshizawa and Kennett, 2004). در برخی از مطالعات اخیر، برای نواحی که از توزیع ایستگاهی بالا برخوردار هستند توموگرافی سرعت فاز از طریق حل معادله های ایکونال (Eikonal) و هلمهولتز (Helmholtz) به دست آمده است (Lin et al., 2009; Pollitz and Snoke, 2010; Lin and Ritzwoller, 2011).

به طور کلی توموگرافی زمان سیر یک مسئله وارون غیر خطی بد وضع (Ill-posed) است. حل مسائل توموگرافی با استفاده از روش های غیر خطی عموماً بر مبنای نمونه گیری مونت-کارلو می باشد (Galeti et al., 2016) که به دلیل حجم محاسبات بالا، خطی سازی را به عنوان یک راه حل جایگزین به همراه داشته است. منظور از بد وضع بودن مسائل وارون به این معنی است که حل آن منجر به یافتن پاسخ یکتا و پایدار نمی شود که می تواند ناشی از حضور نوفه و پوشش غیر یکنواخت داده ها باشد. در توموگرافی امواج سطحی، توزیع ناهمگن زلزله ها و ایستگاه ها موجب می شود که منحنی های پاشش استخراج شده در منطقه مورد مطالعه، در برخی نواحی پوشش کافی داشته به طوریکه تعداد پرتوهای عبوری (معلومات مسئله) بیشتر از تعداد سلول های موجود (مجهولات مسئله) در آن ناحیه باشد که در نتیجه آن، توموگرافی یک مسئله وارون فرا معین (Over-determined) تعریف می شود. در نواحی که از پوشش ناکافی داده رنج می برند برخلاف مورد قبل، تعداد مجهولات بیشتر از داده ها می باشد و مسئله وارون فرو معین (Under-determined) تعریف می شود. لذا یافتن یک پاسخ قابل قبول منوط به استفاده از روش های پارامتر بندی و منظم سازی مناسب می باشد. در توموگرافی پارامتر بندی مدل، متناسب با مقیاس

ناحیه‌ی اطراف پرتو را در طول مسیر چشمه و گیرنده در مقیاس بی‌نهایت کوچک نمونه برداری می‌کند. به عبارتی می‌توان گفت که این روش بر اساس پرتوهای چاق (fat rays) می‌باشد (Lin et al., 2008). چنین پرتوهایی اولین ناحیه فرسnel (Fresnel zone) را نمونه برداری می‌کنند. مونتگنر (۱۹۸۶) روش توموگرافی امواج سطحی با منظم‌سازی پیوسته بر اساس تئوری بیز را پیشنهاد کرد که برگرفته از روش پیوسته پیشنهادی شده توسط ترانتولا و نرسسین (۱۹۸۴) می‌باشد. در این روش توموگرافی تغییرات سرعت فاز را به ناهمسانگردی آزیموتی مقید می‌شود (Silveira and Stutzmann, 2002; Debayle and Sambridge, 2004; Yao et al., 2005, 2010).

روش توموگرافی یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰ یکی از مرسوم‌ترین و پرکاربردترین روش‌های توموگرافی در زلزله‌شناسی است. در این روش در نواحی که از توزیع پرتو ناهمگن رنج می‌برند دست‌یابی به یک نقشه توموگرافی با خطای پاسخ کم، با همواری نسبتاً زیادی همراه است که موجب می‌شود ساختارهای کوچک‌تر بازیابی نشوند. علاوه بر این، برنامه کامپیوتری موجود برای این نوع وارون‌سازی به دلیل محدودیت در تعداد داده ورودی و تعداد سلول‌های پارامتربندی، کاربر را برای انتخاب داده ورودی و پارامتربندی با مشکل روبرو می‌کند. در این مقاله سعی شده است که با مقایسه روش یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰ و روش منظم‌سازی تیخونوف مرتبه اول (Tikhonov and Arsenin, 1977) به اهمیت انتخاب روش توموگرافی متناسب با پوشش داده و مقیاس ناحیه مورد مطالعه پرداخته شود. به همین منظور، در ابتدا با استفاده از مدل‌های مصنوعی شطرنجی و زمان سیر منحنی‌های پاشش سرعت فاز مد اساسی (Fundamental mode) به دست آمده از امواج ریلی زلزله‌های دور لرز ثبت شده در ایستگاه‌های باندپهن موجود در ایران در دوره تناوب ۳۰ ثانیه، نتایج وارون‌سازی در دو حالت بدون نوفه و در حضور نوفه با هم مقایسه می‌شوند. سپس با استفاده از داده واقعی، نقشه‌های توموگرافی سرعت فاز تخمین زده می‌شوند و با توجه به مطالعات قبل به مقایسه نتایج می‌پردازیم.

۲- توموگرافی دو بعدی

در توموگرافی امواج سطحی، داده‌های مشاهده‌ای، منحنی‌های پاشش سرعت فاز و یا گروه در طول مسیر پرتوها هستند که با روش‌های مختلف از امواج سطحی استخراج شده‌اند. تحت تئوری پرتو، بردار سرعت با در نظر گرفتن فاصله طی شده توسط پرتو از چشمه تا گیرنده به زمان سیر تبدیل شده و مستقیماً در وارون‌سازی دخالت داده می‌شود. با استفاده از وارون‌سازی داده‌های ورودی برای دوره تناوب‌های مختلف می‌توانیم به بررسی تغییرات جانبی سرعت فاز و یا گروه بپردازیم. در این بخش به توضیح روش توموگرافی با استفاده از منظم‌سازی تیخونوف مرتبه اول و روش یانوسکایا و دیتمار (۱۹۹۰) می‌پردازیم.

۲-۱- توموگرافی دو بعدی با منظم‌سازی تیخونوف مرتبه اول
از آنجایی که ارتباط زمان سیر و سرعت پرتو در مسیر انتشار غیر خطی است، لذا به منظور ساده‌سازی مسئله، ناحیه مورد مطالعه به سلول‌هایی با

ناحیه مورد مطالعه و پوشش پرتوها می‌تواند به صورت اشکال منظم با اندازه ثابت مانند سلول، گره (node)، بلوک و یا وکسل (Aki et al., voxels) (1977; Tarantola and Nersessian, 1984; Simons et al., 2002; Debayle and Sambridge, 2004) صورت پذیرد. صرف‌نظر از نوع پارامتربندی، مناسب‌ترین آن‌ها زمانی تعریف می‌شود که ابعاد پارامتربندی مدل، متغیر و متناسب با پرتو عبوری از مکان مورد نظر تعریف شود (Trampert and Snieder, 1996; Debayle and Sambridge, 2004). یک تکنیک مناسب برای غلبه بر پوشش ناهمگن پرتوها در پارامتربندی، استفاده از تبدیل موجک به دلیل خصوصیت محلی‌سازی (localization) می‌باشد (Chiao and Kuo, 2001; Chiao and Liang, 2003; Loris et al., 2007; Hung et al., 2011; Simons et al., 2011; Fang et al., 2015). منظم‌سازی (Regularization) یکی دیگر از فاکتورهای بسیار مهم در وارون‌سازی به منظور دست‌یابی به پاسخ قابل قبول و پایدار است که با توجه به نوع مسئله و اطلاعات اولیه از مدل با اعمال یک یا چندین قید در تابع هزینه، مسئله وارون حل می‌شود. پرکاربردترین منظم‌سازی در توموگرافی، اعمال قید همواری از طریق کمینه کردن نرم ۲ گرادیان یا لاپلاسیان مدل است (Tikhonov and Arsenin, 1977; Paige and Saunders, 1982; Nolet, 1987; Spakman and Nolet, 1988; VanDecar and Snieder, 1994). این نوع منظم‌سازی منجر به یافتن یک پاسخ هموار می‌گردد در حالی که ناپیوستگی‌ها و ساختارهای کوچک قابل بازیابی نیست. برای غلبه بر این کاستی، حل مسئله توموگرافی با اعمال قید تنکی بر روی مدل (در یک حوزه خاص) و استفاده از منظم‌سازی نرم ۱ پیشنهاد شده است (Loris et al., 2007; Gholami and Siahkoobi, 2009a; Simons et al., 2011; Fang and Zhang, 2014; Fang et al., 2015).

چنانچه توضیح داده شد، متناسب با انتخاب نوع پارامتربندی مدل و منظم‌سازی، روش‌های توموگرافی متنوع و متعددی ارائه شده است. برای مثال، بر اساس پارامتربندی انتگرال کرنل، روش وارون‌سازی خطی دو بعدی دیتمار و یانوسکایا (۱۹۸۷) و یانوسکایا و دیتمار (۱۹۹۰) که یک روش توموگرافی زمان سیر منحنی‌های پاشش امواج سطحی ناشی از زلزله می‌باشد، ارائه شده است. این روش در واقع نوع گسترش یافته روش یک بعدی معمول بکاس-گیلبرت (۱۹۶۸) است. روش بکاس-گیلبرت (۱۹۶۸) یک روش منظم‌سازی برای مسائل وارون بد وضع است که قید پایداری را بر روی جواب تحمیل می‌کند. دیتمار و یانوسکایا (۱۹۸۷) با اعمال قید هموار سازی بر روی تغییرات مدل از این روش برای حل مسئله وارون ۲ بعدی استفاده کردند. بارمین و همکاران (۲۰۰۱) یک روش توموگرافی زمان سیر برای تخمین سرعت موج در محیط همسانگرد را با استفاده از کمینه‌سازی یک تابع هدف متشکل از عدم برازش داده (misfit)، قید همواری مدل و نرم مدل که متناسب با چگالی پرتو در هر گره وزن دار شده است، معرفی کردند. در این روش هدف یافتن یک مدل سرعت هموار است که کمترین عدم تطابق را داشته باشد به طوریکه پیوستگی همواری مدل در نواحی با پوشش کم داده نیز حفظ شود. نکته قابل ذکر در این روش این است که امواج سطحی به صورت پرتوهایی در نظر گرفته می‌شوند که

ساختاری است که در این ناحیه وجود دارد نه فقط ساختارهایی که در طول مسیر خطی پرتو دیده می‌شود. بنابراین در این روش، زمان سیر، حاصل انتگرال روی یک فضای بسته اطراف پرتو می‌باشد. با این فرض، اختلاف زمان سیر (رابطه ۲) با یک کرنل جدید $\tilde{G}_i(r)$ تعریف می‌شود که مقادیر آن در مجاورت و فواصل محدود به اطراف پرتو مخالف صفر است. اگر برای ناحیه Ω ، مختصات s در امتداد پرتو و n عمود بر مسیر پرتو در نظر گرفته شود با یافتن ناحیه $N(s)$ در طول n (مکانی در اطراف پرتو می‌باشد که مقادیر $\tilde{G}_i(r)$ مخالف از صفر است) می‌توانیم رابطه ۲ را مطابق با شروط جدید به شکل زیر بیان کنیم (دیتمار و یانوسکایا، ۱۹۸۷):

$$\begin{aligned} \delta t_i &= \int_{L_{0i}} ds \int_{N(s)} \tilde{G}_i(n, s) m(n, s) dn \\ &= \int_{L_{0i}} \bar{m}_i(s) \frac{ds}{V_0} = \iint_{\Omega} \bar{m}_i(r) G_i(r) dr. \end{aligned} \quad (3)$$

که $\bar{m}_i(r) = V_0 \int_{N(s)} \tilde{G}_i(n, s) m(n, s) dn$ برابر با میانگین مقادیر m در طول امتداد عمود بر مسیر پرتو در نقطه r می‌باشد. اگر تغییرات سرعت را هموار در نظر بگیریم بطوریکه اختلاف سرعتی زیادی بین مدل‌های مجهول مجاور وجود نداشته باشد، خطای جایگزینی رابطه ۳ در رابطه ۲ مقدار خیلی کمی خواهد داشت که در این روش در حد خطای تصادفی در نظر گرفته می‌شود. در این صورت حتی در حالی که داده اصلی بدون نوفه در نظر گرفته شود اختلاف زمان سیر و مدل مجهول طبق رابطه زیر معرفی می‌شود:

$$\delta t_i = \iint_{\Omega} G_i(r) m(r) d(r) + \varepsilon_i. \quad (4)$$

در نهایت در این روش با استفاده از کمینه کردن رابطه زیر مدل مجهول بازایی می‌شود:

$$\begin{aligned} \sum \left[\delta t_i - \iint_{\Omega} G_i(r) m(r) d(r) \right]^2 \\ + \alpha \iint_{\Omega} |\Delta m(r)|^2 dr. \end{aligned} \quad (5)$$

پارامتر α کنترل کننده همواری و برازش داده می‌باشد.

۳- مقایسه دو روش تیخونوف و یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰

با استفاده از داده‌های مصنوعی

۳-۱- آماده‌سازی داده و مدل مصنوعی

در این مطالعه ما از موقعیت واقعی ایستگاه‌های دائمی باندپهن شبکه لرزه-نگاری ایران (INSN) و پژوهشگاه بین المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله (IIIES) که در شکل ۱ نشان داده شده است برای ساختن داده مصنوعی استفاده کرده‌ایم. هم‌چنین، زلزله‌های دور لرز از سال‌های ۲۰۱۴-۲۰۰۵ با محدوده بزرگی $0.5 \leq M_s \leq 7.0$ که در یک جفت ایستگاه که بر روی یک

فواصل یکسان پارامتربندی و رابطه ماتریسی مسئله خطی شده به صورت $d = Gm + e$ تعریف می‌شود که در آن $d \in \mathbb{R}^m$ بردار داده (مشاهده‌ای) با مولفه‌های زمان سیر پرتوها در یک دوره تناوب مشخص، $m \in \mathbb{R}^n$ بردار مدل شامل کندی (slowness) در هر سلول و $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$ کرنل و یا اپراتور مستقیم (forward) است که مولفه‌های آن فاصله طی شده در هر سلول توسط پرتوها می‌باشد. $e \in \mathbb{R}^m$ خطای تصادفی با توزیع گوسی و میانگین صفر است که ناشی از وجود خطا در اندازه‌گیری داده‌ها می‌باشد. حضور نوفه منجر به عدم پاسخ یکتا و ناپایداری مسئله می‌شود که لزوم استفاده از منظم‌سازی را آشکار می‌کند. یکی از متداول‌ترین روش‌های منظم‌سازی که به دلیل سهولت و سرعت در حل مسائل وارون‌سازی ژئوفیزیک بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد، منظم‌سازی تیخونوف است (تیخونوف و آرسنین ۱۹۷۷). فرم کلی روش تیخونوف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\argmin_{m \in \mathbb{R}^n} \{ \|d - Gm\|_2^2 + \lambda \|Lm\|_2^2 \}. \quad (1)$$

که $\|d - Gm\|_2^2$ جمله عدم برازش بین داده مشاهده‌ای و داده محاسبه شده با استفاده از مدل به دست آمده از وارون‌سازی می‌باشد. جمله دوم $\|Lm\|_2^2$ اشاره به منظم‌سازی دارد و با کیمنه کردن نرم ۲ مشتق مرتبه اول (∇) یا مشتق مرتبه دوم (∇^2) مدل، پایداری مسئله را کنترل می‌کند. $\lambda \in \mathbb{R}^+$ پارامتر منظم‌سازی است که توازن بین عدم برازش و جمله منظم-سازی را به عهده دارد. در این مقاله ما از تیخونوف مرتبه اول استفاده می‌کنیم. از آنجایی که مسئله درجه دو می‌باشد، مجهول m با حل مستقیم معادله نرمال $(G^T G + \lambda L^T L)m = G^T d$ برای مواردی که ابعاد مسئله کم باشد به دست می‌آید. در صورتی که با مسئله وارون با ابعاد بالا روبرو باشیم این معادله به صورت غیرمستقیم و با روش‌های مبتنی بر تکرار حل خواهد شد.

۲-۲- توموگرافی دو بعدی به روش یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰

روش توموگرافی دوبعدی ارائه شده توسط یانوسکایا و دیتمار (۱۹۹۰) در واقع نوع گسترش یافته روش یک بعدی بکاس-گیلبرت (۱۹۶۸) است. از مزایای این روش می‌توان به سرعت بالا در محاسبات و حفظ همواری مدل در نواحی با پوشش پرتو کم و غیر یکنواخت اشاره کرد. در این روش با توجه به مدل اولیه V_0 ، اختلاف زمان سیر با رابطه $\delta t_i = t_i - t_{0i}$ برای مسیر پرتو L_{0i} محاسبه می‌شود که در رابطه $\int_{L_{0i}} \frac{[V(r)^{-1} - V_0^{-1}]}{V_0^2(r)} ds$ توزیع سرعت مجهول است. انتگرال گیری دوبعدی بر روی ناحیه مورد مطالعه Ω ، منجر به بیان رابطه زمان سیر به شکل زیر می‌شود:

$$\delta t_i = \iint_{\Omega} G_i(r) m(r) d(r). \quad (2)$$

$G_i(r)$ تابعی است که برای مسیر پرتو Λ_m دارای مقدار و خارج آن مقدار صفر است. در روش یانوسکایا و دیتمار (۱۹۹۰) عرض مسیر حرکت پرتوها نیز در محاسبات در نظر گرفته می‌شود. با توجه به اینکه پریودهای بالا طول موج بلندتری دارند انتظار می‌رود که ناحیه فرسنگ قطر بیشتری نیز داشته باشد. به این معنی که پرتو در حین حرکت خود تحت تاثیر

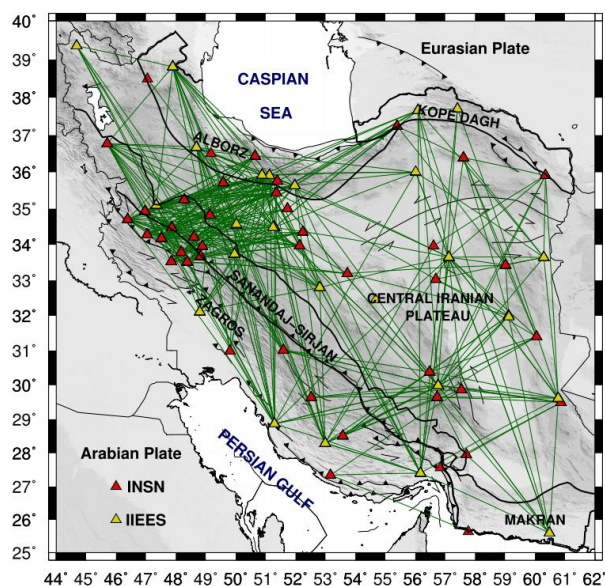
هندسی ناحیه مورد مطالعه مانند پوشش و توزیع سمتی پرتوها و محدودیت‌های فیزیکی مانند طول موج و ناحیه فرسnel وابسته است (Debayle and Sambridge, 2004). محدوده ناحیه فرسnel به صورت

$$F \approx \frac{1}{2} \sqrt{D\lambda}$$

اهمیت در نظر گرفتن ناحیه فرسnel برای قدرت تفکیک جانبی در مطالعات توموگرافی جهانی به دلیل استفاده از امواج سطحی با طول موج بسیار بالا و همچنین فاصله زیاد چشمه تا گیرنده ضروری می‌باشد (Spetzler and Snieder, 2001). برای تخمین قدرت تفکیک هر دو روش، مدل‌های مصنوعی مختلف با ابعاد شبکه (grid) $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ ، $1^\circ \times 1^\circ$ و $2^\circ \times 2^\circ$ ساخته شدند. یکی از معایب روش یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰ محدودیت در تعداد سلول (40×40) و تعداد پرتوها (کمتر از ۱۰۰۰) است. لذا برای انتخاب شبکه بندی در استفاده از این روش می‌بایست به این نکته نیز توجه کرد. در ادامه با استفاده از مسیر بین ایستگاهی پرتوها، میانگین سرعت متعاقباً زمان سیر را محاسبه و نتایج وارون‌سازی را برای هر دو روش در دو حالت بدون حضور نوفه و نوفه مقایسه می‌شوند.

کمان عظیمه و یا با اختلاف کمتر از 2° (Badal et al., 1990, 1992) قرار گرفته‌اند را انتخاب کرده و سرعت فاز امواج ریلی را مطابق با آنچه که در بخش داده واقعی به تفصیل توضیح داده خواهد شد برای دوره تناوب ۳۰ ثانیه استخراج شد. در نهایت در حدود ۳۸۲ منحنی سرعت فاز امواج ریلی جفت ایستگاهی از ۱۵۰۰ تعداد پرتو به دست آمد که پوشش پرتوها را می‌توان در شکل ۱ مشاهده کرد. بیشترین تمرکز پرتوها متعلق به شمال-غرب زاگرس و جنوب البرز می‌باشد. برای مقایسه دو روش وارون‌سازی توصیف شده در بخش ۲، ما از آزمایش شطرنجی استفاده می‌کنیم. در این روش یک الگو منظم برای مدل تعریف می‌شود. سپس با حل مستقیم مسئله، داده مصنوعی به دست آمده و در نهایت داده‌ها در وارون‌سازی شرکت داده می‌شوند. میزان شباهت مدل به دست آمده به مدل اصلی توانایی بازیابی وارون‌سازی را نشان می‌دهد. علی‌رغم محدودیت‌ها و وابستگی نتایج این آزمایش به هندسه آنومالی‌های شطرنجی (Leveque et al., 1993)، این روش به دلیل سهولت و تخمین بصری، به یک روش متداول برای برآورد قدرت تفکیک جانبی (Resolution) روش‌های وارون‌سازی می‌باشد.

تفکیک جانبی توموگرافی امواج سطحی به دو عامل ویژگی‌های



شکل ۱: نقشه پراکندگی ایستگاه‌های دائمی لرزه‌نگاری باندپهن شبکه لرزه‌نگاری ایران (INSN) و پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله (IIEES) و پوشش پرتوهای بین‌ایستگاهی زلزله‌های دورلر استفاده شده در این مطالعه.

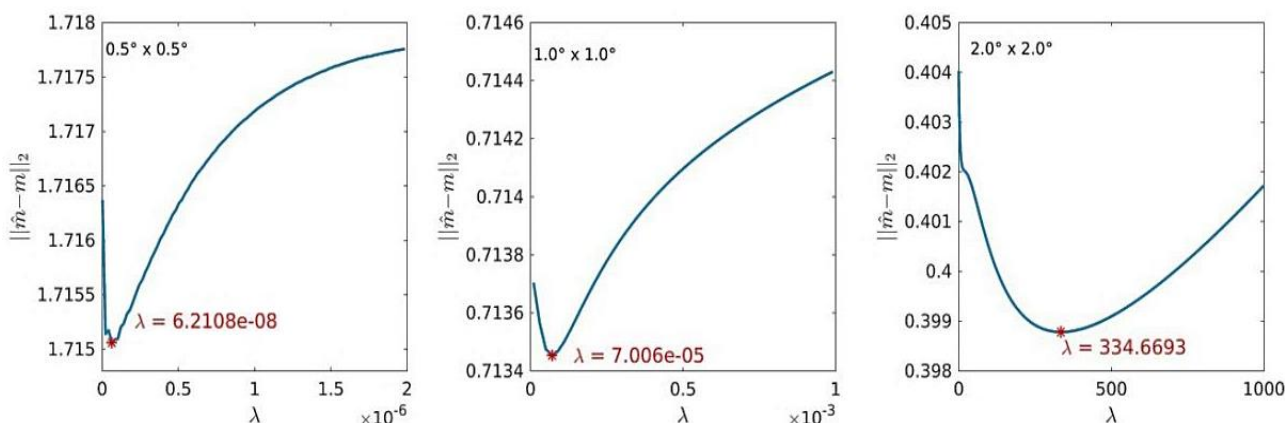
و کرنل (G) برای مسئله وارون‌سازی محاسبه می‌شود. از آنجا که ابعاد منطقه مورد مطالعه کمتر از 3000×3000 کیلومتر است از کرویت زمین در محاسبات طول پرتو و کرنل صرف‌نظر شد. به دست آوردن یک مدل بهینه و مناسب مستلزم تعیین دقیق پارامتر منظم‌سازی λ می‌باشد. برای تعیین این پارامتر مجهول در هنگام استفاده از داده مصنوعی، مقادیر مختلف λ در یک بازه بزرگ تعریف و به‌ازای هر λ وارون‌سازی انجام می‌شود. سپس،

۳-۲- توموگرافی دوبعدی بدون نوفه

۳-۲-۱- وارون‌سازی با منظم‌ساز تیخونوف مرتبه اول

بعد از ساختن مدل‌های مصنوعی، با توجه به موقعیت ایستگاه‌ها و پرتوهایی که از بین آن‌ها عبور کرده‌اند، با استفاده از ردیابی پرتو (ray tracing) و در نظر گرفتن طول پرتو در هر سلول و سرعت متناظر با آن، سرعت میانگین برای هر پرتو و زمان سیر مربوط به آن به‌عنوان بردار داده مصنوعی

مقادیر نرم اختلاف مدل به دست آمده $\hat{m}$ با مدل اصلی m ، $\|m - \hat{m}\|_2$ ، محاسبه و در نهایت کمترین مقدار آن نشان دهنده λ بهینه است که برای وارون سازی در نظر گرفته می شود. شکل ۲ منحنی اختلاف مدل به دست

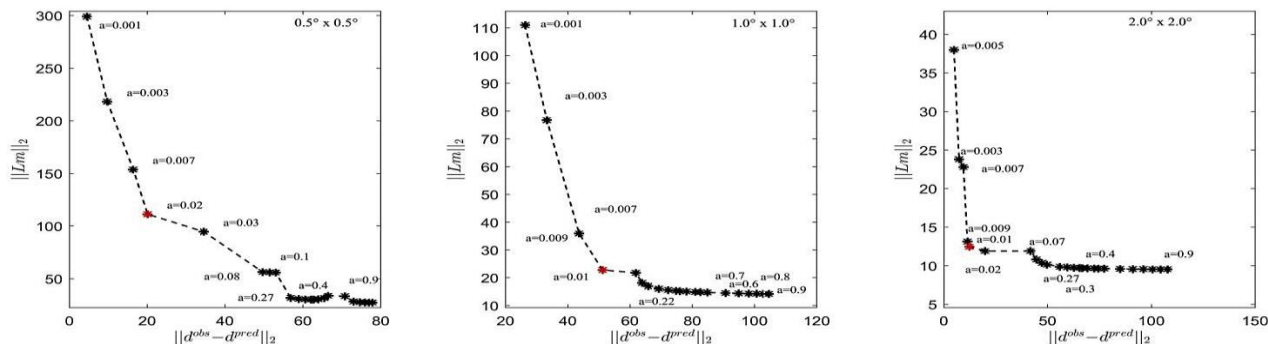


شکل ۲: تعیین پارامتر منظم سازی λ با استفاده از اختلاف مدل به دست آمده از وارون سازی با مدل اصلی، $\|m - \hat{m}\|_2$. فواصل شبکه بندی مدل در گوشه بالا سمت چپ هر تصویر نشان داده شده است.

۳-۲-۲- وارون سازی به روش یانوسکایا-دیتمار

برای وارون سازی به روش یانوسکایا و دیتمار (۱۹۹۰) داده ورودی شامل موقعیت جغرافیایی چشمه و گیرنده، میانگین سرعت در طول مسیر پرتو و تعداد پرتوهای موجود در هر مسیر می باشد. علاوه بر داده ورودی دو پارامتر α و σ نیز باید در نظر گرفته شود. همان گونه که در بخش ۲ توضیح داده شد، پارامتر α یک پارامتر منظم سازی و پارامتر σ یک عامل کنترل کننده میزان خطای استاندارد به دست آمده می باشد. هر چه مقدار α افزایش یابد باشد ناحیه های میانگین نیز بزرگ تر و متعاقباً همواری مدل به دست آمده نیز بیشتر می شود و در نتیجه تفکیک جانبی کاهش می یابد. بر اساس پارامتر σ ، اگر خطای داده محاسبه شده در هر مسیر بزرگتر از σ برابر خطای کل داده باشد، مسیر متناظر با آن از مجموعه داده حذف می شود و مسئله وارون دوباره حل می گردد و این روند ادامه پیدا می کند تا پاسخ به دست آمده در محدوده خطای قابل قبول قرار بگیرد (Yanovskaya et al., 1998). پیشنهاد برنامه یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰ برای α ، مقادیر ۰/۱، ۰/۲ و ۰/۳ و برای σ مقدار ۳ می باشد که می توان متناسب با میزان خطا و تعداد مدل پارامتر، α و σ را بزرگتر و یا کوچکتر از مقادیر پیش فرض برنامه تعریف کرد. با توجه به این که در این مرحله نوفه به داده اضافه نشده است،

σ را برابر با ۴ در نظر گرفتیم تا همه داده ها در وارون سازی دخالت داده شوند. برای یافتن α مناسب، وارون سازی به روش مذکور برای مقادیر مختلف α در بازه ۰/۰۱ تا ۹/۰ به دست آمد و سپس از منحنی ال (L_curve) (Hansen and OLeary, 1993) برای تخمین پارامتر مناسب استفاده شد. مهم ترین مزیت استفاده از این منحنی، مستقل بودن آن از اطلاعات اولیه درباره میزان سطح نوفه داده است. منحنی ال نمایش مجذور مجموع مربعات اختلاف زمان رسید بین داده مشاهده ای و محاسبه شده، $\|d^{obs} - d^{pred}\|_2$ ، در برابر نرم مشتق مرتبه اول مدل $\|Lm\|_2$ می باشد. گوشه این منحنی بیانگر مناسب ترین مقدار α است و بهینه ترین مدل هموار را معرفی می کند با این شرط که داده متناسب با آن در سطح نوفه قابل قبول قرار داشته باشد. به عبارت دیگر، پارامتر مناسب در این روش مقداری در نظر گرفته می شود که یک تعادل بین عدم برازش و همواری مدل را به وجود بیاورد. شکل ۳ منحنی ال به دست آمده برای مدل با فواصل شبکه بندی $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ ، $1^\circ \times 1^\circ$ و $2^\circ \times 2^\circ$ را نشان می دهد که به ترتیب، مقادیر α ۰/۰۲، ۰/۰۱ و ۰/۰۱ با ستاره قرمز مشخص شده اند. هدف از انتخاب این ابعاد شبکه بندی، بررسی قدرت تفکیک هر دو روش توموگرافی و همچنین یافتن شبکه بندی مناسب برای ناحیه مورد مطالعه با توجه به پوشش داده های موجود در این منطقه می باشد.



شکل ۳: منحنی ال برای تعیین مناسب‌ترین پارامتر α برای روش یانوسکایا و دیتمار (۱۹۹۰) در حالتی که داده عاری از نوفه می‌باشد. فواصل شبکه‌بندی برای هر مدل مصنوعی در گوشه بالا سمت راست هر تصویر نشان داده شده است.

فواصل شبکه‌بندی $2^\circ \times 2^\circ$ (شکل ۴ ردیف سوم) نیز بهترین تفکیک و بازیابی را برای هر دو روش نشان می‌دهد. به‌طور کلی می‌توان گفت که در هر سه حالت شبکه‌بندی، مدل به‌دست آمده از تیخونوف مرتبه اول به‌مراتب بهتر از یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰ به مدل اولیه نزدیک می‌باشد. برای بررسی کمی نتایج وارون‌سازی، خطای جذر میانگین مربعات بین داده مشاهده‌ای و داده محاسبه شده (RMS error) و نرم اختلاف بین مدل واقعی و مدل به‌دست آمده ($\|m - \hat{m}\|_2$) محاسبه و در جدول ۱ نشان داده شده است.

نتایج وارون‌سازی به‌دست آمده از هر دو روش برای هر سه مدل شبکه‌بندی در شکل ۴ به نمایش درآمده است. ستون اول شکل ۴ مدل مصنوعی شطرنجی اولیه با فواصل شبکه‌بندی به‌ترتیب $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ ، $1^\circ \times 1^\circ$ و $2^\circ \times 2^\circ$ را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل مشخص است مدل با ابعاد سلولی $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ (شکل ۴ ردیف اول) در هر دو روش توموگرافی نسبت به سایر مدل‌ها کمتر بازیابی شده است و بیشترین بازیابی این مدل مربوط به ناحیه‌ای می‌شود که در آن چگالی پرتو بالا است. از سوی دیگر، مدل با

جدول ۱: مقایسه خطای جذر میانگین مربعات (ثانیه) و نرم اختلاف بین مدل واقعی و مدل توموگرافی حاصل از هر دو روش وارون‌سازی (متر بر ثانیه) بدون حضور نوفه.

ابعاد شبکه‌بندی	روش یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰			روش تیخونوف مرتبه اول		
	$2^\circ \times 2^\circ$	$1^\circ \times 1^\circ$	$0.5^\circ \times 0.5^\circ$	$2^\circ \times 2^\circ$	$1^\circ \times 1^\circ$	$0.5^\circ \times 0.5^\circ$
RMS	۰/۶۳	۰/۶۸	۰/۷۲	۱/۹۸e-۷	۲/۹۰e-۵	۱/۰۹e-۶
$\ m - \hat{m}\ _2$	۰/۰۱۱	۰/۰۱۴	۰/۰۳	۰/۴	۰/۷۱	۱/۷

سطحی این است که خطا از جنس سرعت است در حالی که برای استخراج منحنی‌های پاشش سرعت فاز و گروه، زمان رسید بسته انرژی در هر دوره تناوب نظر گرفته می‌شود و از سوی دیگر بردار سرعت میانگین در طول هر مسیر به بردار زمان سیر تبدیل شده و این زمان و خطای مربوط به آن است که در وارون‌سازی سهم می‌شود. چپوردی و مورلی (۲۰۰۹) خطای سرعت و زمان را با رابطه $\sigma_v = \sigma_d v^2 / l$ که در آن σ_d و σ_v به‌ترتیب انحراف معیار سرعت و زمان، v سرعت و l فاصله طی شده توسط پرتو است. در این بخش ما به سرعت میانگین به‌دست آمده در هر مسیر ۳٪ نوفه تصادفی گوسی اضافه کرده و با توجه به فواصل طی شده توسط هر پرتو، بردار زمان سیر را محاسبه می‌کنیم و نتایج توموگرافی حاصل از هر دو روش را به‌دست می‌آوریم.

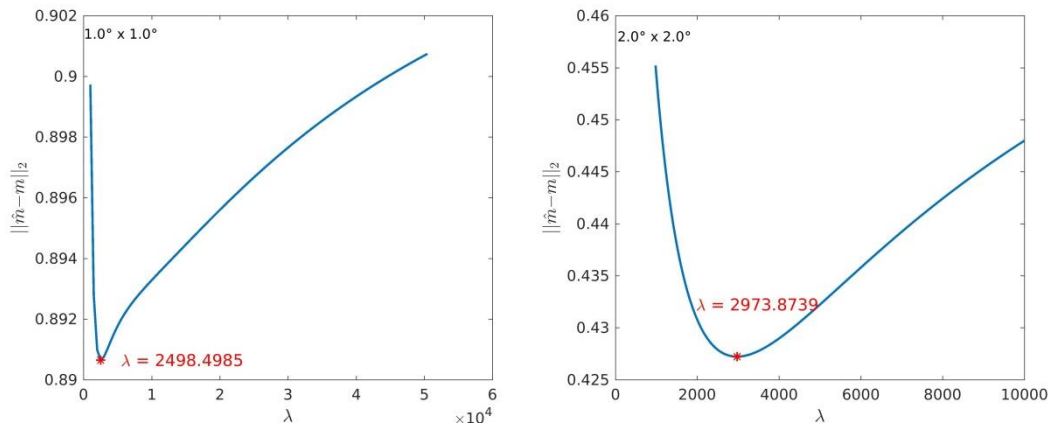
۳-۳-۱ وارون‌سازی با منظم‌ساز تیخونوف مرتبه اول

در این مرحله، داده آمیخته به نوفه را وارد وارون‌سازی کرده و مطابق با آنچه که در بخش ۳-۲ توضیح داده شد، سعی بر انتخاب مقدار مناسب λ می‌کنیم. شکل ۵ مقادیر $\|m - \hat{m}\|_2$ را برای λ های مختلف نشان می‌دهد

هر چه مقدار خطای RMS کمتر باشد به این مفهوم است که برازش داده‌ها بهتر صورت گرفته است و هر چه نرم اختلاف بین مدل واقعی و به‌دست آمده کمتر باشد به این معنی است که مدل تخمین زده شده به مدل اصلی نزدیک‌تر شده است. در جدول ۱ بیشترین نرم اختلاف بین مدل واقعی و مدل به‌دست آمده از هر دو روش به شبکه‌بندی با ابعاد $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ اختصاص یافته است. با توجه به قدرت تفکیک نامناسب این شبکه‌بندی که هم به‌صورت کیفی (شکل ۴) و هم به صورت کمی (جدول ۱) قابل شناسایی است، در ادامه از توموگرافی این مدل مصنوعی صرف‌نظر کرده و مقایسه را بین دو مدل $1^\circ \times 1^\circ$ و $2^\circ \times 2^\circ$ ادامه می‌دهیم.

۳-۳-۲ توموگرافی دوبعدی در حضور نوفه

اختلاف بین داده مشاهده‌ای و آنچه که از وارون‌سازی به‌دست می‌آید خطا نامیده می‌شود که بیانگر بخشی از فضای داده است که مدل بازیابی شده به آن دسترسی ندارد و نمی‌تواند آن را بازیابی کند. صرف‌نظر از خطای سیستماتیک موجود در داده، بخشی از خطا را می‌توان به خطای تصادفی با توزیع گوسی شکل نسبت داد که عوامل متنوعی دارد. برای مثال می‌تواند ناشی از خطای کاربر در حین انتخاب بصری منحنی‌های پاشش هنگام تحلیل امواج سطحی باشد. نکته قابل توجه درباره خطا در توموگرافی امواج



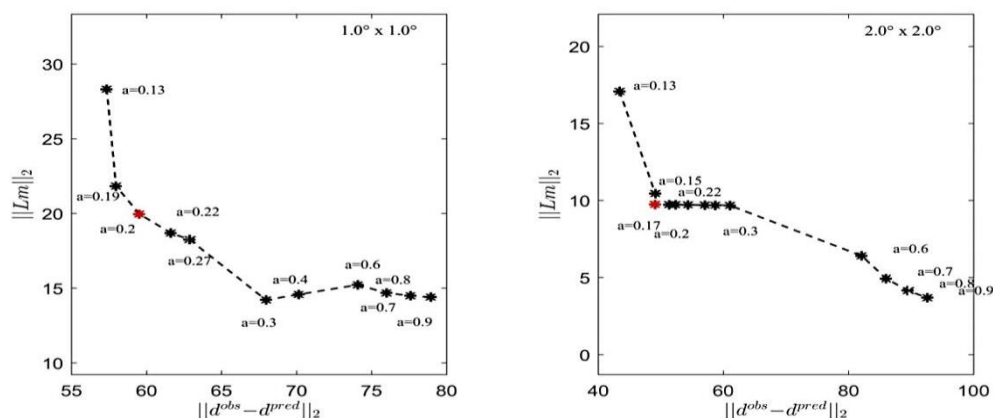
شکل ۵: تعیین پارامتر منظم‌سازی λ با استفاده از مقادیر اختلاف مدل به دست آمده از وارون‌سازی با مدل اصلی، $\|m - \hat{m}\|_2$ ، در حضور نوفه ۳٪. فواصل شبکه‌بندی در گوشه بالا سمت چپ هر تصویر نشان داده شده است.

وارون‌سازی، نقشه‌های توموگرافی برای داده مصنوعی در حضور نوفه به دست آمدند (شکل ۷). مدل $1^\circ \times 1^\circ$ به دست آمده از روش تیخونوف مرتبه اول (شکل ۷-ج) در حضور نوفه در مقایسه با شکل ۴-و که نوفه لحاظ نشده است اختلاف بیشتری نسبت به مدل اصلی دارد که این اختلاف در مدل $2^\circ \times 2^\circ$ کم‌تر می‌شود. خطای RMS و نرم اختلاف بین مدل واقعی و مدل به دست آمده ($\|m - \hat{m}\|_2$) محاسبه و در جدول ۲ نشان داده شده اند. مقایسه جداول ۱ و ۲ نشان می‌دهد که مقادیر RMS و $\|m - \hat{m}\|_2$ در داده‌هایی که تحت تاثیر نوفه قرار گرفته‌اند افزایش می‌یابد که بیان‌گر توانایی ضعیف‌تر بازیابی پاسخ صحیح در حضور نوفه برای هر دو روش است. با توجه به جدول ۲ و شکل ۷ می‌توان نتیجه گرفت که در مقایسه با روش وارون‌سازی تیخونوف، توموگرافی دوبعدی یانوسکایا در حضور نوفه در بازیابی مدل توانایی ضعیف‌تری را ارائه می‌دهد. هرچند که مدل $2^\circ \times 2^\circ$ نسبت به مدل مصنوعی $1^\circ \times 1^\circ$ بهتر تخمین زده شده است.

کمترین اختلاف مدل تخمین زده شده و اصلی برای مدل‌های مصنوعی $1^\circ \times 1^\circ$ و $2^\circ \times 2^\circ$ به ترتیب مربوط به λ با مقادیر تقریبی ۲۴۹۸ و ۲۹۷۴ می‌باشند.

۳-۳-۲ وارون‌سازی به روش یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰

در این بخش، متناسب با داده جدید، ورودی برنامه یانوسکایا نیز تغییر کرده و سرعت میانگین نوفه‌دار به عنوان داده، وارد وارون‌سازی می‌شود. در این مرحله مقدار پارامتر σ به پیشنهاد خود برنامه ۳ در نظر گرفته می‌شود و مقدار پارامتر مناسب α مطابق با آنچه که قبلاً توضیح داده شد برای هر دو مدل انتخاب می‌شود. شکل ۶ مقادیر عدم برازش و ناهم‌واری را برای هر دو مدل در صورت وجود نوفه نشان می‌دهد. در حضور نوفه، مقادیر α ۰/۲ و ۰/۱۷ به ترتیب برای مدل با شبکه‌بندی $1^\circ \times 1^\circ$ و $2^\circ \times 2^\circ$ انتخاب شدند. در نهایت به کمک پارامترهای منظم‌سازی تعیین شده برای هر دو روش



شکل ۶: منحنی ال برای تعیین مناسب‌ترین پارامتر α برای روش یانوسکایا و دیتمار (۱۹۹۰) در حالتی که داده تحت تاثیر نوفه ۳٪ می‌باشد. فواصل شبکه‌بندی برای هر مدل مصنوعی در گوشه بالا سمت راست هر تصویر نشان داده شده است.

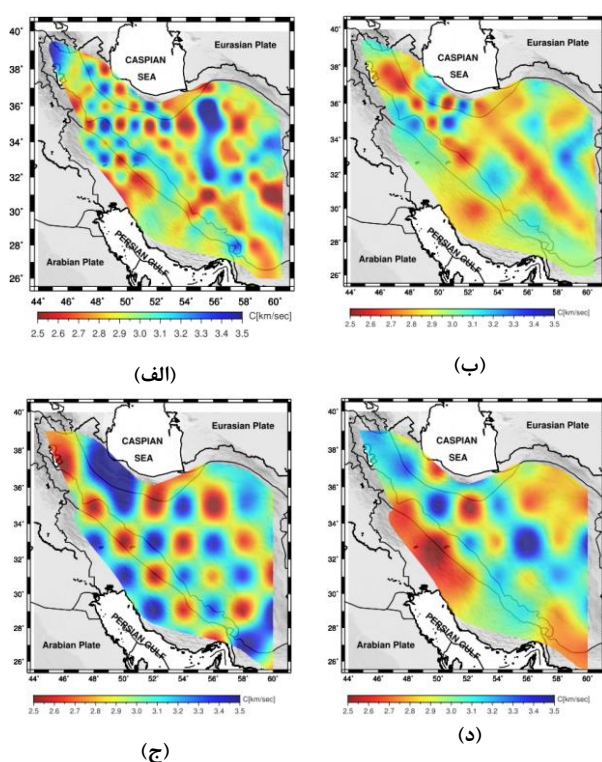
جدول ۲: مقایسه خطای جذر میانگین مربعات (ثانیه) و نرم اختلاف بین مدل واقعی و مدل توموگرافی حاصل از هر دو روش وارون سازی (متر بر ثانیه) در حضور نوفه.

روش یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰		روش تیخونوف مرتبه اول		ابعاد شبکه بندی RMS $\ m - \hat{m}\ _2$
$1^\circ \times 1^\circ$	$2^\circ \times 2^\circ$	$1^\circ \times 1^\circ$	$2^\circ \times 2^\circ$	
۳/۱۱	۲/۵۴	۳/۴	۲/۳	
۲/۴	۲/۲	۰/۸۹	۰/۴۳	

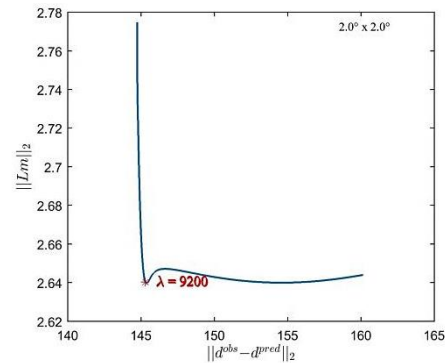
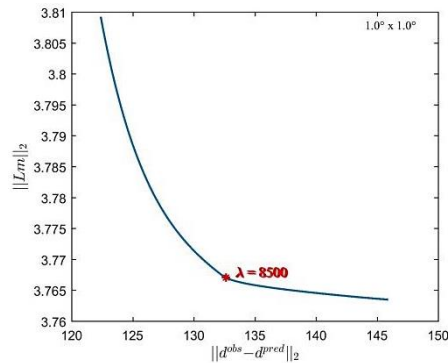
در زمین نشان می دهد. همان گونه که از شکل ۱۰ دریافت می شود سرعت فاز در دوره تناوب ۳۰ ثانیه تحت تاثیر ساختار سرعت موج برشی در پوسته پایینی و بخش فوقانی گوشته بالایی است که ساختار تکتونیکی موجود در این اعماق را نشان می دهد که در بخش ۵ به تفصیل به توضیح درباره نتایج می پردازیم.

۴- مقایسه دو روش با استفاده از داده های واقعی

پس از مقایسه روش های توموگرافی با استفاده از داده مصنوعی، نوبت به استفاده از داده واقعی می رسد. پس از انتخاب داده های دور لرز ثبت شده در دو ایستگاه واقع بر روی یک دایره عظیمه و پردازش های اولیه شامل حذف اثر دستگاهی، تصحیح خط مبنا، تصحیح انحراف از میانگین و اعمال فیلتر میان گذر، مد اصلی امواج ریلی با استفاده از برنامه (Hermann, 2013) do_mft استخراج می شود. این برنامه با اعمال فیلترهای چندگانه و نمایش پوش های انرژی برای یک بازه دوره تناوب، مد اصلی موج ریلی که بیشترین مقدار را نسبت به سایر مد ها دارد را به دست آورده و سپس منحنی پاشش سرعت فاز بین دو ایستگاهی حاصل از دو مد اصلی دریافت شده در دو ایستگاه را محاسبه می کند. سرعت فاز مربوط به پرتوهای دو ایستگاهی موجود در دوره تناوب ۳۰ ثانیه به عنوان داده مشاهده ای در نظر گرفته می شود. در توموگرافی به روش تیخونوف بر روی داده های واقعی، چالش اصلی انتخاب پارامتر منظم سازی λ است. برای دستیابی به این مقصود، از روش منحنی ال برای تخمین پارامتر مناسب λ استفاده می شود. برای محاسبه این منحنی، در یک بازه وسیع از مقادیر λ ، به ازای هر پارامتر منظم سازی، وارون سازی تیخونوف انجام شد. سپس نرم خطا و نرم مدل به دست آمده، محاسبه شدند. شکل ۸ نرم خطا و نرم مدل را نشان می دهد. پارمتر λ در حدود ۸۵۰۰ و ۹۲۰۰ به ترتیب برای مدل با شبکه بندی به فواصل $1^\circ \times 1^\circ$ و $2^\circ \times 2^\circ$ انتخاب شد. برای توموگرافی به روش یانوسکایا، مقدار α مطابق با آنچه که در بخش قبل درباره نحوه انتخاب مقدار بهینه α توضیح داده شده است، با استفاده از منحنی ال ۲/ و برای σ مقدار ۳ در نظر گرفته شد. نقشه های توموگرافی به دست آمده به کمک هر دو روش وارون سازی بر روی داده واقعی در ایران در شکل ۹ نشان داده شده است. با استفاده از مدل سرعتی که در موسسه ژئوفیزیک برای تعیین محل زمین-لرزه ها استفاده می شود کرنل حساسیت موج ریلی برای دوره تناوب ۳۰ ثانیه به کمک برنامه هرمن (Hermann, 2013) محاسبه شد (شکل ۱۰). کرنل حساسیت، رابطه سرعت فاز را به تغییرات جانبی ساختارهای موجود



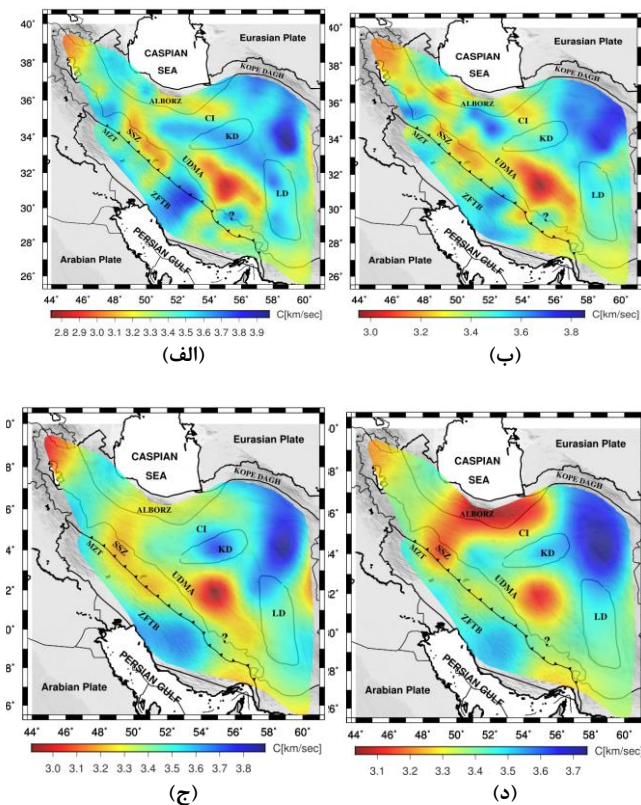
شکل ۷: نتایج حاصل از توموگرافی مدل مصنوعی آزمون شطرنجی برای داده های آغشته به نوفه ۳٪ با استفاده از وارون سازی تیخونوف مرتبه اول (الف و ج) و روش توموگرافی یانوسکایا و دیتمار (۱۹۹۰) (ب و د) به ترتیب برای مدل با شبکه بندی به فواصل $1^\circ \times 1^\circ$ و $2^\circ \times 2^\circ$.



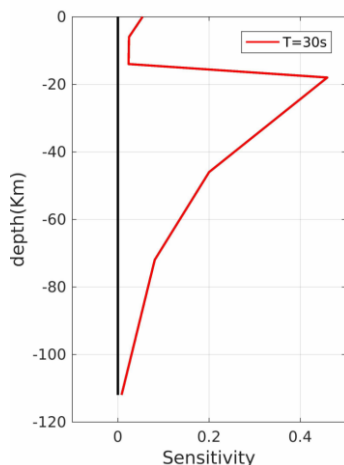
شکل ۸: منحنی ال برای تعیین مناسب‌ترین پارامتر λ برای روش تیخونوف مرتبه اول با استفاده از داده واقعی. فواصل شبکه‌بندی برای هر مدل مصنوعی در گوشه بالا سمت راست هر تصویر نشان داده شده است.

برای ارزیابی کمی نتایج توموگرافی، به بررسی عدم قطعیت پاسخ هر دو روش می‌پردازیم. برای تخمین عدم قطعیت مدل به‌دست آمده از روش تیخونوف مرتبه اول، ماتریس کوواریانس مدل پسین (Posteriori) را محاسبه می‌کنیم (Tarantola, 2005). این ماتریس نشان می‌دهد که چگونه خطای موجود در داده ورودی در پارامترهای مدل بازتابی شده انتشار می‌یابد. جذر ریشه عناصر قطر اصلی این ماتریس عدم قطعیت مطلق پارامترهای مدل را می‌دهد. شکل ۱۱ خطای استاندارد برای پارامترهای مدل حاصل از روش تیخونوف و خطای اعلام شده در خروجی مدل وارون-سازی روش یانوسکایا و دیتما را برای هر دو شبکه‌بندی با هم مقایسه می‌کند. در شکل کاملاً مشهود است که عدم قطعیت مطلق روش تیخونوف در بازه به‌مراتب کمتری نسبت به روش یانوسکایا-دیتما ۱۹۹۰ قرار گرفته است. از این شکل می‌توان استنباط کرد که نتایج توموگرافی تیخونوف مرتبه اول در مقایسه با روش یانوسکایا-دیتما ۱۹۹۰ به مدل واقعی نزدیک‌تر می‌باشند. نکته قابل توجه در این شکل، خطای به‌دست آمده در شمال غرب زاگرس و جنوب غرب البرز (ناحیه مشخص شده با مستطیل سیاه رنگ) است که در روش‌های تیخونوف مرتبه اول و یانوسکایا-دیتما ۱۹۹۰ به‌ترتیب، کم‌ترین و بیشترین میزان خطا را نشان می‌دهند. این بخش از ناحیه مورد مطالعه همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود دارای پوشش پرتو مناسب است. لذا انتظار می‌رود وارون‌سازی در این ناحیه نتیجه‌ای را ارائه بدهد که با کمترین خطا، تطبیق قابل قبولی با مدل واقعی داشته باشد. این اختلاف را می‌توان به تفاوت دو روش در توموگرافی و میانگین-گیری سرعت در روش یانوسکایا-دیتما ۱۹۹۰ نسبت داد.

خطای استاندارد در مدل شبکه‌بندی $2^\circ \times 2^\circ$ مقادیر کمتری را نسبت به $1^\circ \times 1^\circ$ برای هر دو روش نشان می‌دهد. البته باید به این نکته نیز اشاره کرد که با بزرگ کردن ابعاد شبکه‌بندی قادر به بازتابی ساختارهای جزئی نمی‌باشیم شکل ۹ (ب و ج).



شکل ۹: نتایج حاصل از توموگرافی سرعت فاز (که با حرف C در نوار رنگ نشان داده شده است) امواج ریلی ثبت شده در ایستگاه‌های باندپهن ایران، برای دوره تناوب 30° ثانیه با استفاده از وارون‌سازی تیخونوف مرتبه اول (الف و ج) و روش توموگرافی یانوسکایا و دیتما ۱۹۹۰ (ب و د) به‌ترتیب برای مدل با شبکه‌بندی به فواصل $1^\circ \times 1^\circ$ و $2^\circ \times 2^\circ$.



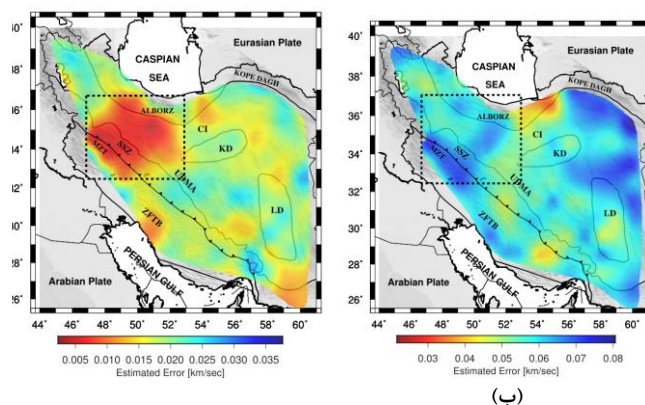
شکل ۱۰: کرنل حساسیت سرعت موج برشی مد اصلی موج ریلی در دوره تناوب ۳۰ ثانیه.

مقادیر مطلق اختلاف زمان سیر مشاهده شده و محاسبه شده حاصل از هر دو روش برای مدل با شبکه بندی به فواصل $1^\circ \times 1^\circ$ و $2^\circ \times 2^\circ$ در شکل ۱۲ نشان داده شده اند. جذر میانگین مربعات اختلاف زمان سیر در شکل با خطوط ممتد نشان داده شده اند. در حالت $1^\circ \times 1^\circ$ ، مقدار عدم برازش از $7/07$ در روش یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰ به $6/78$ در روش تیخونوف مرتبه اول کاهش می یابد. این روند کاهش در حالت $2^\circ \times 2^\circ$ نیز با اختلاف کمتر، از $7/59$ به $7/44$ نیز دیده می شود (جدول ۳).

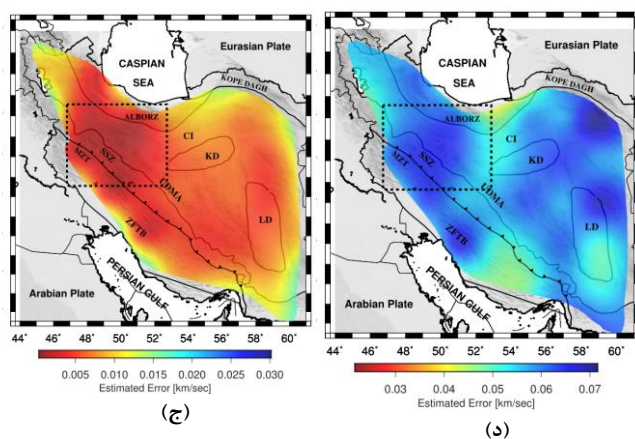
۵- بحث و نتیجه گیری

در این مطالعه ما به بررسی دو روش توموگرافی با منظم سازی تیخونوف و روش یانوسکایا و دیتمار (۱۹۹۰) با استفاده از داده مصنوعی و داده واقعی پرداختیم. نتایج مقایسه داده های مصنوعی هر دو روش بدون حضور نوفه نشان داد که با توجه به چگالی و پوشش پرتو در این مطالعه، نتایج توموگرافی حاصل از مدل مصنوعی با شبکه بندی به فواصل $0/5^\circ \times 0/5^\circ$ جواب قابل اعتمادی را نمی دهد. بیشترین تطابق با مدل اصلی برای شبکه بندی $2^\circ \times 2^\circ$ دیده می شود. در حالی که در مدل بازیابی شده ساختارهای جزئی دیده نمی شوند. برای مدل مصنوعی $1^\circ \times 1^\circ$ ، نتیجه حاصل از وارون سازی تیخونوف نتایج مطلوبی را نشان می دهد که با توجه به پوشش پرتو ها بیانگر ابعاد شبکه بندی قابل قبول برای این مطالعه می باشد.

اختلاف موجود در نتایج به دست آمده از هر دو روش را می توان به وجود خطا در روش یانوسکایا نسبت داد. این میزان خطا که حتی بدون حضور نوفه در داده در حد خطای تصادفی است، ناشی از وجود تقریب در این روش است. حضور این خطای تصادفی از میزان توانایی بازیابی این روش در مقایسه با تیخونوف می کاهد. مدل های به دست آمده از هر دو روش در حضور نوفه نیز خبر از عملکرد بهتر وارون سازی تیخونوف می دهد. این پدیده را شاید بتوان به نحوه تعریف کرنل و در نظر گرفتن ناحیه فرسندل در روش یانوسکایا نسبت داد.

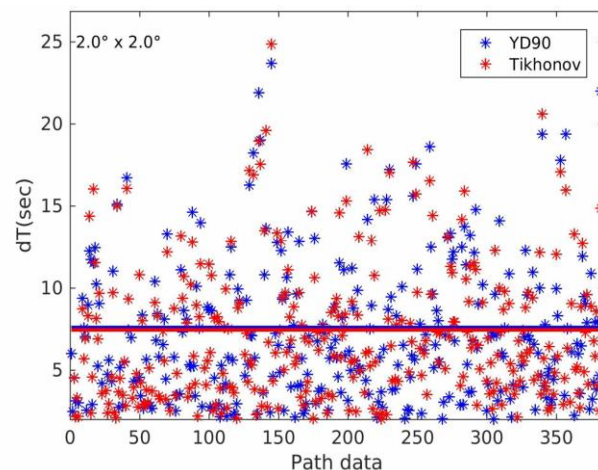
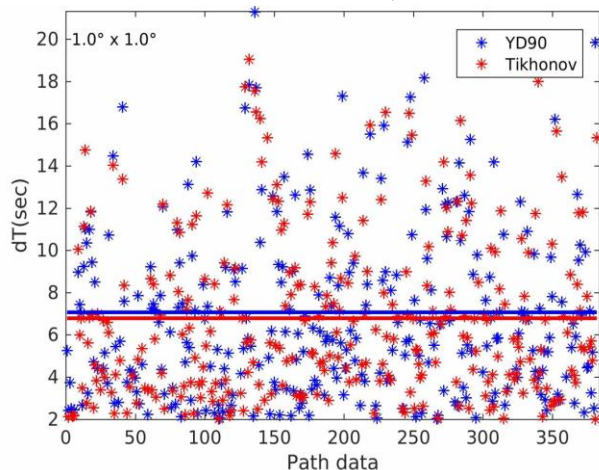


(الف)



(د)

شکل ۱۱: مقایسه خطای استاندارد مدل برآورد شده با استفاده از وارون سازی تیخونوف مرتبه اول (الف و ج) و روش توموگرافی یانوسکایا و دیتمار ۱۹۹۰ (ب و د) به ترتیب برای مدل با شبکه بندی به فواصل $1^\circ \times 1^\circ$ و $2^\circ \times 2^\circ$.



شکل ۱۲. مقایسه اختلاف زمان سیر مشاهده شده و محاسبه شده برای دو روش یانوسکایا-دیتمار (YD90) و روش تیخونوف مرتبه اول. خط‌های ممتد، خطای جذر میانگین مربعات (ثانیه) به‌دست آمده از هر دو روش است.

سنندج-سیرجان به‌دلیل روراندگی پوسته ایران مرکزی روی پوسته زاگرس در طول گسل اصلی راندگی زاگرس (MZT) است (Motaghi et al, 2017). آنومالی سرعت بالا دیده شده در نتایج توموگرافی در زیر ناحیه زاگرس و سنندج-سیرجان به دلیل وجود پوسته ضخیم، سرد و پر سرعت عربستان است. در حالی‌که ناحیه ارومیه دختر و ایران مرکزی تحت تاثیر پوسته گرم و کم سرعت‌تر صفحه ایران قرار گرفته‌اند. در امتداد زون سنندج-سیرجان از شمال غرب به جنوب شرق یک روند افزایش سرعت در هر دو نقشه توموگرافی مشاهده می‌شود. شادمنان و شمالی (۲۰۱۱) نشان دادند که عمق آنومالی پرسرعت در کمربند زاگرس از شمال به جنوب افزایش می‌یابد و این پدیده را مرتبط با افزایش نرخ همگرایی در این ناحیه دانستند. در نقشه توموگرافی به‌دست آمده از روش تیخونوف، در جنوب ناحیه سنندج-سیرجان و ارومیه دختر یک آنومالی پر سرعت دیده می‌شود که با علامت سوال در شکل؟ نشان داده شده است. این آنومالی در نقشه توموگرافی یانوسکایا-دیتمار مشاهده نمی‌شود. می‌توان این آنومالی را با نتیجه شادمنان و شمالی (۲۰۱۱) تفسیر کرد و آن را ناشی از هندسه، شیب صفحه فرورونده و افزایش نرخ همگرایی در امتداد گسل اصلی زاگرس از شمال به جنوب دانست که منجر به انتقال ناحیه پر سرعت به شرق ناحیه درز زاگرس شده است.

نتایج توموگرافی به‌دست آمده به روش تیخونوف نشان می‌دهد که سرعت فاز در شرق، جنوب غرب و غرب ناحیه البرز (ALBORZ) بیشتر از مرکز آن می‌باشد. هم‌چنین آنومالی دیده شده در غرب ناحیه البرز سرعت کمتری نسبت به شرق آن دارد که تطبیق قابل قبولی با نتایج گزارش شده توسط متقی و همکاران (۲۰۱۱) دارد. این تفاوت سرعت را می‌توان به ضخامت متفاوت پوسته که ناشی از توپوگرافی متغیر موهو در ناحیه البرز است نسبت داد (Tatar et al, 2007; Sodoudi et al., 2009). نقشه توموگرافی حاصل از روش یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰ چنین آنومالی سرعت بالا در شرق و جنوب غرب البرز را نشان نمی‌دهد.

متقی و همکاران (۲۰۱۳) با استفاده از نوفه‌های محیطی نقشه‌های توموگرافی سرعت فاز و گروه را برای ایران به‌دست آوردند. در ناحیه کپه

در گام بعدی، با استفاده از سرعت فاز به‌دست آمده از زلزله‌های دور لرز، نقشه‌های توموگرافی در دوره تناوب ۳۰ ثانیه برای هر دو ابعاد شبکه‌بندی به کمک دو روش مذکور به‌دست آمدند. شکل ۹ نتایج توموگرافی برای هر دو روش وارون‌سازی در دو حالت شبکه‌بندی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل ۱۰ برداشت می‌شود، سرعت فاز در دوره تناوب ۳۰ ثانیه، به نوعی تحت تاثیر میانگین سرعت موج برشی در پوسته پایینی و بخش فوقانی گوشته بالایی است. از آن‌جایی که مدل مصنوعی $1^\circ \times 1^\circ$ ساختارهای بیشتری را برای تفسیر آشکار کرده است در ادامه به بررسی شواهد یافت شده از نقشه‌های توموگرافی به‌دست آمده در این ابعاد شبکه‌بندی می‌پردازیم. مدل‌های سرعت به‌دست آمده برای شبکه‌بندی $1^\circ \times 1^\circ$ در نگاه اول به‌نظر می‌رسد که تقریباً ساختارهای مشابهی را بازایی کرده اند. برای مثال می‌توان به آنومالی کم سرعت در شمال ناحیه سنندج-سیرجان (SSZ) که در نقشه‌های به‌دست آمده از هر دو روش مشاهده می‌شود اشاره کرد. این کاهش در سرعت فاز را می‌توان ناشی از ضخیم‌شدگی پوسته در زیر این ناحیه به دلیل تصادم صفحه اوراسیا با عربستان دانست (Paul et al, 2006, 2010; Mohammadi et al, 2013). این ضخیم‌شدگی موجب شده است که سرعت فاز در این ناحیه وابسته به سرعت موج برشی در پوسته باشد و کم‌تر تحت تاثیر سرعت گوشته بالایی قرار بگیرد. در شکل‌های ۹ (الف و ب) در جنوب کمربند چین خورده و راندگی زاگرس (ZFTB) و غرب ناحیه درز (suture zone) زاگرس یک آنومالی پر سرعت دیده می‌شود که به‌سمت ناحیه ارومیه دختر (UDMA) و ایران مرکزی (CI) سرعت کاهش می‌یابد. چنین روندی در مطالعه شادمنان و شمالی (۲۰۱۰) نیز دیده شده است. مطالعات صورت گرفته بر روی ضخامت پوسته و لیتوسفر نشان می‌دهد که ضخامت پوسته در زاگرس در حدود ۵۰ کیلومتر است که در زیر زون سنندج-سیرجان به بیشترین ضخیم‌شدگی در حدود ۶۷ کیلومتر و در ادامه در ایران مرکزی، ضخامت به کمترین مقدار خود حدود ۴۰ کیلومتر می‌رسد (Paul et al, 2006; Motaghi et al, 2012; Motaghi et al, 2017). چنین تغییر ناگهانی ضخامت و سرعت حاکی از وجود پوسته شکسته شده در زیر ناحیه

۶-منابع

- Aki, K., Christoffersson, A. and Husebye, E. S., 1977, Determination of the three-dimensional seismic structure of the lithosphere, *J. geophys. Res.*, 82(2), 277-296.
- Badal, J., Corchete, V., Payo, G., Canas, J. A., Pujades, L. and Serón, F. J., 1990, Processing and inversion of long-period surface-wave data collected in the Iberian Peninsula, *Geophys. J. Int.*, 100, 193-202.
- Badal, J., Corchete, V., Payo, G., Serón, F. J., Canas, J. A. and Pujades, L., 1992, Deep structure of the Iberian Peninsula determined by Rayleigh wave velocity inversion, *Geophys. J. Int.*, 108, 71-88.
- Backus, G.E. and Gilbert, F., 1968, The resolving power of gross Earth data, *Geophys. J.*, 16, 169-205.
- Barmin, M. P., Ritzwoller, M. H. and Levshin, A. L., 2001, A fast and reliable method for surface wave tomography, *Pure Appl. Geophys.*, 158, 1351-1375.
- Boschi, L. and Ekström, G., 2002, New images of the Earth's upper mantle from measurements of surface wave phase velocity anomalies, *J. geophys. Res.*, 107(B4), 2059.
- Chen, M., Huang, H., Yao, H., Hilst, R. and Niu, F., 2014, Low wave speed zones in the crust beneath SE Tibet revealed by ambient noise adjoint tomography, *Geophys. Res. Lett.*, 41(2), 334-340.
- Chiao, L. Y. and Kuo, B. Y., 2001, Multiscale seismic tomography, *Geophys. J. Int.*, 145(2), 517-527.
- Chiao, L. Y. and Liang, W. T., 2003, Multiresolution parameterization for geophysical inverse problems, *Geophysics.*, 68(1), 199-209.
- Gao, H. and Shen, Y., 2014, Upper mantle structure of the Cascades from full-wave ambient noise tomography: evidence for 3D mantle upwelling in the back-arc, *Earth planet. Sci. Lett.*, 390, 222-233.
- Ditmar, P. G. and Yanovskaya, T. B., 1987, Generalization of the Backus-Gilbert method for estimation of the horizontal variations of surface wave velocity, *Izvestiya of the Academy of Sciences of the USSR Physics of the Solid Earth English Translation*, 23(6), 470-477.
- Debayle, E. and Sambridge, E. M., 2004, Inversion of massive surface wave data sets: Model construction and resolution assessment, *Journal of Geophysical Research.*, 109, B02316, doi:10.1029/2003JB002652.
- Ekstrom, G., Tromp, J. and Larson, E. W., 1997, Measurements and global models of surface wave propagation, *Journal of Geophysical Research*, 102(B4), 8137-8157.
- Fang, H. and Zhang, H., 2014, Wavelet-based double-difference seismic tomography with sparsity regularization, *Geophys. J. Int.*, 199(2), 944-955.
- Fang, H., Yao, H., Zhang, H., Huang, Y. C. and van der Hilst, R. D., 2015, Direct inversion of surface wave dispersion for three-dimensional shallow crustal structure based on ray tracing: methodology and application, *Geophys. J. Int.*, 201(3), 1251-1263.
- Galeti, E., Curtis, A., Baptie, B., Jenkins, D. and Nicolson,

داغ و کویر لوت (LD)، متقی و همکاران برای دوره تناوب ۳۲ ثانیه یک آنومالی کم سرعت را گزارش کرده‌اند که با نتایج به دست آمده از هر دو روش در تناقض است. از آنجایی که در این مطالعه پوشش پرتو منوط به داده‌های زلزله‌های دورلرز واقع بر روی یک دایره عظیمه است، لذا پوشش پرتو نسبت به مطالعه متقی و همکاران (۲۰۱۳) کمتر است و هر دو روش استفاده شده در این مطالعه نتوانسته‌اند این نواحی را به‌درستی بازیابی کنند. هر چند که نتایج یانوسکایا در ناحیه کپه داغ کشیدگی (smearing) بیشتری نسبت به وارون‌سازی تیخونوف مرتبه اول نشان می‌دهد.

نتایج روش تیخونوف یک آنومالی سرعت بالا در ناحیه دشت کویر (KD) را نشان می‌دهد که توسط متقی و همکاران (۲۰۱۳) نیز گزارش شده است ولی نتایج توموگرافی یانوسکایا-دیتمار ۱۹۹۰ برای این ناحیه، آنومالی سرعت نشان نمی‌دهد و سرعت در این ناحیه تقریباً برابر با سرعت میانگین می‌باشد.

محدوده تغییرات سرعت در روش یانوسکایا به دلیل همواری بیشتر ناشی از اعمال ناحیه فرسnel در محاسبات، کمتر از تغییرات سرعت مدل به دست آمده به روش تیخونوف می‌باشد (شکل ۹). در روش یانوسکایا، سرعت میانگین به جای اینکه در طول پرتو محاسبه شود، تحت تاثیر ناحیه فرسnel در اطراف پرتو و ساختارها و مدل‌های سرعتی در این ناحیه قرار می‌گیرد. بنابراین نتایج وارون‌سازی را نمی‌توان به سلول‌هایی که در طول مسیر پرتو قرار دارند نسبت داد. نکته قابل توجه در این موضوع این است که طول تعداد کمی از پرتو موجود در این مطالعه در حدود ۱۱۰۰ کیلومتر و بیشتر پرتوها دارای طول میانگین ۴۰۰ کیلومتر هستند، با در نظر گرفتن دوره تناوب ۳۰ ثانیه و سرعت فاز میانگین تقریبی ۳/۳ کیلومتر بر ثانیه، عرض ناحیه فرسnel کمتر از ۱۰۰ کیلومتر و کمتر از ابعاد شبکه‌بندی $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ است. نتایج حاصل از روش یانوسکایا برای مدل مصنوعی $2^{\circ} \times 2^{\circ}$ در حضور نوفه نیز نشان می‌دهد که این روش، قدرت تفکیک مناسبی حتی در بخش شمال غرب زاگرس که از پوشش مناسب پرتو برخوردار است نیز نداشته و به‌علت میان‌گیری در این ناحیه مدل هموارتری را نسبت به روش تیخونوف ارائه می‌کند. نتایج این مقاله نشان می‌دهد که استفاده از روش تیخونوف در مطالعات محلی و ناحیه‌ای که اعمال ناحیه فرسnel در محاسبات از اهمیت کمتری نسبت به مطالعه‌های جهانی برخوردار است منجر به یک جواب با تفکیک جانبی بهتر و شناسایی ساختارهای جزئی‌تر نسبت به روش یانوسکایا می‌شود.

جدول ۳: مقایسه خطای جذر میانگین مربعات (ثانیه) برای نتایج حاصل از هر دو روش توموگرافی.

روش یانوسکایا- دیتمار ۱۹۹۰	روش تیخونوف مرتبه اول	
۷/۰۷	۶/۷۸	مدل با شبکه‌بندی به فواصل $1^{\circ} \times 1^{\circ}$
۷/۵۹	۷/۴۴	مدل با شبکه‌بندی به فواصل $2^{\circ} \times 2^{\circ}$

- Global Seismology and Exploration Geophysics, Vol. 5, Springer Science & Business Media.
- Paige, C. C. and Saunders, M. A., 1982, LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares, *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 8(1), 43-71.
- Paul, A., Kaviani, A., Hatzfeld, D., Vegne, J. and Mokhtari, M., 2006, Seismological evidence for crustal-scale thrusting in the Zagros mountain belt (Iran), *Geophys. J. Int.*, 166, 227-237.
- Paul, A., Hatzfeld, D., Kaviani, A., Tatar, M. and Pequegnat, C., 2010, Seismic imaging of the lithospheric structure of the Zagros mountain belt (Iran), *Geol Soc London Spec Publ.*, 330, 5-18.
- Pilz, M., Parolai, S., Picozzi, M. and Bindi, D., 2012, Three-dimensional shear wave velocity imaging by ambient seismic noise tomography, *Geophys. J. Int.*, 189(1), 501-512.
- Pollitz, F. and Snoke, J. A., 2010, Rayleigh-wave phase-velocity maps and three-dimensional shear velocity structure of the western US from local non-plane surface wave tomography, *Geophys. J. Int.*, 180(3), 1153-1169.
- Ritzwoller, M. H., Shapiro, N. M., Barmin, M. P. and Levshin, A. L., 2002, Global surface wave diffraction tomography, *Journal of Geophysical Research*, 107(B12), ESE-4.
- Schivardi, R. and Morelli, A., 2009, Surface wave tomography in the European and Mediterranean region, *Geophys. J. Int.*, 177(3), 1050-1066.
- Shad Manaman, N. and Shomali, H., 2010, Upper mantle S-velocity structure and Moho depth variations across Zagros belt, Arabian-Eurasian plate boundary, *Phys Earth Planet Inter.*, 180, 92-103.
- Shad Manaman, N., Shomali, H. and Hemin, K., 2011, New constraints on upper-mantle S-velocity structure and crustal thickness of the Iranian plateau using partitioned waveform inversion, *Geophys. J. Int.*, 184, 247-267.
- Shapiro, N. and Ritzwoller, M., 2002, Monte-Carlo inversion for a global shear-velocity model of the crust and upper mantle, *Geophys. J. Int.*, 151(1), 88-105.
- Shapiro, N. M., Campillo, M., Stehly, L. and Ritzwoller, M. H., 2005, High-resolution surface wave tomography from ambient seismic noise, *Science*, 307(March), 1615-1618.
- Silveira, G. and Stutzmann, E., 2002, Anisotropic tomography of the Atlantic Ocean. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 132(4), 237-248.
- Simons, F.J., Zielhuis, A. and van der Hilst, R.D., 1999, The deep structure of the Australian continent from surface wave tomography, *Develop. Geotect.*, 24, 17-43.
- Simons, F.J., van der Hilst, R.D., Montagner, J.P. and Zielhuis, A., 2002, Multimode Rayleigh wave inversion for heterogeneity and azimuthal anisotropy of the Australian upper mantle, *Geophys. J. Int.*, 151, 738-754.
- Simons, F.J., Loris, I., Nolet, G., Daubechies, I.C., Voronin, S., Judd, J. S., Vetter, P.A., Charely, J. and Vonesch, C., 2011, Solving or resolving global tomographic models with spherical wavelets, and the scale and sparsity of seismic heterogeneity, *Geophys. J. Int.*, 187(2), 969-980.
- H., 2016, Transdimensional Love-wave tomography of the British Isles and shear-velocity structure of the East Irish Sea Basin from ambient-noise interferometry, *Geophys. J. Int.*, 57, 847-862.
- Hansen, P.C. and OLeary, D.P., 1993, The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems, *SIAM J. Sci. Comput.*, 14:1487-1503.
- Herrmann, R.B., 2013, Computer programs in seismology: an evolving tool for instruction and research, *Seismol. Res. Lett.*, 84, 1081-1088.
- Hung, S.H., Chen, W.P. and Chiao, L.Y., 2011, A data-adaptive, multiscale approach of finite-frequency, traveltimes tomography with special reference to P and S wave data from central Tibet, *J. Geophys. Res.*, 116(B6), B06307.
- Leveque, J. J., Rivera, L. and Wittlinger, G., 1993, On the use of the checker-board test to assess the resolution of tomographic inversions, *Geophys. J. Int.*, 115, 313-318.
- Lin, F.C., Ritzwoller, M. H. and Snieder, R., 2009, Eikonal tomography: Surface wave tomography by phase front tracking across a regional broadband seismic array, *Geophys. J. Int.*, 177(3), 1091-1110.
- Lin, F.C., Moschetti, M. P. and Ritzwoller, M. H., 2008, Surface wave tomography of the western United States from ambient seismic noise: Rayleigh and Love wave phase velocity maps, *Geophys. J. Int.*, 173(1), 281-298.
- Lin, F.C. and Ritzwoller, M. H., 2011, Helmholtz surface wave tomography for isotropic and azimuthally anisotropic structure, *Geophys. J. Int.*, 186(3), 1104-1120.
- Liu, C. and Huajian, Y., 2017, Surface Wave Tomography with Spatially Varying Smoothing Based on Continuous Model Regionalization, *Pure Appl. Geophys.*, 174, 937-953, doi: 10.1007/s00024-016-1434-5.
- Loris, I., Nolet, G., Daubechies, I. and Dahlen, F.A., 2007, Tomographic inversion using 1-norm regularization of wavelet coefficients, *Geophys. J. Int.*, 170(1), 359-370.
- Mohammadi, N., Sodoudi, F., Sadidkhouy, A. and Mohammadi, E., 2013, New constraints on lithospheric thickness of the Iranian plateau using converted waves, *J. Seismol.*, 17, 883-895.
- Montagner, J.P., 1986, Regional three-dimensional structures using long period surface waves, *Annales Geophysicae*, 4, 283-294.
- Montagner, J.P. and Tanimoto, T., 1991, Global upper mantle tomography of seismic velocities and anisotropies, *Journal of Geophysical Research*, 96(B12), 20337-20351.
- Mottaghi, A. A., Rezapour, M. and Korn, M., 2013, Ambient noise surface wave tomography of the Iranian Plateau, *Geophys. J. Int.* (2013) 193, 452-462.
- Motaghi, K., Shabanian, E. and Kalvandi, F., 2017, Underplating along the northern portion of the Zagros suture zone, Iran, *Geophys. J. Int.*, 210 (1), 375-389.
- Motaghi, K., Tatar, M. and Priestley, K., 2012, Crustal thickness variation across the northeast Iran continental collision zone from teleseismic converted waves, *J. Seismol.*, 16, 253-260.
- Nolet, G., 1987, *Seismic Tomography: With Applications in*

- ray theory on a laterally heterogeneous Earth, *Geophys. J. Int.*, 123, 757-773.
- Woodhouse, J.H. and Dziewonski, A.M., 1984, Mapping the upper mantle: three-dimensional modeling of Earth structure by inversion of seismic waveforms, *J. geophys. Res.*, 89(B7), 5953-5986.
- Yanovskaya, T. B., Kizima, E. S. and Antonova, L. M., 1998, Structure of the crust in the Black Sea and adjoining regions from surface wave data, *J. Seismol.*, 2, 303-316.
- Yanovskaya, T. B. and Ditmar, P. G., 1990, Smoothness criteria in surface wave tomography, *Geophys. J. Int.*, 102, 63-72.
- Yao, H., Beghein, C. and Van Der Hilst, R. D., 2008, Surface wave array tomography in SE Tibet from ambient seismic noise and two-station analysis-II, Crustal and upper-mantle structure, *Geophys. J. Int.*, 173(1), 205-219.
- Yao, H., van der Hilst, R. D. and Montagner, J.-P., 2010, Heterogeneity and anisotropy of the lithosphere of SE Tibet from surface wave array tomography. *Journal of Geophysical Research.*, 115(B12).
- Yao, H., Xu, G., Zhu, L. and Xiao, X., 2005, Mantle structure from interstation Rayleigh wave dispersion and its tectonic implication in western China and neighboring regions. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 148, 39-54.
- Yoshizawa, K. and Kennett, B., 2004, Multimode surface wave tomography for the Australian region using a three-stage approach incorporating finite frequency effects, *Journal of Geophysical Research*, 109(B2), B02310, doi:10.1029/2002JB002254.
- Zhang, X., Curtis, A., Galetti, E. and Ridder, S., 2018, 3D Monte Carlo Surface Wave Tomography, *Geophys. J. Int.*, 215(3), 1644-1658.
- Zhou, Y., Nolet, G., Dahlen, A. and Laske, G., 2006, Global upper-mantle structure from finite-frequency surface-wave tomography, *J. geophys. Res.*, 111, B04304.
- Zhu, H., Bozdağ, E., Peter, D. and Tromp, J., 2012, Structure of the European upper mantle revealed by adjoint tomography, *Nat. Geosci.*, 5(7), 493-498.
- Sodoudi, F., Yuan, X., Kind, R., Heit, B. and Sadidkhouy, A., 2009, Evidence for a missing crustal root and a thin lithosphere beneath the Central Alborz by receiver function studies, *Geophys. J. Int.*, 177(2), 733-742.
- Spakman, W. and Nolet, G., 1988, Imaging algorithms, accuracy and resolution in delay-time tomography, in *Mathematical Geophysics*, eds Vlaar N.J., Nolet, G., Wortel, M.J.R. & Cloetingh, S.A.P.L., pp. 155-187, Hingham, Mass., Reidel.
- Spetzler, J. and Snieder, R., 2001, The effect of small-scale heterogeneity on the arrival time of waves, *Geophys. J. Int.*, 145, 786-796.
- Tape, C., Liu, Q., Maggi, A. and Tromp, J., 2010, Seismic tomography of the southern California crust based on spectral-element and adjoint methods, *Geophys. J. Int.*, 180(1), 433-462.
- Tarantola, A. and Nercissian, A., 1984, Three-dimensional inversion without blocks, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 76, 299-306.
- Tarantola, A., 2005, *Inverse Problem Theory and Model Parameter Estimation*, SIAM.
- Tatar, M., Jackson, J., Hatzfeld, D., Bergman, E., 2007, The 2004 May 28 Baladeh earthquake (M_w 6.2) in the Alborz, Iran: overthrusting the South Caspian Basin margin, partitioning of oblique convergence and the seismic hazard of Tehran, *Geophys. J. Int.*, 170(1), 249-261.
- Tikhonov, A.N. and Arsenin, V.Y., 1977, *Solutions of Ill-posed Problems*, VH Winston and Sons, Washington, DC.
- Trampert, J. and Woodhouse, J.H., 1995, Global phase velocity maps of Love and Rayleigh waves between 40 and 150 seconds, *Geophys. J. Int.*, 122(2), 675-690.
- Trampert, J. and Snieder, R., 1996, Model estimations biased by truncated expansions: possible artifacts in seismic tomography, *Science.*, 271, 1257-1260.
- VanDecar, J.C. and Snieder, R., 1994, Obtaining smooth solutions to large, linear, inverse problems, *Geophysics.*, 59(5), 818-829.
- Wang, Z. and Dahlen, F. A., 1995, Validity of surface-wave



Shahrood University of Technology

JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS

(JRAG)

2019, VOL 5, No 1

(DOI): 10.22044/JRAG.2018.7579.1217



Iranian Geophysical Society-1975

Comparison of surface wave tomography results using the first order Tikhonov regularization and Yanovskaya-Ditmar (1990) method

Najmieh Mohammadi¹, Habib Rahami^{2*} and Ali Gholami²

1- Ph.D Candidate, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Associate Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

Received: 23 October 2018; Accepted: 27 December 2018

Corresponding author: rahimih@ut.ac.ir

Keywords

Surface wave tomography
Tikhonov regularization
Yanovskaya-Ditmar method
Noise
Phase velocity

Extended Abstract

Summary

Two-dimensional (2-D) surface wave tomography is one of the most practical approach to reveal the lateral variation of phase/group velocity. Hence, various methods have been introduced to attain the more accurate images. In this paper, we compare two different tomography methods (Tikhonov regularization method and Yanovskaya-Ditmar method) and try to show their advantages and drawbacks resulted from their basic assumptions. We first investigate the lateral

resolution capability of the methods using the synthetic checkerboard test in cases of noise free and noise level of 3%. Synthetic models are considered with different grid spacings of $0.5^\circ \times 0.5^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ and $2^\circ \times 2^\circ$. Then, they were applied on real data containing phase velocity obtained from the teleseismic Rayleigh waves recorded at broad band stations located in Iran at the period of 30 s. A comparison of the results obtained from the Tikhonov regularization and Yanovskaya-Ditmar methods shows that the former method has a better lateral resolution than the latter method.

Introduction

Surface wave tomography has been used as a very popular method to determine lateral variations of phase or group velocity. Due to special conditions of data, surface wave travel time tomography is an ill-conditioned inverse problem and has non-unique solution. The conditions arise from the fact that the observed data are contaminated by noise, and also, distributed non-uniformly. Uneven data coverage in tomography imposes two different systems on the inverse problem. The over-determined system is defined for portion of the study area with high density ray, and the under-determined system is used where there is no enough data. In such case, regularization is exploited to choose a suitable model. In this paper, we use the method of Yanovskaya and Ditmar (1990), based on Backus-Gilbert approach, and compare its results with those estimated from Tikhonov regularization method (Tikhonov et al., 1977) in two cases of synthetic and real data.

Methodology and Approaches

Under ray theory, in surface wave travel time tomography problem, we incorporate the measured frequency-dependent travel times of surface wave phase/group velocity along their rays with formulation of $t_i(\omega) = \int_{l_i} S_i(l, \omega) dl$, where $t_i(\omega)$ is the travel time of i th ray path with phase/group slowness S_i along the ray path l_i at angular frequency ω . After discretization, matrix form of the problem is $d = Gm + e$, where $d \in \mathbb{R}^m$ is data, $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$ is the forward operator, $m \in \mathbb{R}^n$ is model and $e \in \mathbb{R}^m$ is noise. The general form of Tikhonov regularization is expressed as: $\argmin_{m \in \mathbb{R}^n} \{ \|d - Gm\|_2^2 + \lambda \|Lm\|_2^2 \}$, where $\lambda \in \mathbb{R}^+$ as a regularization parameter controls trade-off between two terms and L denotes the regularization operator, which is the first-order derivative in this study. The problem is quadratic, and thus, its minimizer m is defined explicitly by the associated normal equations $(G^T G + \lambda L^T L)m = G^T d$, which can be solved directly.

In the Yanovskaya-Ditmar method, the main goal is the optimization of $\sum [\delta t_i - \iint_{\Omega} G_i(r)m(r)d(r)]^2 + \alpha \iint_{\Omega} |\nabla m(r)|^2 dr$, where δt_i is the travel time residual along i th ray path, $G_i(r)$ is kernel that is different from zero in vicinity of the ray, $m(r)$ is the relative slowness defined as $\frac{[V(r)^{-1} - V_0^{-1}]}{V_0^{-1}} = -\frac{\delta V(r)}{V_0}$, where V_0 is the velocity in the initial approximation model, α is a regularization parameter and $\nabla m(r)$ is the gradient of model.

Results and Conclusions

In this study, we performed two methods of tomography on synthetic and real data. The results obtained from synthetic test show that in two cases of noise free and noise level of 3%, the Tikhonov regularization method is more capable in the recovery of all three synthetic models in comparison with the Yanovskaya-Ditmar method. It should be mentioned that the synthetic checker board test model with grid spacing of $0.5^{\circ} \times 0.5^{\circ}$ is poorly recovered by both methods. It refers that apart from the method of inversion, the ray coverage of the study area does not suit this grid spacing. Tomography maps obtained using real data are compared with the previous studies. In comparison with the results of Yanovskaya-Ditmar method, the results of Tikhonov inversion show more similarities with other studies, especially for small features. The lower lateral resolution of the results obtained from the Yanovskaya-Ditmar method can be explained by the imposed error resulted from its assumptions and consideration of Fresnel zone in a calculation of slowness along the ray path.
