



ارتقاء کارایی نوفه زدایی TV و GSTV در فضاهاى RADWT و DTRADWT

امین ابراهیمی برادر^۱، بهروز اسکویی^۲ و علیرضا گودرزی^{۳*}

۱- دانشجوی دکتری، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

۲- استاد، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

۳- استادیار، دانشکده علوم و فناوری نوین، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فن آوری پیشرفته.

دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۱۰/۲۴؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۲/۲۶

* نویسنده مسئول مکاتبات: boskooi@ut.ac.ir

چکیده

روش رادار زمین نفوذ (GPR) به منزله یک روش غیر مخرب به منظور آشکارسازی اهداف زیرسطحی واقع در عمق کم، بر اساس ارسال امواج الکترو مغناطیسی به درون زمین و ثبت بازتابهای دریافت شده از امواج ارسالی، مورد استفاده قرار می گیرد. ثبت نوفه در برداشت داده های GPR اجتناب ناپذیر است. داده های رادار حاوی انواع گوناگونی از نوفه ها می باشند. نوفه اتفاقی در زمان داده برداری، کیفیت داده ها را تحت تاثیر قرار می دهد. در این مقاله از دو روش تغییرات کلی و تنکی گروهی برای تضعیف نوفه از داده های رادار در فضای موجک اتساع گویا و فضای موجک اتساع گویا دو شاخه استفاده می شود. روش تغییرات کلی یک روش برای تضعیف نوفه به روش وارون سازی می باشد. نوع توسعه یافته آن تنکی گروهی تغییرات کلی GSTV نامیده می شود. روش تغییرات کلی و روش تنکی-گروهی تغییرات-کلی در تضعیف نوفه بسیار موثر است. بدین منظور در ابتدا داده رادار به حوزه موجک اتساع گویا دو شاخه DTRADWT و حوزه موجک اتساع گویا (RADWT) برده شده و تضعیف نوفه با دو روش وارون سازی تغییرات-کلی و وارون سازی تنکی-گروهی تغییرات-کلی بر روی دو داده مصنوعی و حقیقی انجام شد. در داده مصنوعی علاوه بر بررسی کیفی، طیف توان برای سیگنال حقیقی، سیگنال نوفه ی شده و سیگنال تضعیف نوفه شده انجام شد. در نهایت تضعیف نوفه در این دو روش در هر دو فضا با یکدیگر مقایسه شده اند. نتایج نشان می دهد حوزه موجک در تضعیف نوفه موثرتر از فضای زمان است. همچنین روش نوفه زدایی FX به عنوان یک روش استاندارد برای مقایسه با این روش ها مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان می دهد GSTV در تضعیف نوفه موثرتر و قوی تر از TV عمل نموده است. همچنین مشخص شد که فضای DTRADWT با ارائه تجزیه زمان-فرکانس موثر مبتنی بر ضرایب گویا توانسته است در پیاده سازی روش های مطرح شده، نوفه زدایی و ارتقاء قابل توجهی ایجاد نماید.

واژگان کلیدی

رادار زمین نفوذ

نوفه اتفاقی

تبدیل موجک اتساع گویا

تغییرات کل

تنکی-گروهی

کاوش‌های ژئوفیزیکی به منظور مطالعه ویژگی‌های ساختمانی و زمین‌شناسی سازندها، تفکیک و بررسی لایه‌های زمین، تعیین ضرایب کشسانی لایه‌ها، برآورد پارامترهای دینامیکی لایه‌های سطحی، بررسی رفتار لایه‌های سطحی در مقابل زمین لرزه به منظور طراحی سازه‌ها و همچنین شناسایی و تعیین موقعیت ذخایر زیرزمینی از قبیل مخازن حاوی هیدروکربن‌ها، معادن زیرسطحی، سفره‌های آب زیرزمینی و... صورت می‌گیرد. روش رادار نفوذی به زمین^۱ (GPR) یک ابزار غیرمخرب^۲ در حیطه‌ی ژئوفیزیک است؛ که در حوزه‌های مختلفی از جمله علوم زمین برای مطالعه‌ی سنگ بستر، خاک و آب‌های زیر زمینی، در مهندسی برای محک غیر مخرب آسفالت، ساختارها، مکان‌یابی لوله‌های مدفون و همچنین در باستان‌شناسی برای نقشه‌یابی ویژگی‌های باستان‌شناسی بکار می‌رود. در این روش امواج الکترومغناطیس با فرکانس بالا در محدوده‌ی ۱۰ مگا هرتز تا ۱ گیگا هرتز به داخل زمین فرستاده می‌شود و سیگنال بازتاب شده از ساختارهای زیر سطحی مورد بررسی قرار می‌گیرد. وقتی انرژی به یک جسم مدفون یا مرز بین دو ماده که ثابت دی‌الکتریک متفاوتی دارند، برخورد می‌کند، بخشی از آن بازتاب می‌شود، بخشی شکست داده می‌شود و بخش دیگری به سمت دستگاه گیرنده پراکنده می‌شود. داده‌های حاصل اطلاعاتی در مورد محیط زیر سطح زمین ارائه می‌دهند. به علت پهنای باند وسیع دستگاه GPR سیگنال آن آلوده به نوفه‌هایی است که از منابع مختلف ناشی می‌شوند. نوفه‌ی مورد بررسی در این تحقیق نوفه‌ی اتفاقی است. همان‌طور که می‌دانیم این نوع نوفه منشأ مشخصی ندارد و در مکان اتفاقی و تکرار ناپذیر و دائماً در حال تغییر است. نوفه‌ی اتفاقی می‌تواند ناشی از پراکندگی از بی‌نظمی‌ها و ناهمگنی‌های نزدیک سطح، همچون تخته سنگ، قلوه سنگ و شکستگی‌های کوچک مقیاس، ساختار داخلی دستگاه، حرکت انسان نزدیک دستگاه و غیره باشد (Yilmaz, 2001). این نوع نوفه روی هر رد با فرکانس و دامنه‌ی متفاوت از رد دیگر عمل می‌کند. بنابراین نمی‌توان شکل رد را از روی ردهای کناری پیش‌بینی کرد و تکرار آزمایش در شرایط خاص الزاماً نتیجه‌ی یکسانی را نمی‌دهد. بنابراین نوفه‌زدایی سیگنال GPR قبل از اعمال آنالیز و تفسیر داده‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است و عملکرد آشکارسازی داده‌های GPR را بالایی برد و اجازه می‌دهد تخمین عمق لایه‌ها به درستی انجام شود. به علت شباهت‌های جنبشی بین انتشار امواج الکترومغناطیس و امواج لرزه‌ای، نوفه‌های اتفاقی داده‌های GPR و داده‌های لرزه را می‌توان از نظر آماری شبیه هم دانست و پردازش‌های نوفه‌زدایی که برای داده‌های لرزه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد را برای داده‌های GPR نیز استفاده نمود.

۲- پیشینه تحقیق

برای نوفه‌زدایی داده‌های GPR تا کنون تحقیقات متعددی انجام شده است. (Nuzzo, 2003) از تبدیل رادون^۳ برای حذف نوفه‌های هم‌دوس (Coherent noise) داده‌های GPR استفاده کرده است. (Baili et al., 2009) از تبدیل موجک گسسته^۴ (DWT) مرسوم و چگال برای نوفه‌زدایی داده‌های GPR استفاده نموده‌اند. آنها از موجک‌های مادر مختلف برای نوفه‌زدایی سیگنال GPR که از سنگفرش یک خیابان جمع‌آوری شده بود، استفاده نمودند. (Jeng et al., 2009) از فیلتر میانگین^۵ دو بعدی و فیلتر وینر^۶ دو بعدی برای کاهش نوفه‌ی اتفاقی داده‌های GPR و امواج بازتابی لرزه‌ای در اکتشافات کم عمق استفاده کرده‌اند. Zou and Yang (2009) با آستانه‌گیری نرم و سخت^۷ به حل مشکل تضعیف نوفه‌ی داده‌های GPR پرداخته‌اند. اخیراً (Oskooi et al., 2015) با استفاده از تبدیل موجک مختلط و آستانه‌گذاری‌های متفاوت به حل این مشکل پرداختند.

۳- تبدیل موجک

موجک‌ها توابعی هستند که برخی از ملزومات ریاضیاتی را برآورده می‌کنند و در نمایش داده یا توابع مورد استفاده قرار می‌گیرند. موجک، موج شکلی است که دارای دوره تناوب محدود و مقدار میانگین صفر است. برخلاف سینوسی‌ها که از لحاظ تئوری از منفی بینهایت تا مثبت بینهایت گسترش می‌یابند؛ موجک‌ها دارای ابتدا و انتها می‌باشند. بسط موجک و تبدیلات موجک، ثابت کرده‌اند که در آنالیز طبقه‌بندی وسیعی از سیگنال‌ها و پدیده‌ها کارآمد و مؤثرند. اگر رابطه زیر برای بسط موجک در نظر گرفته شود:

$$f(t) = \sum_k \sum_j \alpha_{i,j} \psi_{i,j}(t) \quad (1)$$

J و k اندیس‌های صحیح هستند و $\Psi_{j,k}(t)$ توابع بسط موجک هستند، که فرم معمول آنها یک اساس متعامد است. آنگاه می‌توان دلایل مؤثر بودن موجک را به صورت زیرگروه بندی کرد (Burrus et al., 1998).

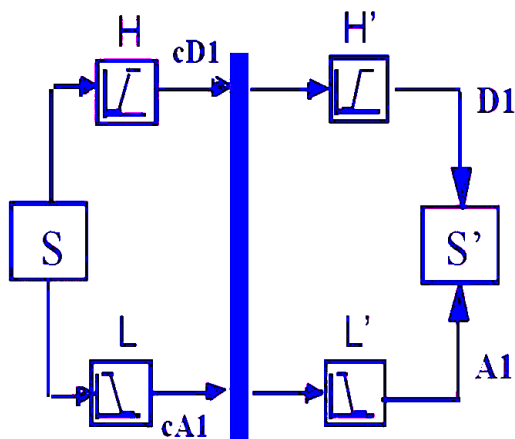
اندازه ضرایب موجک بسط داده شده $a_{j,k}$ در رابطه (۱) برای یک طبقه بزرگتر از سیگنال‌ها افت می‌کنند. این ویژگی اساس غیرشرطی نامیده می‌شود و دلیل این که چرا موجک‌ها در فشرده‌سازی تصویر و سیگنال، نوفه‌زدایی و آشکارسازی مؤثر هستند؛ آن است. همچنین موجک‌ها برای طبقه‌بندی گسترده‌ای از سیگنال‌ها، برای فشرده‌سازی، نوفه‌زدایی و آشکارسازی مطلوب هستند.

مانند تبدیل فوریه، تبدیل موجک نیز دارای دو مدل پیوسته و گسسته است. تبدیل موجک پیوسته دارای ویژگی‌هایی است، که استفاده مستقیم از آن را دچار مشکل می‌کند. اولین مشکل افزونگی در این تبدیل است.

5 Median filter
6 Wiener filter
7 Hard and soft thresholding

1 Ground Penetrating Radar
2 Non-destructive
3 Radon transform
4 Discrete wavelet transform

آنالیز نامیده می‌شود و نیمه راست این نمودار بخش بازگردانی نامیده می‌شود.



شکل ۱: بانک فیلتر تبدیل موجک گسسته غیر کاهشی مرتبه اول (Kim et al., 2007)

در شکل ۱ سیگنال S ابتدا توسط H (فیلتر تجزیه بالاگذر) برای تولید ضرایب cD1 فیلتر می‌شود. سپس با H' (فیلتر بازگرداننده بالاگذر) برای تولید جزئیات (D1) فیلتر می‌شود. سیگنال S همچنین توسط فیلتر پایین گذر L برای تولید ضرایب cA1 تجزیه می‌شود و سپس این ضرایب توسط فیلتر بازگرداننده پایین گذر L' برای تولید کلیات (A1) فیلتر می‌شوند.

برآورد پیشرو داده نوفه زدایی شده توسط رابطه زیر بدست می‌آید (Naghizadeh and Sacchi, 2012):

$$\hat{g}_k^f = \sum_{j=1}^m \hat{A}_j g_{k-j} \quad k = M+1, \dots, N \quad (6)$$

به طور مشابه برآورد پس رو داده نوفه زدایی شده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\hat{g}_k^b = \sum_{j=1}^M \hat{A}_j^* g_{k+j} \quad k = 1, \dots, N-m \quad (7)$$

برآورد نهایی داده نوفه زدایی شده به وسیله میانگین برای برآوردهای پس رو و پیش رو مطابق با رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\hat{g}_k^t = \frac{\hat{g}_k^f + \hat{g}_k^b}{2} \quad (8)$$

ابتدا سیگنال آغشته به نوفه به فضای موجک برده می‌شود. سپس در فضای موجک بر داده نوفه دار فیلتر اعمال می‌شود. در اینجا برای اعمال فیلتر، ضرایب (AR) را به حوزه موجک (مقیاس) برده شده است. پس از اعمال فیلتر برای بازسازی سیگنال عکس تبدیل موجک گسسته را اعمال کرده و پس از تمامی این مراحل، سیگنال اولیه نوفه‌زدایی شده بدست خواهد آمد.

مشکل دوم در استفاده از تبدیل موجک پیوسته، استفاده از تعداد نامحدود موجک‌ها در این تبدیل است؛ باید این تعداد به یک عدد قابل کنترل کاهش یابد و مشکل سوم این است که این تبدیلات موجک راه حل تحلیلی ندارند و فقط به صورت عددی محاسبه می‌شوند. برای چیره شدن بر این مشکلات، تبدیل موجک گسسته معرفی شد. چرا که برای مثال برای غلبه بر مشکل افزونگی، موجک‌ها باید متعامد باشند. موجک‌های گسسته می‌توانند با کشیدگی و فشردگی خودشان به وسیله انتخاب یک موجک مادر متناسب متعامد باشند.

یک سیگنال یا تابع اگر به فرم یک تجزیه خطی به صورت زیر تعریف شود، می‌تواند بهتر آنالیز شود (Burrus et al., 1998):

$$f(t) = \sum_k \sum_j \alpha_{kj} \psi_{kj}(t) \quad (9)$$

در حیطه موجک، $\psi_{kj}(t)$ موجک مادر نامیده می‌شود؛ که پس از انبساط یا انقباض و انتقال به صورت زیر تعریف می‌شود (Burrus et al., 1998):

$$\psi_{i,j}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^{\frac{j}{2}} t - k) \quad (10)$$

که در آن $k \in Z$ می‌باشند. یکی از راه‌های دقیق بررسی تبدیل موجک استفاده از آنالیز تفکیک چندگانه است. یک آنالیز تفکیک چندگانه از فضای هیلبرت به عنوان یک دنباله از زیر فضاهای بسته $\{V_j\}_{j \in Z}$ از $L^2(R)$ تعریف می‌شود؛ به منظور استفاده از ایده آنالیز تفکیک چندگانه تابع مقیاس مانند تابع موجک مادر به صورت زیر تعریف می‌شود (Burrus et al., 1998):

$$\varphi_{i,j}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \varphi(2^{\frac{j}{2}} t - k) \quad (11)$$

با در نظر گرفتن گفته‌های بالا در تبدیل موجک گسسته هر تابع $f(t)$ را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد (Burrus et al., 1998):

$$f(t) = \sum_k c_{j_0} \varphi_{j_0,k}(t) \sum_k \sum_{j=j_0}^{\infty} d_j(k) \psi_{j,k}(t) \quad (12)$$

ضرایب $c_{j_0}(k)$ و $d_j(k)$ تبدیل موجک گسسته تابع $f(t)$ می‌باشد. j_0 نشان‌دهنده درشت‌ترین مقیاس است که فضای آن توسط عناصر $\varphi_{j_0,k}(t)$ پدیدمی‌آید. اگر قدرت تفکیک به اندازه کافی بالا باشد، نمونه‌های سیگنال بسیار شبیه ضرایب مقیاس هستند. تبدیل موجک گسسته شبیه سری فوریه می‌باشد؛ اما غالباً بسیار منعطف‌تر و مؤثرتر می‌باشد. این تبدیل همچون تبدیل فوریه برای نمایش سیگنال‌های تناوبی مؤثر است. با این حال برخلاف فوریه این روش می‌تواند برای نمایش سیگنال غیر تناوبی بکار رود و از آن نتیجه عالی گرفت.

تبدیل موجک گسسته غیر کاهشی به خوبی تبدیل موجک گسسته معمولی شناخته شده نیست. شکل ۱ ساده‌ترین بانک فیلتر تبدیل موجک گسسته غیر کاهشی را نشان می‌دهد. نیمه چپ نمودار، بخش تجزیه یا

۴- تبدیل موجک اتساع گویا RADWT

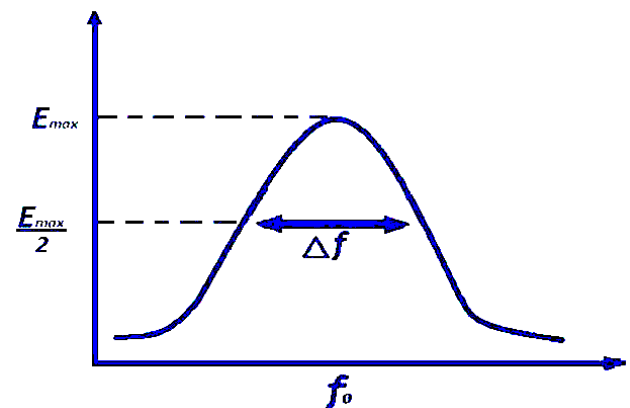
مدل‌های بسیار برای تبدیل داده‌ها استفاده شده است در این روش از تبدیل تعمیم یافته "تبدیل موجک اتساع گویا" RADWT نام دارد و دارای تفکیک پذیری بالایی می‌باشد.

در سال ۲۰۰۹ تبدیل موجک گسسته جدیدی با نام تبدیل موجک اتساع گویا^۱ (RADWT) معرفی شد؛ که می‌تواند بر بعضی محدودیت‌های تبدیک موجک گسسته دوتایی غلبه کند (Bayram and Selesnick, 2009). این تبدیل بیش کامل است و بر پایه اتساع گویا طراحی شده و قابلیت بدست آوردن فاکتور کیفیت (Q-factors) بالا را داراست. همچنین به دلیل طراحی مناسب قالب موجک آن به خوبی می‌تواند در زمان و فرکانس متمرکز شود و تفکیک پذیری زمانی فرکانسی را بهبود بخشد (Bayram and Selesnick, 2009). این مهم با مقایسه شکل ۳ و شکل ۴ به خوبی قابل مشاهده است. قبل ذکر این که این تبدیل دارای فاکتور کیفیت ثابت می‌باشد.

فاکتور کیفیت برای فیلترهای باند گذر نسبت فرکانس مرکزی به عرض باند است. رابطه آتی ارتباط فاکتور کیفیت (Q) را با عرض باند و فرکانس میانی نشان می‌دهد. F_0 نماد فرکانس مرکزی موجک و BW نماد عرض باند^۲ موجک می‌باشد.

$$Q = F_0 / BW, BW = F_0 / Q \quad (9)$$

با تغییر Q می‌توان عرض باند را به دلخواه تغییر داد.



شکل ۲: فاکتور کیفیت (Q) برای فیلترها نسبت فرکانس میانی به عرض باند است $(Q = (f_0) / \Delta f)$.

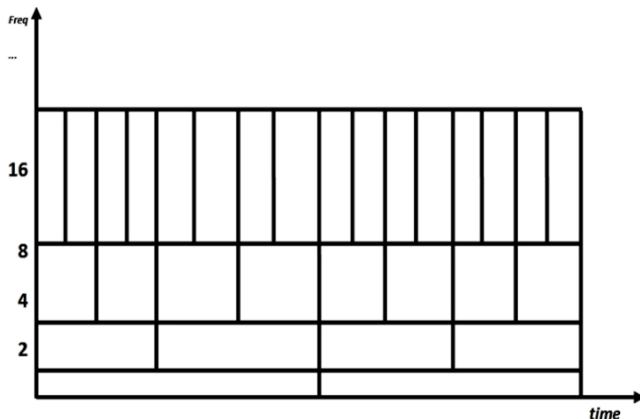
تابع اتساع موجک‌های متداول به صورت نمایی از یک عدد صحیح که بیشتر اوقات ۲ می‌باشد؛ متسع می‌شود. برای مثال شکل ۵ نمایشی از یک موجک با ضرایب اتساع ۱-۵ است؛ که اثرات این ضریب را به خوبی نمایش می‌دهد. DWT یک ابزار موثر برای پردازش سیگنال‌های هموار قطعه‌ای، می‌باشد با این حال به دلیل تفکیک پذیری فرکانسی ضعیف (به دلیل Q-factor پایین) اثر بخشی آن برای پردازش سیگنال نوسانی مانند سخنرانی، و اندازه گیری لرزش‌های فیزیکی، و غیره محدود می‌شود که همین موضوع باعث کم شدن تفکیک پذیری فرکانسی و زمانی به حد مطلوب، در تبدیل موجک گسسته می‌شود (Bayram and Selesnick, 2009).

تبدیل موجک RADWT بر مبنای حوزه‌ی زمان طراحی شده است. پاسخ فیلتر در حوزه‌ی زمان به سرعت تضعیف می‌شود و موجک به خوبی در زمان و فرکانس محلی می‌شود، RADWT تقریباً نامتغیر با زمان و ساده معکوس پذیر است. در این تبدیل p, q, s که مقادیر صحیح و مثبتی هستند و شروط زیر را ارضا می‌کنند:

$$q \geq p \geq 1 \quad (10)$$

$$1 \leq \frac{p}{q} + \frac{1}{s} \quad (11)$$

به این دو شرط در تبدیل موجک RADWT شرایط بازسازی کامل گفته می‌شود. در صورتی که این شروط در انتخاب پارامترهای p, q, s رعایت نشوند، اختلاف زیادی بین سیگنال اولیه و نهایی بوجود می‌آید.



شکل ۳: شبکه نمونه برداری در زمان و فرکانس در تبدیل موجک گسسته دوتایی (Mehret al., 2013).

فرکانس میانی یا فرکانس تشدید در هر مقیاس از رابطه ذیل محاسبه می‌شود:

$$RF_j = \frac{p^{j-2}}{q^{j-2}} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{s} + \frac{p}{q} \right) \sqrt{\frac{p}{q}} \pi. \quad (14)$$

و عرض باند در هر مقیاس از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$BW_j = \frac{p^{j-2}}{q^{j-2}} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{s} + \frac{p}{q} \right) \left(1 - \frac{p}{q} \right) \pi. \quad (15)$$

$$RF_j = \frac{p^{j-2}}{q^{j-2}} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{s} + \frac{p}{q} \right) \sqrt{\frac{p}{q}} \pi.$$

با توجه به روابط فوق، فاکتور کیفیت از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

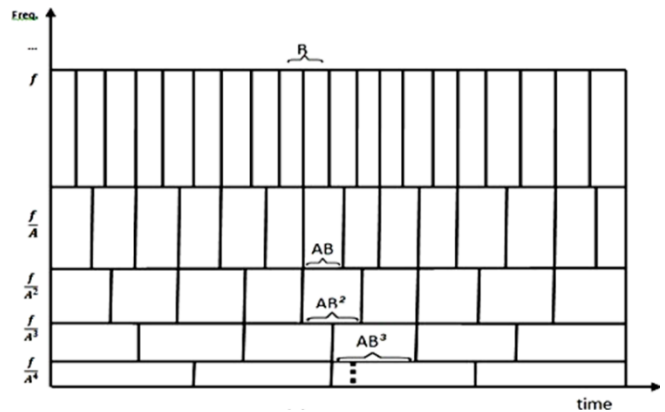
$$Q = \frac{RF}{BW} = \sqrt{\frac{p}{q}} \times \frac{1}{1 - \frac{p}{q}} \quad (16)$$

با در نظر گرفتن رابطه ۱۶ مشاهده می‌شود که در این تبدیل، فاکتور کیفیت مقداری ثابت و مستقل از تعداد مراحل پردازش است (Mehr et al., 2013). ضرایب مورد استفاده در این مقاله برابر با $p=1$, $q=2$, $s=1$, $j=2$ می‌باشند.

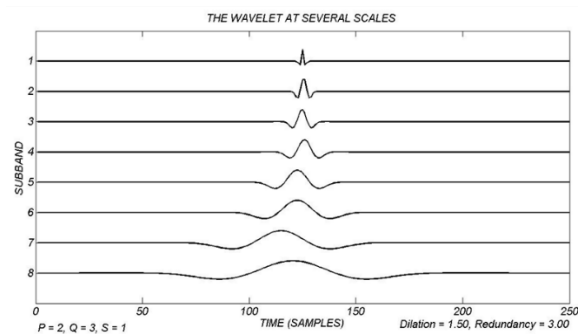
۵- تبدیل موجک اتساع گویا دو شاخه DTRADWT

تبدیل DTRADWT بسط یافته تبدیل موجک اتساع گویا (RADWT) است؛ که همانند تبدیل موجک دوشاخه مختلط (DTCWT)، جفت‌های تربع^۱ اتم‌های فرکانس-زمان را بکار می‌گیرد. با این عمل می‌توان تحلیل سیگنال را انجام داد. این تبدیل "ثابت-Q" ثابت دارد، که DTCWT ندارد. بنابراین باعث می‌شود که برای مدل‌هایی که وابسته به مقیاس هستند؛ مناسب‌تر باشد. همچنین می‌توان توان تفکیک را به دلخواه بالا برد؛ که DTCWT فاقد این گزینه است. مجموعه موارد فوق باعث می‌شود که این تبدیل، تبدیل مناسب برای تحلیل سیگنال‌های متناوب باشد. DTRADWT ابزاری است که محدودیتی برای انجام آنالیز یا تلفیق ندارد و می‌تواند برای انجام آنالیز و تلفیق به صورت همزمان نیز به کار می‌رود؛ که این مدیون خاصیت قاب مقید بودن است (Bayram and Selesnick, 2011).

تبدیل RADWT نسبت به تبدیل DWT از توان تفکیک فرکانسی بالاتری برخوردار است؛ اما با RADWT نمی‌توان به سادگی اپراتورهای مهمی مانند تبدیل هیلبرت، تخمین آنی پوش سیگنال (envelope detection) را اعمال نمود. این اپراتورها برای پردازش سیگنال‌های متناوب الزامی هستند؛ اما تبدیل فوریه زمان کوتاه (STFT) کاربردی‌تر است. به دلیل این که اتم‌های آن تحلیلی^۲ هستند؛ اما ساختار فرکانسی STFT به کلی با تبدیل موجک متفاوت است. STFT پهنای باند ثابتی دارد؛ که در نقطه مقابل آن تبدیل Q-ثابت است.



شکل ۴: مثالی از شبکه نمونه برداری در زمان و فرکانس در تبدیل موجک گسسته RADWT. در اینجا ضریب اتساع عددی گویا و برابر ۱/۵ است (Mehr et al., 2013).



شکل ۵: اتساع موجک با ضریب اتساع ۱/۵، در مقیاس‌های مختلف. ضریب اتساع موجک یک عدد گویاست (Mehr et al., 2013).

بیش کاملی در این تبدیل از رابطه ۱۲ بدست می‌آید (Mehr et al., 2013)؛ همان طور که مشاهده می‌شود، بیش کاملی این تبدیل به پارامترهای j, p, q, s وابسته است. برای این تبدیل از تابع موجک زیر که (Bayram and Selesnick, 2009) از آن استفاده کردند، استفاده شد.

$$\hat{\psi}(\omega) = \lim_{\left(\frac{p}{q}\right)^j} \bar{G}_j \left(\left(\frac{p}{q} \right)^j \omega \right) \quad (12)$$

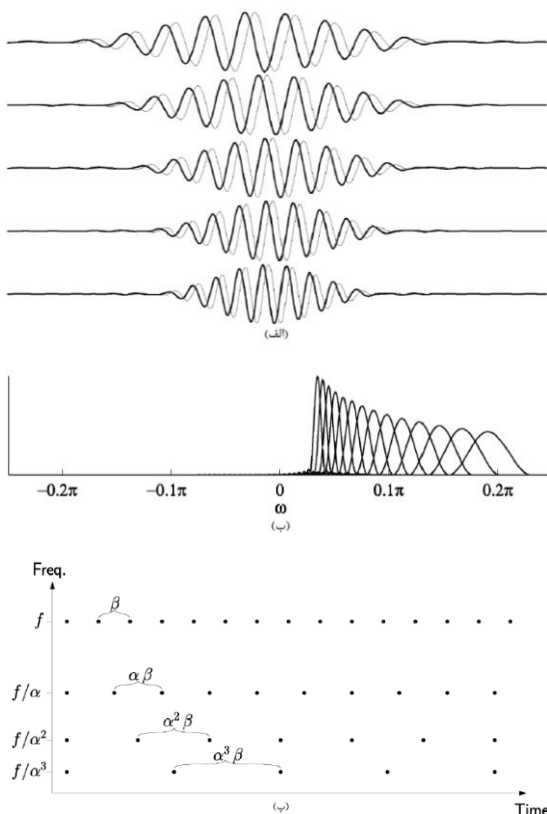
شکل این موجک به ضریب اتساع، p/q وابسته است. در شکل (۵) مثالی از اتساع گویای موجک در مقیاس‌های مختلف ارائه شده است. در این مثال موجک با ضریب ۱/۵ اتساع می‌یابد.

$$\text{Redndancy} = \left[\frac{1}{s} \frac{1 - (p/q)^{j+1}}{1 - (p/q)} + \left(\frac{p}{q} \right)^{j+1} \right] \quad (13)$$

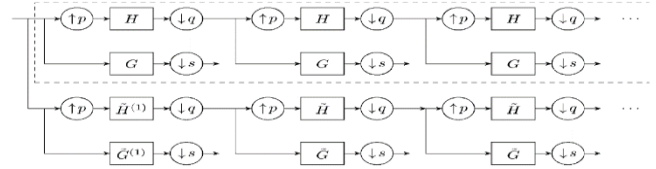
اوفنهم و همکارانش یک تغییر ثابت ثابت-Q را با استفاده از عملکردهای پنجره وابسته به کانال و نمونه برداری غیر یکنواخت در حوزه فرکانس پیشنهاد کردند (Oppenheim et al., 1971). Frequency-warping یکی دیگر از رویکردهای جالب برای بدست آوردن تجزیه و تحلیل فرکانسی غیرمستقیم است. بر اساس رابطه (۲۰)، ایده این است که سیگنال ورودی $f(n)$ به یک سیگنال دیگر $g(n)$ تبدیل شوند؛ تا DTFT های آنها برآورده شوند

$$X(e^{j\omega}) = G(e^{j\omega\theta(\omega)}) \quad (20)$$

که $\theta(\omega)$ تابع یک به یک در مختصات دایره ای است. با انتخاب مناسب $\theta(\omega)$ ، FFT از $g(n)$ به یک اجازه می دهد تا به صورت غیریکنواخت $X(e^{j\omega})$ در حوزه فرکانسی را نمونه برداری کند. با توجه به ارتباط با دنباله $x(n)$ را پیش فیلتر کردند؛ به طوری که اطمینان حاصل شود که این نگاشت متعامد است. پس از این Frequency-warping سازی متعامد شده، آنها DWT دوتایی را بر Frequency-warp شده اعمال می کنند؛ تا بدست آوردن یک تجزیه و تحلیل زمان-فرکانس متعامد شبیه به یک DTRADWT شود. این تبدیل توان تفکیک فرکانسی بالا و Q-ثابت RADWT و اتم‌های جفت چهار تایی آن را دارد (شکل ۸-الف و ۸-ب)).



شکل ۸: ثابت-Q به صورت نسبت فرکانس مرکزی به پهنای باند (i. e. $f_c/\Delta f$) تعریف می شود. تبدیلی که ثابت-Q ثابتی دارد، اتم‌های آن نیز همگی از ثابت-Q یکسانی برخوردارند (Bayram and Selesnick, 2011).



شکل ۶- DTRADWT شامل دو فیلتر بانک با فاکتورهای نمونه برداری گویاست؛ که به صورت موازی بر روی ورودی عمل می کنند. سیستمی که در خط چین قرار دارد، به نام موجک گسسته اتساع گویا (RADWT) نامیده می‌شود. نیاز p, q, s این است که FB ضرایب خروجی زیاد و به اندازه ضرایب ورودی باشد یا به عبارت دیگر $1/s + p/q \geq 1$ (Bayram and Selesnick, 2011).

تبدیل موجک دو شاخه مختلط DT-CWT که یک جفت‌های تربیع موجک را به کار می‌گیرد ($\alpha = 2$ در فرمول (۱۷))، معرفی شد. برای مقایسه DT-CWT با DTRADWT می توان گفت که DTRADWT بر پایه فاکتورهای نمونه برداری گویا (α و β در فرمول ۱۷ و شکل ۶) است و می‌تواند به توان تفکیک فرکانسی بالاتری نسبت به DT-CWT دست یابد. یک گام جالب برای ایجاد یک تبدیل ثابت-Q توسط (Härmä et al., 2000) فرمول بندی شد.

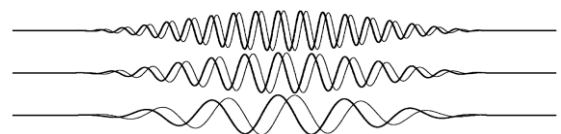
$$\{\alpha^{n/2} \text{Re}\{\psi(\alpha^n 0 - k\beta)\}\} k, n \in \mathbb{Z} \quad (17)$$

ایده ایشان این بود که STFT را با استفاده از توابع پنجره ای تعمیم دهند؛ که به فرکانس مرکزی مورد علاقه بستگی دارد. به عنوان یک مورد خاص، اگر یک تابع پنجره را با فرکانس مرکزی ترسیم کند، تبدیل زیر حاصل می‌شود:

$$I_f(\omega, t) = \int f(x) h(\omega(x - t)) e^{i\omega x} dx \quad (18)$$

که f_0 سیگنال ورودی است و $h\{\cdot\}$ تابع پنجره ای می‌باشد. اگر $\psi(x) = h(x)e^{ix}$ است شوند، به صورت ذیل نوشته می شود:

$$I_f(\omega, t) = e^{i\omega x} \int f(x) \psi(\omega(x - t)) dx \quad (19)$$



شکل ۷: بخش‌های حقیقی (خطوط پررنگ) و موهومی (خطوط نازک) چند اتم STFT

بسته به فاز و مقیاس (scale)، فرمول (۱۸) معادل تبدیل موجک پیوسته است. این فرم تبدیل توسط (Laroche و Kingsbury, 2001) and (Dolson, 1999) مطالعه شد. همچنین ایشان نشان دادند که چگونه می‌توان تبدیل ثابت-Q را نمونه برداری کرد (برای مثال نمونه‌برداری پارامترهای ω و t ساختار شکل ۸ (پ) را بوجود می آورد.

به طور خلاصه DTRADWT توانایی انتخاب فاکتور مقیاس قاب موجک و ثابت-Q اتم‌ها را به دست می‌دهد. این به نو به خود منجر به توان تفکیک فرکانسی بهتر نسبت به قابهای موجک دوتایی شده و پردازش سیگنال‌هایی را که دارای اجزای شبه-دوره‌ای^۲ شناخته شده هستند، را تسهیل می‌کند. بنابراین، با استفاده از DTRADWT، می‌توان کارهایی خارج از حوزه DT-CWT انجام داد. همچنین بر خلاف STFT، این تبدیل ثابت-Q است که می‌تواند یک ویژگی دلخواه برای پردازش سیگنال بر اساس «مقیاس» باشد. در ادامه عمدتاً بر بازسازی تمرکز کرده و کاربردی برای نشان دادن توانایی DTRADWT مورد بحث قرار داده شد. در نهایت مهمترین عیب DTRADWT، در مقایسه با انجام FFT در STFT، زمان بر بودن آن است.

۶- فیلتر حوزه بسامد-مکان F-X

فیلتر کردن در واقع تفکیک و جداسازی انواع مختلف سیگنال از یکدیگر است. در پردازش سیگنال‌ها، عملکرد فیلترها می‌تواند به صورت تضعیف امواج مزاحم، مثل نوفه، تقویت یا حتی بازسازی بخشی از سیگنال که به هر نحوی از حالت طبیعی خود خارج شده، باشد. پردازش در افزایش یک سیگنال و یا کاهش نوفه مستلزم دو گام اساسی است: نخست ویژگی یا شاخصه‌ای که براساس آن بتوان سیگنال را از نوفه تشخیص داد و دوم بسط یک الگوریتم برای طراحی فیلترهای مورد نیاز که براساس ویژگی‌های مذکور باشد. برای مثال می‌توان سیگنال را به صورتی معرفی کرد که در یک گستره خاص از بسامد یا شیب خاصی قرار داشته باشد. حال اگر سیگنال را به این صورت تعریف می‌شود که از روی ردهای مجاور قابل پیش‌بینی باشد و در مقابل آن، نوفه‌ها از روی ردهای مجاور غیر قابل پیش‌بینی باشند (یا به عبارت دیگر تصادفی بودن نوفه‌ها از یک رد به رد دیگر مد نظر باشد)؛ بنابراین آنچه در این مورد حائز اهمیت است، تصادفی بودن نوفه یا پیوستگی سیگنال در بعد مکان است. با این شرایط الگوریتمی مورد نیاز است که قادر باشد انرژی همدوس را از یک رد به رد دیگر در بعد مکان پیش‌بینی کند. لذا بر این اساس فیلتر پیشگویی کننده در حوزه بسامد-مکان طراحی شده است؛ که این فیلتر پیشگویی کننده مکانی با نام فیلتر پیشگوکننده واهامیخت F-X^۳ شناخته می‌شود. روش فیلتر پیشگوی مکانی در حوزه بسامد - مکان نخست توسط کانالز در سال ۱۹۸۴ معرفی و دو سال بعد توسط گولونای کامل شد. کانالز فیلتر مختلط پیشگو را برای کاهش نوفه‌های تصادفی از داده‌های بر انبارش شده‌ی لرزه‌ای بکار گرفت؛ یعنی این روش حل فیلتر دو بعدی را به یک بعد در مکان و بعد دیگر در بسامد تقسیم می‌کند. نامی که گولونای برای این پردازش بکار برد، بر اساس واهامیخت پیشگو در حوزه بسامد - مکان، واهامیخت F-X می‌باشد. درست است که فیلتر پیشگوی مکانی در حوزه بسامد- مکان از جمله فیلترهای دوبعدی است؛ ولی این روش برای هر بسامد و تنها در بعد مکان فیلتر را طراحی و اعمال می‌کند. برای ارزیابی عملکرد این روش

قاب^۱ DTRADWT شامل واحدی از قاب RADWT و تبدیل هیلبرت آن است. تبدیل DTRADWT که در این مقاله معرفی شده، به وسیله دو فیلتر بانک (FB) شناخته می‌شوند و به صورت موازی بر روی ورودی ای اعمال می‌گردند و در شکل ۸ نشان داده شده است. اساساً کانال i ام دو فیلتر بانک FB1 و FB2 نیاز است؛ تا ضرب داخلی ورودی $x(n)$ را با شیفتهای فیلتر باند گذر $h_i(n)$ و $-H_d\{h_i(n)\}$ را به ترتیب محاسبه کند. در اینجا $H_d\{\cdot\}$ بیانگر تبدیل هیلبرت زمان-گسسته است. برای مشتق فیلترهای باندگذر معادل $h_i(n)$ ، مشاهده شود (Auscher, 1992).

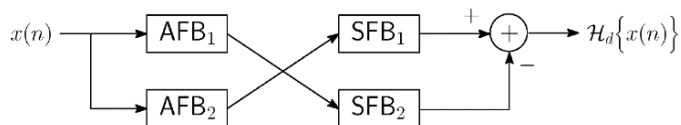
DTRADWT معرفی شده، شیفتهای زمانی و اتساع بخش‌های حقیقی و موهومی تابع آنالیزی موجک $\psi(0)$ را به کار می‌گیرد، به طوری که اتم‌های DTRADWT،

$$\left\{ \alpha^{n/2} \operatorname{Re}\{\psi(\alpha^n 0 - k\beta)\} \right\} k, n \in \mathbb{Z} \quad (21)$$

$$\bigcup \left\{ \alpha^{n/2} \operatorname{Im}\{\psi(\alpha^n 0 - k\beta)\} \right\} k, n \in \mathbb{Z}$$

که α و β می‌تواند با تغییر پارامترهای فیلتر بانک در شکل ۵ تنظیم شود. از آنجایی که فرکانس در تابع موجک بدست می‌آید، تعداد نوسانات (در حقیقت شکل) اتمها به همان شکل قبل باقی می‌ماند (شکل (۸-الف)). به علاوه این اتمها همگی Q-فاکتور یکسانی دارند. توزیع زمان-فرکانسی حاصل با توجه به این پارامترها در شکل (۸-پ) نشان داده شده است. الگوهای نمونه برداری زمان-فرکانس DTRADWT دارای دو خاصیت مهم هستند: اول، زیرباندها برای DTRADWT به صورت لگاریتمی توزیع می‌شوند، در حالی که آنها برای تبدیلی مانند STFT یکنواخت هستند. دوم، دوره نمونه برداری هر زیر باند برای DTRADWT متفاوت است تا برای پهنای باند وابسته به زیر باند شناخته شود. به این ترتیب، DTRADWT یک افزودنگی متوسط و همچنین یک پیاده سازی تجزیه و تحلیل/ترکیب پایدار را به دست می‌دهد که مربوط به داشتن یک قاب

مقید است.



شکل ۹- با استفاده از DTRADWT، تبدیل سیگنال تحلیلی سیگنال $x(n)$ می‌تواند با مبادله خروجی های تحلیلی FB ها و مشتق گرفتن شکل بگیرد. این به این دلیل است که اگر $x(n) = \sum_i c_i f_i(n)$ برای منتخب اتمهای $f_i(n)$ باشد، تبدیل هیلبرت $x(n)$ برابر با $\sum_i c_i H\{f_i(n)\}$ می‌باشد. قسمت تحلیلی در شکل c_i ها را برای f_i محاسبه می‌کند، مبادله در مرحله تلفیق، f_i را با $H\{f_i(n)\}$ جایگزین می‌کند. در شکل AFB و SFB به ترتیب معنی فیلتر بانک تحلیلی و فیلتر بانک تلفیقی است (Bayram and Selesnick, 2011).

اغلب در نزدیکی مقادیر بزرگ افزایش پیدا می‌کنند (به تبع آنها و به خاطر همسایگی آنها زیاد می‌شوند). به این معنا، در نقاطی که مقادیر سیگنال تغییرات سریع دارد، ویژگی خوشه بندی یا گروه بندی پیدا می‌کنند. این سیگنال تقریباً ثابت تکه‌ای است؛ با این حال، لبه‌های (تغییرات پله‌ای) سیگنال ناپیوستگی‌های دقیق نیستند، ولی در بعضی از فواصل گسترش می‌یابند.

رویکرد توصیف شده در این مقاله، مانند روش‌های معمول تغییرات-کل، بر اساس کمینه کردن یک تابع هزینه غیردیفرانسیلیی محذب است. رفتار گروهی/خوشه‌ای مشتق سیگنال توسط یک تابع هدف مناسب ارتقاء می‌یابد. هدف این است که فرآیند با زمان متغیر باشد. علاوه بر این فرض می‌شود که در حین پردازش گروه‌ها ناشناخته باشند (این مقاله بر روی سیگنال 1D تمرکز دارد) و نیز رفتار گروه بندی به وضوح در سیگنال تعریف شده در نظر گرفته نشده است؛ چرا که بسیاری از سیگنال‌های طبیعی به سادگی توصیف نمی‌شوند. مشخصات گروه بندی به این موضوع اشاره دارد که گرایش عمومی مقادیر بزرگ به جای ایزوله شدن به جمع شدن است. به همین علت، گروه‌هایی که کاملاً همپوشانی دارند، در فرمول بندی مساله آشوبناکی^۵ ایجاد می‌کنند (همان‌طور که در پردازش پنجره‌های متغیر^۶ با پنجره یک نمونه در یک زمان معنی می‌شود و همپوشانی با پنجره قبل ندارد). الگوریتم تکرار شده در این مقاله از روش MM مشتق شده است (Figueiredo et al., 2007). الگوریتم طوری فرموله شده که مرحله اصلی محاسبات حل یک دستگاه سه تایی از معادلات در هر تکرار باشد، که می‌تواند با حل کننده‌های سریع برای باندهای سیستم‌های معادلات خطی به صورت بسیار موثری انجام شود. الگوریتم به هیچ پارامتری نظیر اندازه گام و غیره نیاز ندارد.

از سوی دیگر، GSTV مانند تغییرات-کل معمولی، مناسب برای سیگنال‌هایی است که عمدتاً ثابت (صاف) هستند؛ که مقدار تغییراتشان ناپیوستگی‌های مشخصی ندارد. این کار از مفاهیم تنکی-گروهی استفاده می‌کند؛ که قبلاً برای پردازش سیگنال تنک استفاده شده است. گروه لسو (Yuan and Lin, 2006) و تعمیم لسو (Tibshirani, 1996) وقتی مناسب است که سیگنال تخمین زده شده به صورت تنک گروهی با گروه-های غیر همپوشان باشد و ساختار گروهی پیش فرض را بشناسد. در مقابل نوفه‌زدایی و بازسازی کلی سیگنال، گروه‌های (خوشه‌های) با مقادیر بزرگ ممکن است در هر نقطه در دامنه (حوزه) سیگنال آشوبناکی ایجاد کنند.

در این حالت، اگر ساختار گروه به طور پیش فرض^۷ تعریف شد، یک گروه از مقادیر بزرگ ممکن است بر دو گروه از پیش تعریف شده سوار^۸ شود. از این رو، مناسب است که مساله بر اساس گروه‌های همپوشانی مطرح می‌شود؛ همان‌طور که در منابع (Bach et al., 2012, Bayram, 2011,)

معمولاً داده‌های فیلتر شده از داده‌های نوفه دار اولیه کسر می‌شوند و حضور و عدم حضور سیگنال همدوس در بخش کسر شده نشان دهنده این است که فیلتر پیشگو تا چه اندازه داده‌های اولیه مفید و مورد نیاز را از بین برده است.

۷- تضعیف نوفه بوسیله روش تغییرات-کل TV و تنکی -

گروهی تغییرات-کل GSTV

در این مقاله روش تغییرات-کل^۱ توضیح داده می‌شود؛ که در آن تابع دیفرانسیل درجه اول از سیگنال ناشناخته نه تنها تنک است؛ بلکه مقادیر بزرگ عملکرد دیفرانسیل مرتبه اول به صورت ایزوله رخ نمی‌دهد. این رویکرد طراحی شده تا از مصنوعات پله‌ای^۲، که اغلب ناشی از راه حل‌های مبتنی بر تغییرات-کل است؛ کاسته شود. یک تابع هزینه محذب داده شده است و یک الگوریتم تکرار شونده با استفاده از روش کمینه-بیشینه‌سازی^۳ (MM) استخراج می‌شود. الگوریتم سریع همگرا می‌شود و کارایی محاسباتی موثری نیز به دلیل استفاده از حل سریع برای سیستم‌های نواری^۴ دارد (Selesnick and Chen, 2013).

تغییرات-کل معمولاً به عنوان یک تابع هدف در پردازش سیگنال تنک مورد استفاده قرار می‌گیرد (Rudin et al., 1992). به عنوان مثال، تغییرات-کل به طور گسترده‌ای برای نوفه‌زدایی (Chambolle, 2004)، واهمامیخت (Oliveira et al., 2009)، بازسازی (Wang et al., 2008)، تجزیه غیرخطی (Starck et al., 2005, Vese and Osher, 2004) و حساسیت فشرده (Yin et al., 2008) مورد استفاده قرار گرفته است. الگوریتم‌های متعددی برای حل مسائل تغییرات-کل توسعه داده شده است. برای نوفه‌زدایی راه حل دقیق بر اساس الگوریتم دقیق بدست می‌آید. با این حال، تغییرات-کل کاسته‌هایی نیز دارد. سیگنال‌هایی که بوسیله پردازش‌های مبتنی بر تغییرات-کل تولید می‌شوند، اغلب مصنوعات-پله‌ای را نشان می‌دهند (که به صورت منحنی‌های تراز مصنوعی در تصاویر ظاهر می‌شوند). به همین دلیل در مقاله (Rodríguez and Wohlberg, 2009) چندین تعمیم و تکمیل تغییرات-کل ارائه شده است.

عملکرد تغییرات-کل برای سیگنال‌های ثابت (مثلاً سیگنال با عملکرد مشتق نزولی) مناسب است. برای سیگنال‌هایی که به صورت محلی بوسیله چند جمله‌ای‌های مرتبه بالاتر تقریب زده می‌شوند، شکل‌های عمومی از تغییرات-کل، مانند مواردی که اشاره شد، بسیار مناسب‌تر است. در این مقاله بسط تغییرات-کل توضیح داده می‌شود؛ که هدف آن این است که ویژگی‌های تنکی-گروهی مشتق‌های سیگنال را در نظر بگیرد. به این معنا که در این جا فرض می‌شود که سیگنال مورد نظر یک مشتق است که نه تنها تنک است، بلکه یک شکل ساده از تنکی ساختار یافته را نشان می‌دهد. به طور خاص، فرض می‌شود که مقادیر بزرگ مشتق ایزوله نیستند، اما

5 arise
6 sliding window
7 priori
8 straddle

1 Total Variation
2 staircase artifact
3 Majorization-Minimization
4 banded

تابع تنظیم کننده معمولاً برای ارتقای تنکی-گروهی استفاده می‌شود (Bach et al., 2012, Bayram, 2011, Deng et al., 2013, Figueiredo et al., 2007, Jenatton et al., 2011, Jenatton et al., 2010, Peyré and Fadili, 2011). اندازه گروه هم با K نمایش داده می‌شود. تنظیم کننده دیگری برای ارتقاء تنکی-گروهی در (Obozinski et al., 2011) ارائه شده است. برای $n + K$ در خارج از حوزه (دسترس) v عبارت $v(n + k)$ برابر با صفر اختیار می‌شود. اگر $k = 1$ باشد، آنگاه $\Phi(V) = \|v\|_1$ است. اگر $k > 1$ باشد، آنگاه تابع اندازه تحدب^۱ تنکی-گروهی است و رابطه (۲۳) به عنوان نوفه‌زدایی تنکی-گروهی تغییرات-کل نامیده می‌شود.

۷-۲- الگوریتم روش (MM)

در این مطالعه روش (MM) استفاده می‌شود؛ تا الگوریتم محاسبه‌ای کارآمد و همگرایی‌ای سریع برای کمینه‌سازی $F(x)$ باشد (Selesnick, 2012). با استفاده از رابطه (۲۳)، تابع هدف $\Phi(v)$ می‌تواند به شکل زیر نوشته شود:

$$\Phi(V) = \sum_n \|V_n, K\|_2 \quad (26)$$

برای یافتن حداکثر کننده^۲ از $F(x)$ تعریف شده در (۱۹)، نخست باید حداکثر کننده $\Phi(v)$ پیدا شود. پس داریم:

$$g(v, u) = 1/2 v^T \Lambda(u) v + C \quad (27)$$

که در اینجا C وابسته و به v نیست. با استفاده از رابطه (۲۷)، حداکثر کننده $F(x)$ به شکل آتی بدست می‌آید:

$$G(x, u) = \frac{1}{2} \|y - x\|_2^2 + \lambda g(Dx, Du) \quad (28)$$

$$= \frac{1}{2} \|y - x\|_2^2 + \frac{\lambda}{2} x^T D^T \Lambda(Du) Dx + \lambda C \quad (29)$$

و به همین ترتیب،

$$G(x, u) \geq F(x) \quad G(u, u) = F(u) \quad (30)$$

برای حداقل کردن $F(x)$ ، روش (MM) یک الگوریتم تکرارشونده را به وسیله معادله زیر تعریف می‌کند؛ که i همان اندیس تکرارشوندگی است.

$$x^{i+1} = \operatorname{argmin}_x G(x, x^i)$$

تکرار با $x^{(0)}$ شروع می‌شود. در اینجا تکرار شدن با روش (MM) باعث شکل‌گیری معادله زیر می‌شود:

$$x^{i+1} = \operatorname{argmin}_x \|y - x\|_2^2 + \lambda x^T D^T \Lambda(Dx^i) Dx \quad (31)$$

Chen and Selesnick, 2014, Deng et al., 2013, Figueiredo and Bioucas-Dias, 2011) آمده است. در این مطالعه از تابع هدف همپوشانی-گروهی ارتقاء-تنکی با هدف نوفه‌زدایی تنوع کامل استفاده می‌کند. علاوه بر این، الگوریتم مشتق شده در ادامه، از الگوریتم‌های قبلی برای همپوشانی تنکی متمایز است. الگوریتم‌های قبلی برای متغیرهای کمکی (از طریق تقسیم متغیر، تکرار، و غیره)، متناسب با عامل همپوشانی هستند؛ که مستلزم حافظه اضافی متناسب با اندازه گروه می‌باشد. الگوریتم MM از متغیرهای کمکی استفاده نمی‌کند و به حافظه اضافی نیاز ندارد. یادآوری می‌شود که برای همپوشانی تنکی-گروهی، جایگزینی برای تابع هدف در (Obozinski et al., 2011) پیشنهاد شده است.

یک سیگنال N -نقطه‌ای $x(n), n = 0, \dots, N-1$ در بردار ستونی نمایش داده می‌شود، $x = [x(0), \dots, x(N-1)]^T \in \mathbb{R}^N$ ماتریس مشتق مرتبه اول با D به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & \dots & \dots & \\ & & & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

مشتق مرتبه اول سیگنال N -نقطه‌ای x با Dx بدست می‌آید، که اندازه D برابر است با $(N-1) \times N$. گروه K -نقطه‌ای بردار v با رابطه آتی مشخص خواهد شد:

$$V_{n,k} = [v(n), \dots, v(n+K-1)] \in \mathbb{C}^K \quad (23)$$

این یک بلوک K نمونه‌های هم‌مرز v است؛ که با نشانه (index) n شروع می‌شود.

۷-۱- نوفه‌زدایی تغییرات-کل گروه-تنک

فرض این است که سیگنال ناشناخته $X \in \mathbb{R}^N$ نوفه‌گوسی سفید مستقل افزایشی w را جذب می‌کند. همان‌طور که در مقدمه توضیح داده شد، فرض می‌شود که مشتق x (دیفرانسیل مرتبه اول، داده شده با Dx) دارای یک رفتار گروهی است. با توجه به داده‌ها، $y = X + W$ ، برآورد x می‌تواند به عنوان راه حل مساله بهینه‌سازی را سبب شود.

$$X^* = \arg \min_{X \in \mathbb{R}^N} \left\{ F(X) = \frac{1}{2} \|y - X\|_2^2 + \lambda \Phi(DX) \right\} \quad (24)$$

جایی که Φ یک تابع هدف است که تنکی-گروهی را ارتقاء می‌دهد. با توجه به این که $V = DX \in \mathbb{R}^{N-1}$ از این رو $\Phi: \mathbb{R}^{N-1} \rightarrow \mathbb{R}$ در این مطالعه تابع هدف Φ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\Phi(v) = \sum_n \left[\sum_{k=0}^{K-1} |v(n+k)|^2 \right]^{1/2} \quad (25)$$

که به صورت

$$x^{i+1} = (I + \lambda D^T \Lambda(Dx^i)D)^{-1}y \quad (32)$$

حل می شود و در آن ماتریس قطری $\Lambda(Dx^i)$ وابسته به $Dx^{(i)}$ در رابطه (۲۴) است.

$$x^{i+1} = y - D^T \left(\underbrace{\frac{1}{\lambda} \Lambda^{-1}(Dx^{(i)}) + DD^T}_{banded} \right)^{-1} Dy \quad (33)$$

معادله به روز شده (۲۱) یک الگوریتم تکراری برای حل مسئله تنکی-گروهی تغییرات-کل (GSTV) یا (۲۹) است. الگوریتم ۱ در جدول ۱ خلاصه شده است. توجه داشته باشید که معادله (۲۱) نیاز به یک حل دسته معادلات خطی بزرگ دارد. با این حال، سیستم ماتریس محدود شده است (در واقع مثلثی^۱ شده است). از این رو راه حل را می توان با بهره وری پردازشی بالا محاسبه نمود (Vetterling et al., 1992). توجه شود که الگوریتم نیازی به تعریف هیچ پارامتری از سوی کاربر ندارد.

جدول ۱: الگوریتم نوفه زدایی تنکی-گروهی تغییرات-کل (GSTV)

۱- الگوریتم: نوفه زدایی GSTV
۲- ورودی: y و K و λ
۳- $x = y$ (نقطه شروع)
۴- $b = D^T y$
تکرار کن
۵- $u = Dx$
۶- $[A(u)]_{n,n} = \sum_{j=0}^{k-1} [\sum_{k=0}^{k-1} u(n-j+k) ^2]^{-1/2}$
۷- $F = \frac{1}{\lambda} A^{-1} + DD^T$ (که F مثلثی است)
۸- $x = y - D^T (F^{-1}b)$ (برای حل سریع استفاده می شود)
تا زمان همگرا شدن
X را برگردان

۳-۷- همگرایی:

با توجه به مشتق الگوریتم GSTV با استفاده از روش (MM)، تضمین می شود که تابع هدف در هر تکرار کاهش می یابد. با این حال، همگرایی الگوریتم به حداقل کننده^۲ به علت مسئلهی تکنیکی بوجود آمده در الگوریتم های این فرم عمومی، به راحتی اثبات نمی شود (Figueiredo et al., 2007, Oliveira et al., 2009). موضوع تکنیکی و همگرایی این نوع الگوریتم MM به طور دقیق مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت و مشخص شد که با تکیه بر نقطه شروع مناسب^۳، مسئله تکنیکی به طور کلی مانع همگرایی نمی شود.

در الگوریتم GSTV (جدول ۱)، مسالهی تکنیکی اگر به درستی در نظر گرفته نشود، ممکن است رخ دهد. به طور خاص، اگر یک کل گروه u برابر صفر باشد، محاسبه $\Lambda(u)$ در به یک تقسیم بر صفر می رسد. به همین دلیل مهم است که الگوریتم برای آن که تمام گروه ها غیر صفر باشند، با یک بردار $u^{(0)} = Dx^{(0)}$ اولیه شروع شود. در صورتی که تقسیم بر صفر در طول محاسبه $[\Lambda(u)]_{n,n}$ در الگوریتم برای برخی از n ها رخ دهد، پس از آن مناسب است که یک مقدار بی نهایت برای آن ورودی صفر شده Λ اختصاص داده شود. توجه شود که بعداً Λ در الگوریتم به عنوان Λ^{-1} استفاده می شود. از این رو، $[\Lambda(u)]_{n,n}^{-1}$ باید در این مورد صفر باشد. هنگامی که یک گروه در برخی از تکرارها برابر صفر باشد، برای همه تکرارهای بعدی نیز صفر باقی خواهد ماند. این پدیده صفر قفل شدن^۴ نیز در الگوریتم های شکل عمومی به رسمیت شناخته شده است (Figueiredo et al., 2007). با این حال این پدیده معمولاً همگرایی الگوریتم GSTV را مختل نمی کند؛ زیرا این الگوریتم به جای آن که مقادیر آستانه را با صفر جایگزین کند، به تدریج مقادیر را به صفر کاهش می دهد.

در حالی که از روش MM برای الگوریتم پیشنهاد شده استفاده شده، دیگر روش های بهینه سازی برای بازسازی سیگنال و مشکلات وارون خطی کلی ممکن است منجر به تولید الگوریتم های معادل شوند. نمونه آن کمینه کردن نیمه-مربعات^۵ (Nikolova and Ng, 2005) می باشد.

در این مقاله یک ساختار برای بسط تغییرات-کل وجود دارد؛ که در آن فرض می شود تابع مشتق مرتبه اول از سیگنال نه تنها تنک است، بلکه نمایشی از فرم ساختار تنک است: (انتظار می رود که مقادیر بزرگ عملکرد مشتق مرتبه اول ایزوله نباشند). فرض شده که این روش مصنوع-پله ای (مسدود کننده) را کاهش می دهد؛ زیرا در اغلب روش های تغییرات-کل-پایه مصنوع-پله ای (مسدود کننده) آشوبناک می شد. یک تابع هدف محدب داده شده است و یک الگوریتم تکرار شونده با استفاده از روش (MM) ارائه گردید. الگوریتم هم همگرایی سریع و هم کارایی محاسباتی بالایی دارد؛ که دلیل آن استفاده از حل سریع برای سیستم های نواری است. به طور کلی TV و GSTV کاملاً متفاوت نیستند. از این رو انتظار می رود که GSTV اثربخشی TV را در برنامه های پردازش سیگنال تنک حفظ کند. تنها مساله باقیمانده چگونگی تعیین یک پارامتر مناسب K و λ بر اساس حداقل آگاهی از ویژگی های سیگنال است. نوفه زدایی GSTV نیز می تواند برای تصاویر و داده های چند بعدی انجام شود. توابع هدف غیر محدب می توانند برای ارتقاء تنکی-گروهی استفاده شوند.

4 zero-locking
5 half-quadratic minimization

1 tridiagonal
2 minimizer
3 suitable initialization

در معادله (۳۴) سری بازتاب زمین $s(t)$ در موجک ناشی از چشمه $w(t)$ هم‌امیخت می‌شود و نوفه $n(t)$ به داده اضافه می‌شود؛ که باید برطرف گردد. از آنجایی که برطرف کردن همه نوفه‌ها غیرممکن است، پس نوفه زدایی با هدف بدست آوردن $X(t)$ تا حد امکان شبیه به $s(t)$ انجام می‌شود (Oskooi et al., 2015).

در این مقاله از روش نوفه زدایی جدیدی استفاده می‌شود؛ که پایه آن استفاده از روش‌های وارون سازی برای تضعیف نوفه GPR در فضای موجک اتساع گویا می‌باشد. به همین منظور نخست مقدمه ای بر تبدیل موجک و خواص فضای موجک بیان می‌شود. سپس تبدیل جدید موجک اتساع گویا و نوع دو شاخه به همراه خواص آن ارائه می‌شود. در ادامه نحوه نوفه زدایی بر اساس روش وارون سازی تغییرات کلی و تنکی گروهی تغییرات کلی شرح داده می‌شود. در نهایت ترکیب این دو روش با مثال‌هایی بر روی تضعیف نوفه از داده‌های حقیقی و مصنوعی پیاده شده و نتایج آن مقایسه می‌شوند.

۱۰- نوفه زدایی از مدل مصنوعی و داده حقیقی و بررسی

نتایج

برای بررسی کارایی اعمال فیلترها در حوزه موجک یک مقطع مصنوعی شامل پنج لایه، دو پایپ و یک مجرا مطابق شکل ۱۰ تولید و بر اساس آن داده‌های GPR را به شکل ۱۱-۱ مدل و به آن نوفه اتفاقی مطابق با شکل ۱۱-۲ اضافه خواهد شد. فرکانس نمونه برداری ۴۰ نانو ثانیه بوده و نوفه اضافه شده به داده، نوفه گاوسی سفید با شدت ۴ دسی بل می‌باشد. همچنین برای دو نسبت سیگنال به نوفه ۲ و ۰/۵ تمامی مقایسه‌ها انجام خواهند شد.

همانطور که در شکل (۱۱-۲) مشخص است، مسیر لایه‌ها به خصوص لایه‌های نازکتر تا حدودی از بین رفته‌اند و همچنین وجود نوفه باعث شده تا مرزها کاملاً نامشخص شوند؛ به طوری که برجستگی لایه‌ها و مسیر لایه‌ها در سراسر مقطع حاوی نوفه بوده و آسیب دیده‌اند. این مدل برای بررسی TV و GSTV در حوزه زمان و حوزه RADWT و DTRADWT استفاده می‌شود.

۱۰-۱- بررسی نوفه زدایی توسط TV-زمان و TV-RADWT

بر روی داده مصنوعی

برای نوفه زدایی این مقطع حاوی نوفه، فیلتر TV را بر حوزه زمان اعمال می‌شود. شکل ۱۱-۴ داده را پس از نوفه زدایی توسط مدل TV در حوزه زمان نشان می‌دهد. پس از اعمال فیلتر TV در حوزه زمان مشاهده می‌گردد که بخشی از نوفه برطرف شده است. اما به تبع آن مرز بسیاری از داده‌ها مخدوش شده است. ساختارهایی که دارای دامنه کم هستند، بیشتر تحت تاثیر نوفه زدایی در این حالت قرار داشته و پس از حذف نوفه بیشتر تحت تاثیر قرار گرفته‌اند. اما ساختارهایی که دامنه بالاتر دارند، بیشتر

۸- روش‌های تغییرات-کل TV و تنکی-گروهی

تغییرات-کل GSTV در حوزه موجک اتساع گویا

RADWT

GPR روشی است که از امواج الکترومغناطیسی برای تعیین عمق و شناسایی آنومالی‌ها استفاده می‌کند. در این روش اندازه‌گیری از دو آنتن فرستنده و گیرنده استفاده می‌شود. امواج تابش شده توسط آنتن فرستنده به هدف زیرسطحی برخورد می‌کنند و سپس توسط گیرنده دریافت می‌شوند. با توجه به این که هدف تضعیف نوفه‌های تصادفی است؛ بنابراین باید نوفه تصادفی به مقطع اضافه شود. در راستای نیل به این هدف از مدل‌های مصنوعی استفاده شد. برای تولید داده مصنوعی نخست مدل زمین با ضرایب دلخواه در نظر گرفته می‌شود. با توجه به شباهت امواج الکترومغناطیس و امواج لرزه‌ای، مدل سازی مصنوعی GPR و داده لرزه ای مصنوعی شبیه به هم هستند. موجک استفاده شده برای تولید این داده‌های مصنوعی، موجک ریکر است؛ که این موجک با رابطه آتی فرمول‌بندی می‌شود (Wang, 2015):

$$\omega(t) = (1 - \pi^2 f^2 t^2) \exp(-\pi^2 f^2 t^2) \quad (34)$$

$\omega(t)$ موجک ریکر، t زمان و f فرکانس مرکزی موجک ریکر است. موجک ریکر در حوزه زمان متقارن است و دارای میانگین صفر $\int_{-\infty}^{+\infty} r(\tau) d\tau = 0$ می‌باشد. سیگنال مصنوعی ایجاد شده با رابطه آتی فرمول‌بندی می‌شود:

$$X(t) = S(t) * \omega(t) + n(t) \quad (35)$$

در رابطه بالا $S(t)$ سیگنال دریافتی توسط گیرنده است؛ که با موجک چشمه مصنوعی که در اینجا موجک ریکر $(\omega(t))$ انتخاب شده، هم‌امیخت می‌شود. $n(t)$ نوفه تصادفی است که به سیگنال ورودی اضافه می‌شود. در شکل ۱۴-۲ مقطع حاوی نوفه مشاهده می‌شود.

در این مقاله نوفه با شدت ۴ دسی بل به داده‌ها اضافه شد. همچنین تمامی فیلترها با دو نسبت سیگنال به نوفه ۲ و ۰/۵ بررسی شده‌اند. برای مقایسه دو مقطع یک بار با TV و بار دیگر بوسیله GSTV در حوزه موجک اتساع گویا (RADWT) فیلتر خواهد شد. لازم به ذکر است که تمامی پارامترهای الگوریتم‌های TV، GSTV در حوزه زمان و فرکانس یکسان در نظر گرفته خواهند شد. در نهایت نتایج GSTV و TV در حوزه RADWT با نتایج نوفه زدایی روش استاندارد FX مقایسه خواهند شد؛ تا بتوان به شایستگی اثرات این روش را بررسی نمود.

۹- تعریف مسئله و روش تحقیق

سیگنال GPR در دریافت کننده، $X(t)$ (معمولاً آلوده به نوفه) می‌تواند به صورت معادله زیر مدل سازی شود:

$$X(t) = s(t) * w(t) + n(t) \quad (36)$$

مشخص می‌شوند. به هر ترتیب بازگردانی مرز لایه‌ها به خوبی انجام نگردیده است.

حال این نوفه زدایی توسط فیلتر TV را در حوزه موجک اعمال می‌شود. البته در اینجا از تبدیل موجک اتساع گویا (RADWT) استفاده شده است. شکل ۱۱-۳ مقطع نوفه زدایی شده شکل ۱۱-۲ را با استفاده از روش فیلتر TV در حوزه موجک نشان می‌دهد. پس از اعمال فیلتر TV در حوزه موجک، مطابق با شکل ۱۴-۳ مشخص می‌شود که این فیلتر به خوبی عمل نموده است. مسیر لایه‌ها به خوبی قابل تشخیص است و در سرتاسر مقطع یک نرم شدگی منطقی در مسیر ردها مشاهده می‌شود. ساختارها اعم از دامنه کم و زیاد به خوبی قابل تشخیص هستند و نسبت به فیلتر TV نتیجه بهتری بدست آمده است. نکته دیگری که در اینجا باید به آن توجه شود این است که مسیر لایه‌ها به خوبی بازگردانی شده‌اند؛ که این نشان از قدرتمند بودن حوزه موجک در تضعیف نوفه است.

بررسی اثر نسبت سیگنال به نوفه، طیف توان و مقطع تفاضلی

همان طور که از شکل طیف بر می‌آید، علاوه بر تفسیر کیفی که در مثال مصنوعی ارائه شد، حذف نوفه و حفظ سیگنال به عنوان چالشی اساسی در شکل (۱۳) به صورت کمی انجام شد. در فرکانس‌های اندک تا میانه انطباق منحنی خروجی RDWT به رنگ سیاه در داده‌های ورودی به رنگ سبز نشان دهنده قدرت حفظ سیگنال در این روش مطرح شده است. همچنین وجود نوفه اتفاقی در فرکانس‌های بالا نشان دهنده بیشترین کاهش سطح نوفه است. همان طور که از مقایسه منحنی‌های قرمز و سیاه بر می‌آید، روش TV-RDWT بیشترین کاهش سطح نوفه را دارد؛ اما اختلاف بین منحنی سیاه یعنی TV-RDWT و سبز (داده بدون نوفه) حاکی از آن است که این روش علیرغم برتری فاحش، قادر به حذف کامل نوفه نیست؛ لذا واژه تضعیف نوفه مناسب ترین انتخاب است. حال اثر دو نسبت $SNR=2$ و $SNR=0.5$ در حوزه RADWT بررسی می‌گردد. همان طور که با مقایسه شکل‌های ۷-۳ و ۸-۳ حاصل از $SNR=2$ و $SNR=0.5$ بدست می‌آید، این فیلتر در حالت $SNR=2$ بسیار موفق تر از $SNR=0.5$ عمل نموده است. میزان کشیدگی‌های حاصل از نوفه زدایی بسیار کمتر شده است. همچنین نوفه‌های زمینه بهتر حذف شده و سیگنال وضوح بهتری یافته است. با مقایسه مقاطع تفاضلی این نتیجه بدست می‌آید که در حالت سیگنال به نوفه بالاتر، اثر سیگنال در مقاطع تفاضل بیشتر از حالت موجود است. البته این موضوع جای نگرانی ندارد؛ چرا که این حالت تاثیر فاحشی بر روی سیگنال نوفه زدایی شده ندارد.

نتایج

سطح نوفه در شکل ۱۴-۳ TV بسیار کاهش یافته است. پیاده سازی TV در حوزه زمان، نوفه‌های مصنوعی ایجاد نموده؛ که ناشی از فیلترسازی است. روند نوفه‌های ایجاد شده در روش پیاده سازی TV در حوزه زمان به صورت کشیدگی رویداد در راستای محور زمان دیده می‌شود. این کشیدگی‌ها ناشی

از افت دقت در شناسایی پدیده‌های اتفاقی در حوزه زمان با الگوریتم TV denoising است. به دلیل تجزیه مقیاس به مقیاس سیگنال GPR و تفکیک پذیری قابل قبول روش RDWT به دلیل استفاده از ضرایب اتساع، گویا منجر به کاهش دگرنامی زمان و همچنین کاهش همپوشانی سطوح را بوجود آورده است. TV به خوبی توانسته نوفه را شناسایی و تضعیف کند و پس از برگرداندن از حوزه موجک (وارون از حوزه موجک) شکل نوفه زدایی شده (۱۱-۳) را ارائه نموده است.

اثرات ناشی از TV در راستای زمانی وجود دارد. این اثرات در حوزه موجک هم وجود دارد، اما پیاده سازی آن در این حوزه اثرات آن را کاهش داده است. روش RDWT نیز به دلیل پیچیدگی ساز و کار تولید نوفه مصنوعی نمی‌تواند همه سطوح نوفه را تضعیف نماید. اصرار زیاد بر حذف نوفه می‌تواند باعث آسیب به سیگنال شود.

با کاهش SNR میزان نوفه بازماند و نوفه حاصل از فیلتر بر روی مقطع افزایش چشم‌گیری می‌یابد. همچنین در مقاطع تفاضلی این اثر به وضوح قابل مشاهده است. با توجه به تمام موارد ذکر شده می‌توان نتیجه گرفت که اثر افزایش سیگنال به نوفه بر روی فیلترینگ تاثیر مثبت خواهد گذاشت.

۲-۱۰- بررسی نوفه زدایی توسط TV-زمان و TV-RADWT بر روی داده‌های حقیقی

حال فیلتر بر روی داده‌های حقیقی بررسی می‌شود. شکل ۱۴-۱ داده‌های حقیقی GPR را نشان می‌دهد. شکل ۱۴-۲ داده تضعیف نوفه شده با روش TV در حوزه RADWT را نشان می‌دهد. در مقایسه این فیلتر در حوزه زمان و حوزه موجک نتایج درخوری به دست می‌آید. همان طور که ملاحظه می‌شود، این فیلتر در حذف نوفه بسیار موفق تر عمل نموده است.

روش TV قادر است نوفه را به خوبی شناسایی و حذف نماید. ملاحظه می‌شود که نوفه‌های فرکانس‌های بالا به خوبی حذف شده‌اند. در صورتی که در حوزه زمان مقادیر قابل توجهی از نوفه‌های فرکانس بالا دیده می‌شود. همچنین ردهای زمان رسیده‌های بالا کاملاً آلوده به نوفه فرکانس بالا بوده و تضعیف نوفه به خوبی صورت نگرفته است. ضمناً از ردهای شماره‌های ۵۶۰ به بالا به نوعی کامل است و سیگنال غلبه دارد و ردها را پوشانده است. هر چند در حوزه موجک اتصال گویا مشاهده می‌شود که نوفه‌ها کاملاً برداشته شده‌اند و دید خوبی نسبت به ردها پیدا شده است. بنابراین با اطمینان می‌توان گفت فیلتر TV در حوزه RADWT در تضعیف نوفه موفق عمل کرده است.

حال به بررسی تغییرات طیف توان داده حقیقی پرداخته می‌شود. شکل ۱۵ تغییرات طیفی بر حسب فرکانس داده حقیقی را نشان می‌دهد. سیگنال ورودی به رنگ قرمز نشان داده شده، سیگنال تضعیف شده در حوزه زمان به رنگ آبی و سیگنال تضعیف شده در حوزه موجک به رنگ مشکی نشان داده شده است. حذف نوفه در فرکانس‌های پایین به صورت

در محور زمان دیده می‌شود، این نوفه‌ها حتی از نوع‌های اصلی نیز اثر بیشتری دارند و ردهای اصلی را بیش از نوفه‌های اصلی تحت تاثیر قرار داده‌اند. اعمال GSTV در حوزه زمان خرابی و نوفه بیشتری نسبت به اعمال آن در حوزه موجک دارد.

بررسی GSTV-RADWT

حال روند طیف توان GSTV در حوزه RADWT بررسی می‌شود. همان طور که در شکل (۱۸) مشخص است، طیف توان GSTV-RADWT (رنگ مشکی) که در فرکانس‌های بالا و چه در فرکانس‌های پایین بسیار خوب عمل نموده است. در فرکانس‌های کم تضعیف تقریباً کامل انجام شده و حتی روند تغییر طیف توان سیگنال و GSTV-RADWT با هم یکی است. در فرکانس‌های میانی این فیلتر نوفه را کاملاً حذف نموده و حتی بخشی از سیگنال را نیز تحت تاثیر قرار داده است؛ ولی تغییرات آن از سیگنال تبعیت می‌کند؛ اما در فرکانس‌های بالا بسیار موفق بوده و بیشترین کاهش سطح نوفه را دارد.

بررسی اثر نسبت سیگنال به نوفه، طیف توان و مقطع تفاضلی

شکل ۱۸ تغییرات طیف توان بر حسب فرکانس داده مصنوعی را نشان می‌دهد. طیف توان داده واقعی (سبز) و سیگنال نوفه دار (قرمز) مشخص هستند. با بررسی فرکانس‌ها مشخص می‌شود که GSTV در حوزه زمان نتوانسته در حذف نوفه موفق عمل کند. طیف توان سیگنال نوفه ای (قرمز) کمتر از طیف توان فیلتر GSTV حوزه زمان آبی است. بدین ترتیب مشخص است که این فیلتر در فرکانس‌های کم نه تنها موفق نبوده؛ بلکه نوفه بیشتری را نیز بر سیگنال اعمال نموده است. در فرکانس‌های میانی این فیلتر دامنه نوفه را اندکی کم کرده است؛ اما در فرکانس‌های بالا نتوانسته به مقدار قابل توجهی نوفه‌های فرکانس بالا را حذف نماید. البته همان طور که در شکل ۱۶-۴ آمده است، حذف نوفه اثراتی جانبی بر روی سیگنال به خصوص سیگنال‌های عمقی داشته؛ هر چند روند مناسبی بوده است. بنابراین نتیجه نهایی این است که این فیلتر در حوزه زمان در فرکانس‌های بالا بسیار موفق تر از فرکانس‌های کم عمل می‌کند.

با بررسی دو $SNR=2$ و $SNR=0.5$ شکل (۱۶-۳) و (۱۷-۳) این نتیجه حاصل می‌شود که فیلتر در حالت $SNR=2$ بسیار موفق تر عمل نموده است. نوفه‌های حاصل از نوفه زدایی جدایی به شدت کاهش یافته‌اند و فیلتر در حذف نوفه زمینه بسیار موفق عمل نموده است. همچنین اثرات لایه‌ها نسبت به حالت $SNR=0.5$ مشخص تر هستند. برای بررسی مقاطع تفاضلی در شکل‌های (۱۶-۵) و (۱۶-۶) اثرات حذف نوفه بسیار واضح و مشخص به نمایش درمی‌آیند. نوفه‌های حذف شده در شکل‌های (۱۶-۵) و (۱۶-۶) شامل نوفه سفید و کشیدگی‌های حاصل از نوفه زدایی و همچنین اثرات حاصل از نوفه زدایی بر روی لبه‌های سیگنال می‌باشد. البته در مقام

واضح دیده می‌شود؛ هر چند در فرکانس‌های بالا این اختلاف جزئی‌تر است. نکته دیگر آن است که حذف نوفه با تغییرات کلی در فرکانس‌های کم نتوانسته سیگنال را تضعیف نمایند. اختلاف طیف توان در حوزه زمان با حوزه موجک کاملاً مشخص است.

نوفه زدایی با فیلتر TV در حوزه موجک اعمال می‌شود. البته در اینجا از تبدیل موجک اتساع گویا (RADWT) استفاده شده است. شکل ۱۴-۴ مقطع نوفه زدایی شده شکل ۱۴-۲ را با استفاده از روش فیلتر TV در حوزه موجک نشان می‌دهد. پس از اعمال فیلتر TV در حوزه موجک، مطابق با شکل ۱۴-۲ مشخص می‌شود که این فیلتر به خوبی عمل نموده است. مسیر لایه‌ها به خوبی قابل تشخیص است و در سرتاسر مقطع یک نرم شدگی منطقی در مسیر ردها مشاهده می‌شود. ساختارها اعم از دامنه کم و زیاد به خوبی قابل تشخیصند و نسبت به فیلتر TV نتیجه بهتری اخذ شده است. نکته دیگری که در اینجا باید به آن توجه شود، این است که مسیر لایه‌ها به خوبی بازگردانی شده‌اند؛ که این نشان از قدرتمند بودن حوزه موجک در انجام عمل تضعیف نوفه است.

۱۰-۳- بررسی GSTV-زمان و GSTV-RADWT بر روی

داده‌های مصنوعی

در این بخش داده مصنوعی بدون نوفه و حاوی نوفه همان داده‌هایی است که برای TV به کار رفت. بنابراین می‌توان مقایسه‌ی مناسبی بین این دو انجام داد.

شکل ۱۶-۴ داده نوفه زدایی شده با GSTV در حوزه زمان را نشان می‌دهد. همانند TV در حوزه زمان کشیدگی رویدادها و ردها در راستای محور زمان کاملاً مشهود است. البته کشیدگی‌ها نسبت به TV کمتر است و ردها نرمی^۱ بهتری دارند. روش GSTV نیز از تجزیه سطح به سطح استفاده می‌کند. شکل ۱۶-۳ اعمال فیلتر GSTV در حوزه RADWT را نشان می‌دهد. این روش نوفه سطحی را کاملاً تضعیف نموده و همانند داده مصنوعی بدون نوفه، زمینه به طور کامل از نوفه فرکانس بالا خالی شده است. البته مقداری از کشیدگی‌ها همچنان خود را نشان می‌دهند. نکته دیگر بازگردانی مرز لایه عمقی است. GSTV_RADWT این مرز را به وضوح نشان می‌دهد. همچنین بازتاب سهمی‌ها و نقاط تداخل آنها مشخص بوده و هیچکدام حذف نشده‌اند. برای مثال سطح نوفه در نمونه‌های شماره صد و پنجاه به بعد در راستای زمان، زمینه به شکل محسوسی خالی از نوفه شده است. به طوری که می‌توان گفت در این بخش از سیگنال کاملاً حذف نوفه رخ داده است. در مجموع این روش نتوانسته حذف نوفه را به طور کامل انجام دهد.

بررسی GSTV-زمان

اعمال این فیلتر بخشی از داده‌های واقعی را تحت تاثیر قرار داده است. مثلاً نوفه‌هایی که بر روی اثر سهمی‌ها در نمونه‌های شماره صد و پنجاه به بعد

1 smoothness

مقایسه، در حالت $SNR=2$ ، شکل (۱۶-۵) اثرات بیشتری در مقطع تفاضلی دیده می شود.

نتایج

GSTV-RADWT بسیار بهتر از GSTV-زمان در حذف نوفه عمل نموده است. با اینکه در برخی فرکانس ها به سیگنال آسیب زده است (که در حذف سیگنال کاملاً طبیعی است)؛ ولی به خوبی در تمامی فرکانس ها نوفه را تضعیف و حتی در برخی حذف نموده و روند کاهش و افزایش طیف توان آن (مشکی) با طیف توان سیگنال تطابق دارد.

۱۰-۴- بررسی GSTV-زمان و GSTV-RADWT بر روی

داده های حقیقی

مقایسه GSTV در زمان و RADWT:

شکل ۱۹-۱ یک مجموعه داده حقیقی را نشان می دهد و این سیگنال بوده و در تمامی ردها این نوع به وضوح قابل مشاهده است. شکل ۱۹-۳ سیگنال نوفه زدایی با GSTV در حوزه زمان را نشان می دهد. با مقایسه این شکل با ۱۹-۱، مشاهده می شود که تنها سیگنال های اندکی نرم تر شده اند؛ ولی تغییری اساسی در سیگنال مشاهده نمی شود. برای مثال ردهای شماره ۵۶۰ تا انتخاب تغییری نکرده اند. همچنین نمونه های شماره ۷۰۰ در محور زمان نیز به وضوح بدون تغییر مانده اند؛ اما حذف نوفه ۱ GSTV در RADWT شکل ۱۹-۲ عمل کرده است. نوفه های فرکانس بالا کاملاً حذف شده اند، نوفه های زمینه تضعیف شده و اثرات لایه ها و اشیاء به خوبی از سیگنال آلوده بیرون کشیده شده اند. برای مثال نمونه های شماره ۷۰۰ به بعد در محور زمان به نحو بسیار مطلوبی تضعیف شده اند؛ به طوری که امتداد سهموی ها به خوبی مشخص بوده و زمینه مغشوش و نوفه ی جای خود را به زمینه بدون نوفه داده است. علاوه بر آن در ردهای شماره ۵۶۰ به بعد نیز همین موضوع دیده می شود. مرز لایه های سطحی و عمقی نیز به نحو مطلوب قابل مشاهده است.

بررسی اثر نسبت سیگنال به نوفه، طیف توان و مقطع تفاضلی

شکل ۲۰ تغییرات توان بر حسب فرکانس داده حقیقی را نشان می دهد. (رنگ قرمز) یک طیف توان داده حقیقی نوفه ی است. طیف توان روش GSTV در حوزه زمان (آبی) در فرکانس های کم و میانی اصلاً موفق نبوده؛ بلکه مقداری نیز به نوفه های سیگنال اضافه نموده است. این همان رفتاری است که در اعمال این فیلتر در حوزه زمان بر روی داده مصنوعی نیز مشاهده گردید. GSTV در فرکانس های بالا روندی مناسب دارد و مقداری از نوفه سیگنال را کاهش داده است؛ اما با بررسی طیف توان سیگنال حاصل از اعمال GSTV در حوزه RADWT (مشکی)، می توان اثر بسیار مناسب این فیلتر را مشاهده کرد. همانند داده های مصنوعی، در داده های حقیقی محیط های فرکانس بالا بسیار موفق عمل کرده است. در فرکانس های میانی رفتار مشابه سیگنال اصلی است و همانند رفتار آن بر سیگنال مصنوعی

بخشی از داده را تحت تاثیر قرار داده است؛ اما در فرکانس های بالا در حذف نوفه موفق بوده و رفتاری کاملاً مشابه با سیگنال دارد.

۱۰-۵- نوفه زدایی توسط TV در حوزه DTRADWT

در مرحله اول دو روش TV و GSTV در حوزه زمان و DTRADWT بر روی داده مصنوعی اعمال گشته و با توجه به داشتن طیف توان در نهایت این دو روش به صورت کمی بررسی خواهند شد.

نوفه زدایی TV-DTRADWT

حال از نوفه زدایی با فیلتر TV در حوزه موجک اتساع گویا دو شاخه (DTRADWT) استفاده می شود. شکل ۲۱-۴ مقطع نوفه زدایی شده را با استفاده از روش فیلتر TV در حوزه موجک نشان می دهد. با توجه به شکل این فیلتر به خوبی عمل نموده است. مسیر لایه ها به خوبی قابل تشخیص است و در سرتاسر مقطع یک نرم شدگی منطقی در مسیر ردها قابل مشاهده است. ساختارها اعم از دامنه کم و زیاد به خوبی قابل تشخیص هستند و نسبت به فیلتر در حوزه زمان نتیجه بهتری حاصل شده است.

بررسی طیف توان

همان طور که از شکل طیف بر می آید، علاوه بر تفسیر کیفی که در مثال مصنوعی ارائه شد، می توان حذف نوفه و حفظ سیگنال را در شکل (۷) به عنوان چالشی اساسی به صورت کمی بررسی نمود. در فرکانس های کم تا متوسط طیف توان DTRADWT به رنگ سیاه در مقایسه با طیف توان داده های ورودی به رنگ سبز بیشترین کاهش را دارد. روند آن نیز با سیگنال منطبق است؛ که نشان دهنده قدرت حفظ سیگنال در این روش می باشد. همچنین با وجود نوفه تصادفی در فرکانس های بالا، بیشترین کاهش سطح نوفه در DTRADWT است. همان طور که مقایسه منحنی های قرمز و سیاه بر می آید، روش TV-DTRADWT بیشترین کاهش سطح نوفه را دارد.

بررسی نوفه زدایی TV-DTRADWT بر روی داده های حقیقی

حال به بررسی فیلتر بر روی داده های حقیقی پرداخته می شود. شکل ۲۳-۱ داده های حقیقی GPR را نشان می دهد. در مقایسه این فیلتر در حوزه زمان و حوزه موجک نتایج درخوری بدست می آید. شکل ۲۳-۳ داده تضعیف نوفه شده با روش TV در حوزه DTRADWT را نشان می دهد. همان طور که ملاحظه می شود، این فیلتر در حذف نوفه بسیار موفق عمل نموده است. نوفه های فرکانس های بالا به خوبی حذف شده اند، در صورتی که در حوزه زمان ۲۳-۲ مقادیر قابل توجهی از نوفه های فرکانس بالا دیده می شود. همچنین ردهای زمان رسیده های بالا کاملاً آلوده به نوفه فرکانس بالا بوده و تضعیف نوفه به خوبی صورت نگرفته است. ضمناً از ردهای شماره های ۵۶۰ (مربع های قرمز) به بالا نوعی کامل و سیگنال غلبه دارد و ردها را پوشانده است؛ اما مشاهده می شود که در حوزه DTRADWT نوفه ها کاملاً برداشته شده اند و دید خوبی نسبت به ردها پیدا شده است.

مقداری از کشیدگی‌ها همچنان خود را نشان می‌دهند. روش GSTV با استفاده از تجزیه سطح به سطح این نوفه زدایی را انجام داده و چنانچه در شکل (۲۵-۴) دیده می‌شود، بر خلاف TV مرز لایه عمقی به خوبی بازگردانده شده است. بازتاب سهمی‌ها و نقاط تداخل آنها مشخص بوده و هیچکدام حذف نشده‌اند. برای مثال سطح نوفه در نمونه‌های شماره ۱۵۰ (مستطیل قرمز) به بعد در راستای زمان، زمینه به شکل محسوسی خالی از نوفه شده است. به طوری که می‌توان گفت در این بخش حذف نوفه بسیار خوب انجام شده است.

بررسی طیف توان

همچنان که مشاهده می‌شود، GSTV در حوزه زمان نتوانسته در حذف نوفه موفق عمل کند. در فرکانس‌های بالا نه تنها موفق نبوده، بلکه مقداری به دامنه نوفه افزوده شده است. در فرکانس‌های میانی این فیلتر مقداری دامنه نوفه را کم نموده است؛ اما در فرکانس‌های بالا نتوانسته میزان مناسبی از نوفه‌های فرکانس بالا را حذف نماید. بنابراین نتیجه نهایی این است که این فیلتر در حوزه زمان در فرکانس‌های زیاد بسیار موفق‌تر از فرکانس‌های کم عمل می‌کند. در بررسی طیف توان همان‌طور در شکل (۲۶) مشخص است، طیف توان GSTV-DTRADWT (رنگ مشکی) که در فرکانس‌های بالا و چه فرکانس‌های پایین مناسب عمل نموده است. البته همان‌طور که در شکل (۲۵-۴) نشان داده می‌شود، این حذف نوفه اثراتی جانبی بر روی سیگنال به خصوص سیگنال‌های عمقی داشته است. در فرکانس‌های کم می‌توان گفت که تضعیف نسبتاً خوب انجام شده و البته بخشی از سیگنال نیز از دست رفته است. در فرکانس‌های میانی این فیلتر نوفه را به طور کامل حذف نموده و حتی بخشی از سیگنال را نیز تحت تأثیر قرار داده است؛ ولی تغییرات آن از سیگنال تبعیت می‌کند؛ البته در فرکانس‌های بالا بسیار موفق بوده و بیشترین کاهش سطح نوفه را دارد.

نتایج

با توجه به موارد فوق الذکر نتیجه می‌شود که GSTV-DTRADWT بسیار بهتر از GSTV-زمان در حذف نوفه عمل نموده است. البته در بعضی فرکانس‌ها سیگنال آسیب دیده؛ اما تضعیف نوفه به خوبی در تمامی فرکانس‌ها دیده شده و روند کاهشی و افزایشی طیف توان آن (مشکی) با طیف توان سیگنال تطبیق دارد. بدین معنی که روند دامنه سیگنال آسیب ندیده است. بنابراین می‌توان گفت که GSTV در حذف نوفه در DTRADWT بسیار موفق عمل نموده است.

بررسی GSTV-DTRADWT بر روی داده‌های حقیقی

شکل ۲۷-۲ سیگنال نوفه زدایی با GSTV در حوزه زمان را نشان می‌دهد. در مقایسه این شکل با ۲۷-۱ مشاهده می‌شود که تنها سیگنال‌ها اندکی نرم‌تر شده‌اند؛ ولی تغییر چندانی در سیگنال مشاهده نمی‌شود. برای مثال ردهای شماره ۵۶۰ (مربع قرمز) تا انتها تغییری نکرده‌اند. همچنین

بنابراین با اطمینان می‌توان گفت فیلتر TV در حوزه DTRADWT در تضعیف نوفه کاملاً موفق عمل کرده است.

بررسی طیف توان

در بررسی تغییرات طیف توان داده حقیقی، شکل (۲۴) سیگنال ورودی به رنگ قرمز نشان داده شده، سیگنال تضعیف شده در حوزه زمان به رنگ آبی و سیگنال تضعیف شده در حوزه موجک به رنگ مشکی به نمایش درآمده است. حذف نوفه در فرکانس‌های پایین صورت واضح دیده می‌شود؛ اما در فرکانس‌های بالا این اختلاف جزئی‌تر است. نکته دیگر آن است که حذف نوفه با تغییرات کلی با توجه به اختلاف طیف توان در حوزه زمان با حوزه موجک کاملاً مشخص بوده و در فرکانس‌های کم نتوانسته سیگنال را تضعیف نمایند.

نتایج

همان‌طور که در شکل ۲۱-۱ و ۲۵-۲ مشخص است، مسیر لایه‌ها به خصوص لایه‌های نازک‌تر تا حدودی از بین رفته‌اند و همچنین وجود نوفه باعث شده تا مرزها کاملاً نامشخص شوند. به طوری که برجستگی لایه‌ها و مسیر لایه‌ها در سراسر مقطع حاوی نوفه بوده و آسیب دیده‌اند. نوفه‌زدایی TV در حوزه زمان، باعث تولید اندکی نوفه مصنوعی شده که روند نوفه‌های ایجاد شده در روش پیاده‌سازی TV در حوزه زمان به صورت کشیدگی رویداد در راستای محور زمان است. این کشیدگی‌ها ناشی از افت دقت در شناسایی پدیده‌های تصادفی در حوزه زمان با الگوریتم TV denoising است. به دلیل تجزیه مقیاس به مقیاس سیگنال GPR و تفکیک پذیری قابل قبول روش DTRADWT با استفاده از ضرایب اتساع گویا دو شاخه منجر به کاهش دگرنامی زمان و همچنین کاهش همپوشانی سطوح شده است. TV به خوبی نتوانسته نوفه را شناسایی و تضعیف کند. پس از برگرداندن از حوزه موجک (وارون از حوزه موجک) شکل نوفه زدایی شده ۲۲-۳ و ۲۳-۳ را بوجود آورده است. نوفه‌های ایجاد شده با TV در حوزه زمان، در حوزه موجک هم وجود دارند؛ اما به دلیل تفکیک پذیری مناسب بسیار کمتر هستند. همانند روش‌های دیگر حذف نوفه، روش DTRADWT نیز به دلیل پیچیدگی ساز و کار تولید نوفه مصنوعی نمی‌تواند همه سطوح نوفه را تضعیف نماید. اصرار زیاد بر حذف نوفه می‌تواند به سیگنال آسیب بزند.

۱۰-۶- نوفه زدایی با GSTV در حوزه DTRADWT

شایان ذکر است که داده‌های مصنوعی در این بخش همان داده‌هایی است که در حوزه TV تعریف شده‌اند.

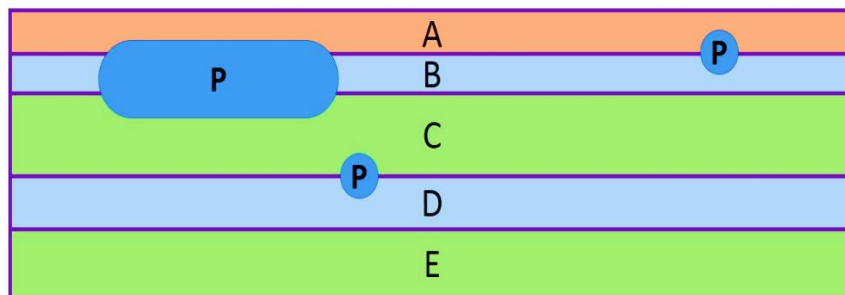
بررسی GSTV-DTRADWT بر روی داده‌های مصنوعی

شکل ۲۵-۴ اعمال فیلتر GSTV در حوزه DTRADWT را نشان می‌دهد. این روش نوفه را کاملاً تضعیف نموده و همانند داده‌های مصنوعی بدون نوفه، زمینه را به طور کامل از نوفه فرکانس بالا خالی کرده است. البته

GSTV در حوزه زمان (آبی) در فرکانس های کم و میانی اصلا موفق نبوده؛ بلکه اندکی نیز به نوفه های سیگنال اضافه نموده است. این همان رفتاری است که در اعمال این فیلتر در حوزه زمان بر روی داده های مصنوعی نیز مشاهده شد. GSTV-زمان در فرکانس های بالا روندی مناسب دارد و اندکی از نوفه سیگنال را کاهش داده است؛ اما با بررسی طیف توان سیگنال حاصل از اعمال GSTV در حوزه DTRADWT (مشکی) می توان اثر بسیار مناسب این فیلتر را مشاهده کرد؛ که همانند داده های مصنوعی در تضعیف نوفه بسیار موفق عمل کرده است. در فرکانس های پایین و میانی روند آن مشابه سیگنال اصلی است؛ اما بخشی از داده ها را تحت تاثیر قرار داده است. البته در فرکانس های بالا در حذف نوفه موفق بوده و رفتاری کاملاً مشابه با سیگنال دارد.

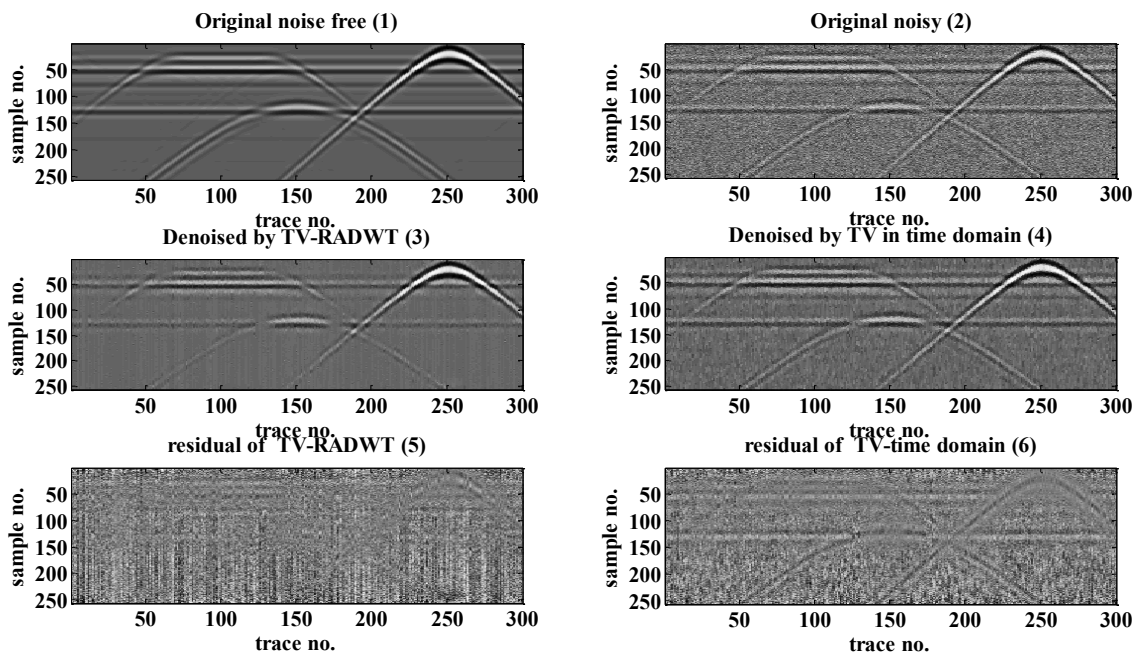
نمونه های شماره ۷۰۰ در محور زمان (مربع قرمز) نیز به وضوح بدون تغییر مانده اند؛ اما حذف نوفه با GSTV در DTRADWT شکل (۲۷-۳) دیده می شود. نوفه های زمینه بسیار خوب تضعیف شده اند و اثرات لایه ها و اشیاء به خوبی از سیگنال آلوده بیرون کشیده شده است. برای مثال نمونه های شماره ۷۰۰ به بعد در محور زمان (مربع قرمز)، بسیار مطلوب تضعیف شده اند؛ به طوری که امتداد سهموی ها به خوبی مشخص و زمینه مغشوش جای خود را به زمینه بدون نوفه داده است. علاوه بر آن در ردهای شماره ۵۶۰ به بعد (مربع قرمز) نیز همین موضوع دیده می شود. مرز لایه های سطحی و عمقی نیز به نحو مطلوب قابل مشاهده است.

شکل ۲۸ تغییرات توان بر حسب فرکانس داده حقیقی را نشان می دهد؛ که (رنگ قرمز) طیف توان داده حقیقی نوفه ای است. طیف توان روش

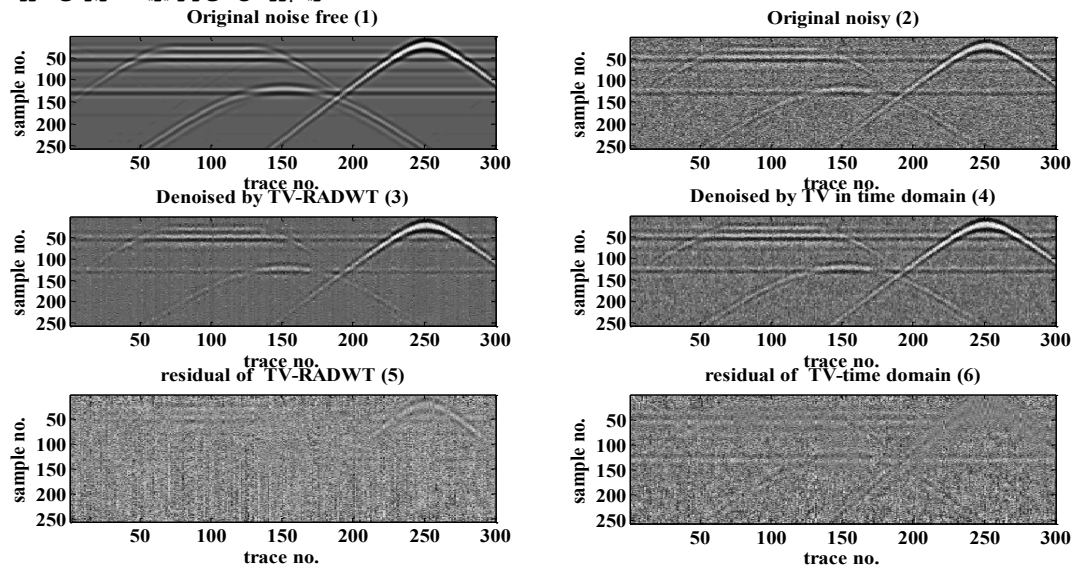


$$A=(\epsilon_r=1, \sigma=0\text{mS/m}), B=(\epsilon_r=9, \sigma=1\text{mS/m}), C=(\epsilon_r=25, \sigma=5\text{mS/m}), \\ D=(\epsilon_r=9, \sigma=1\text{mS/m}), E=(\epsilon_r=25, \sigma=5\text{mS/m}), P=(\epsilon_r=16, \sigma=1\text{mS/m})$$

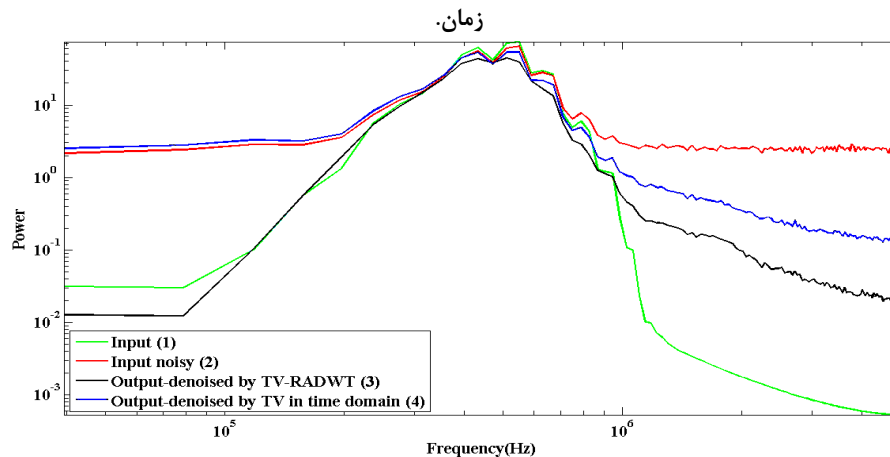
شکل ۱۰: مدل مصنوعی زمین متشکل از پنج لایه و دو شکل لوله و یک مجرا. رسانایی و ثابت دی الکتریک آنها به تفکیک نمایش داده شده است.



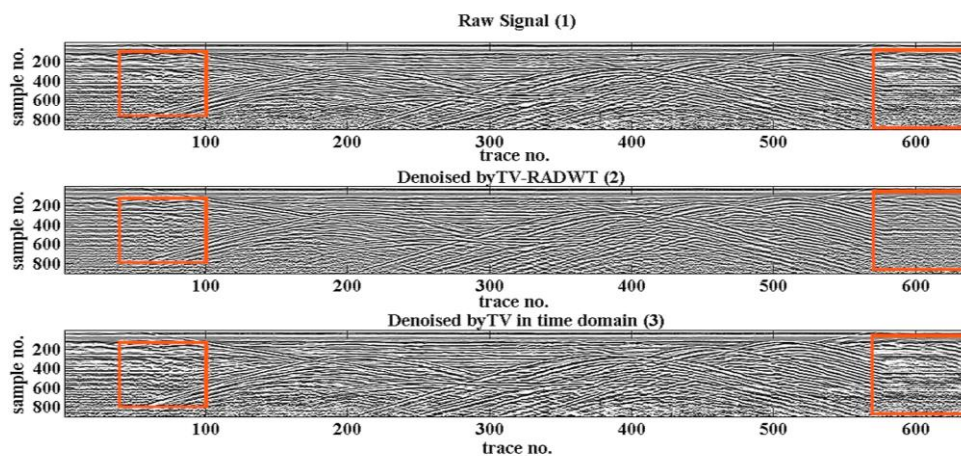
شکل ۱۱: ۱- داده مصنوعی بدون نوفه. ۲- داده مصنوعی که نوفه سفید به آن اضافه شده است (SNR=2). ۳- داده نوفه زدایی شده توسط روش TV در فضای RADWT. ۴- داده نوفه زدایی شده توسط روش TV در حوزه زمان. ۵- مقطع تفاضلی TV در حوزه RADWT. ۶- مقطع تفاضلی TV در حوزه زمان.



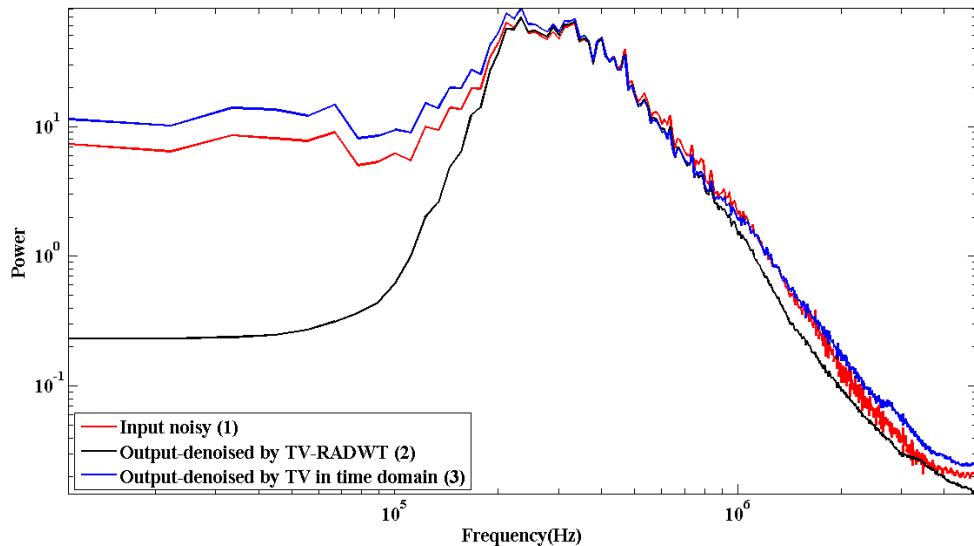
شکل ۱۲: ۱- داده مصنوعی بدون نوفه. ۲- داده مصنوعی که نوفه سفید به آن اضافه شده است ($SNR=0.5$). ۳- داده نوفه زدایی شده توسط روش TV در فضای RADWT. ۴- داده نوفه زدایی شده توسط روش TV در حوزه زمان. ۵- مقطع تفاضلی TV در حوزه RADWT. ۶- مقطع تفاضلی TV در حوزه



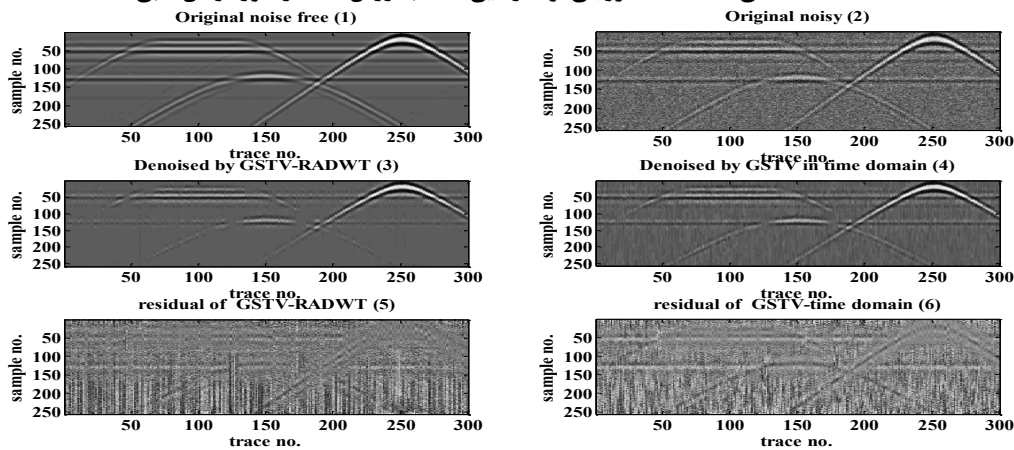
شکل ۱۳: تغییرات طیف بر حسب فرکانس داده مصنوعی ۱- سیگنال ورودی خام (سبز). ۲- داده ورودی که نوفه به آن اضافه شده است (قرمز). ۳- داده خروجی نوفه زدایی شده به روش TV در حوزه RADWT (مشکی). ۴- داده خروجی نوفه زدایی شده به روش TV در حوزه زمان (آبی).



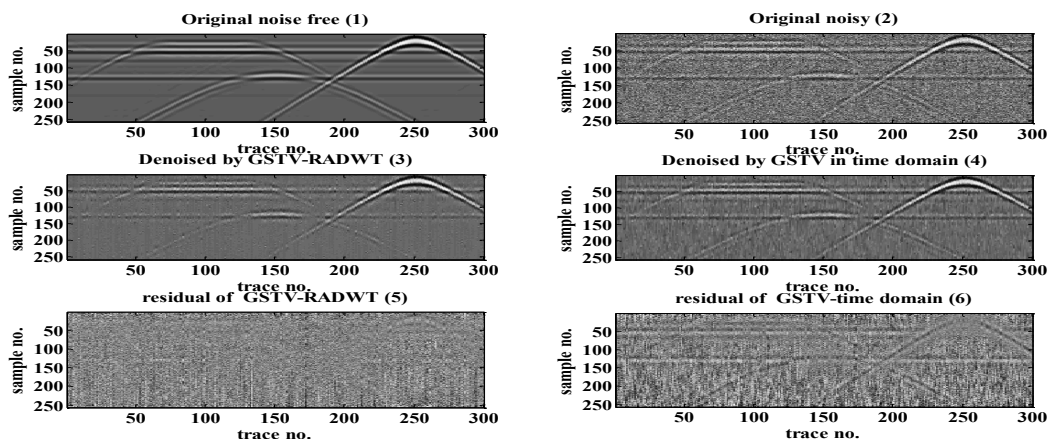
شکل ۱۴: ۱- داده حقیقی. ۲- داده حقیقی نوفه زدایی شده توسط TV در حوزه RADWT. ۳- داده حقیقی نوفه زدایی شده به روش TV در حوزه زمان.



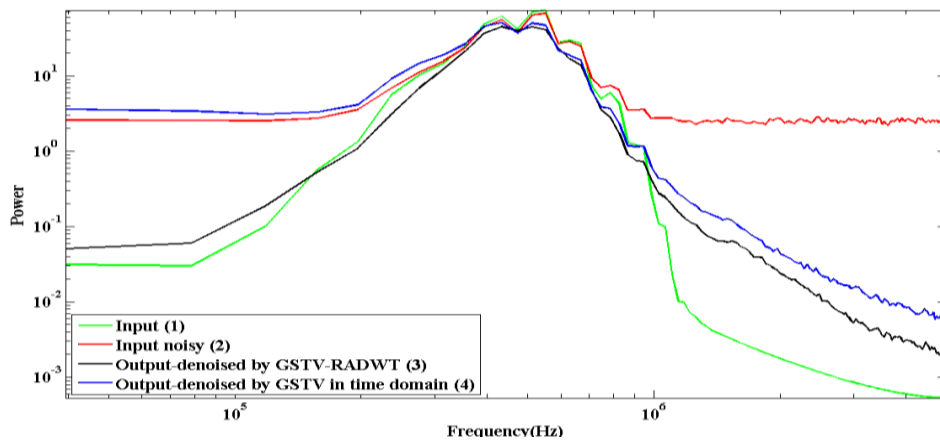
شکل ۱۵: تغییرات طیف توان بر حسب فرکانس داده حقیقی ۱- سیگنال ورودی خام (قرمز). ۲- داده خروجی نوفه زدایی شده به روش TV در حوزه RADWT (مشکی). ۳- داده خروجی نوفه زدایی شده به روش TV در حوزه زمان (آبی).



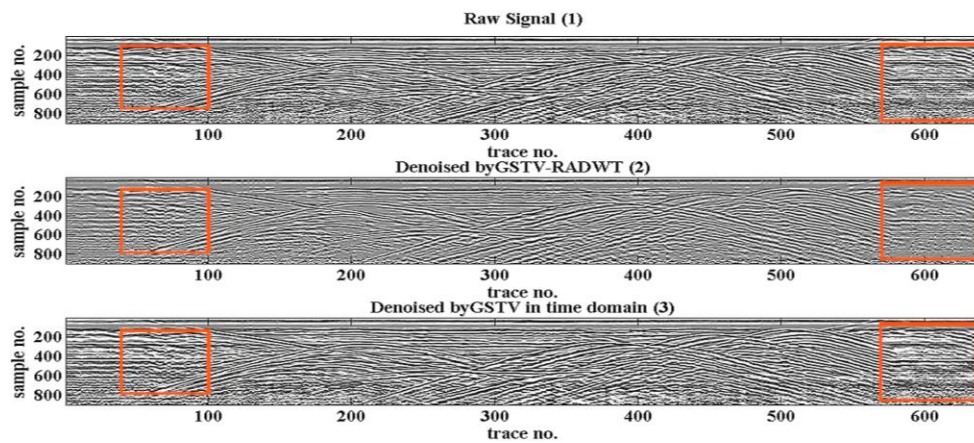
شکل ۱۶: ۱- داده مصنوعی بدون نوفه. ۲- داده مصنوعی که نوفه سفید به آن اضافه شده است (SNR=2). ۳- داده نوفه زدایی شده توسط روش GSTV در فضای RADWT. ۴- داده نوفه زدایی شده توسط روش GSTV در حوزه زمان. ۵- مقطع تفاضلی GSTV در حوزه RADWT. ۶- مقطع تفاضلی GSTV در حوزه زمان.



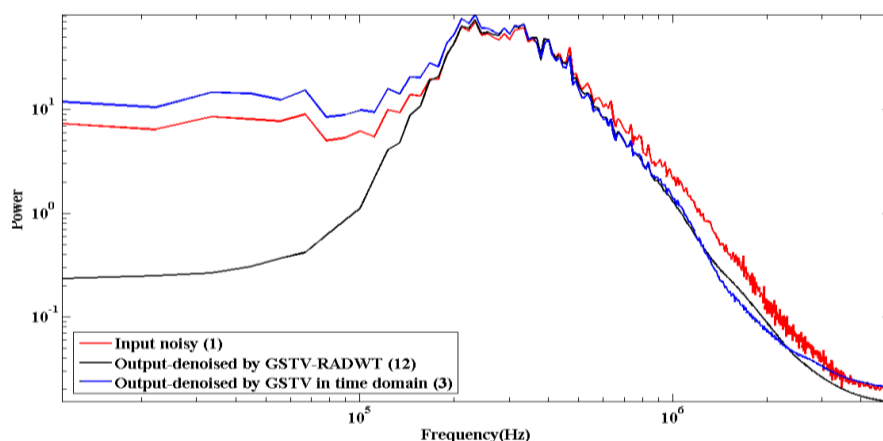
شکل ۱۷: ۱- داده مصنوعی بدون نوفه. ۲- داده مصنوعی که نوفه سفید به آن اضافه شده است (SNR=0.5). ۳- داده نوفه زدایی شده توسط روش GSTV در فضای RADWT. ۴- داده نوفه زدایی شده توسط روش GSTV در حوزه زمان. ۵- مقطع تفاضلی GSTV در حوزه RADWT. ۶- مقطع تفاضلی GSTV در حوزه زمان.



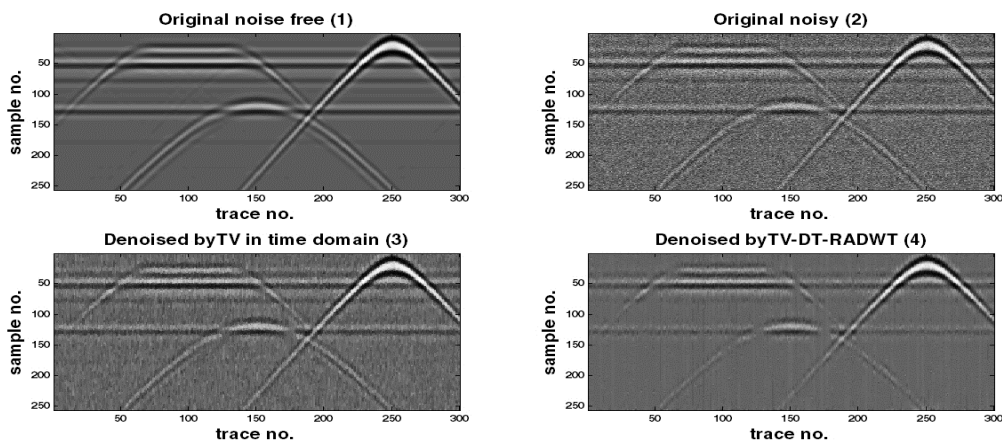
شکل ۱۸: تغییرات طیف بر حسب فرکانس داده مصنوعی ۱- سیگنال ورودی خام (سبز). ۲- داده ورودی که نوفه به آن اضافه شده است (قرمز). ۳- داده خروجی نوفه زدایی شده به روش GSTV در حوزه RADWT (مشکی). ۴- داده خروجی نوفه زدایی شده به روش GSTV در حوزه زمان (آبی).



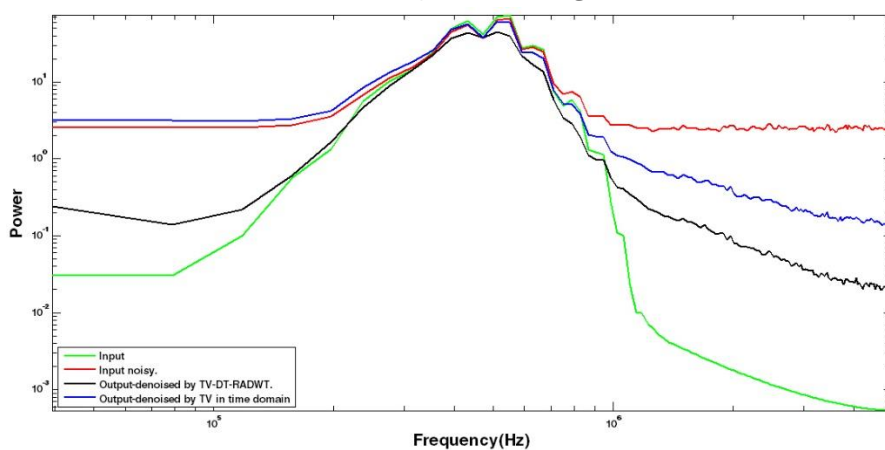
شکل ۱۹: ۱- داده حقیقی. ۲- داده حقیقی نوفه زدایی شده توسط GSTV در حوزه RADWT. ۳- داده حقیقی نوفه زدایی شده به روش GSTV در حوزه زمان.



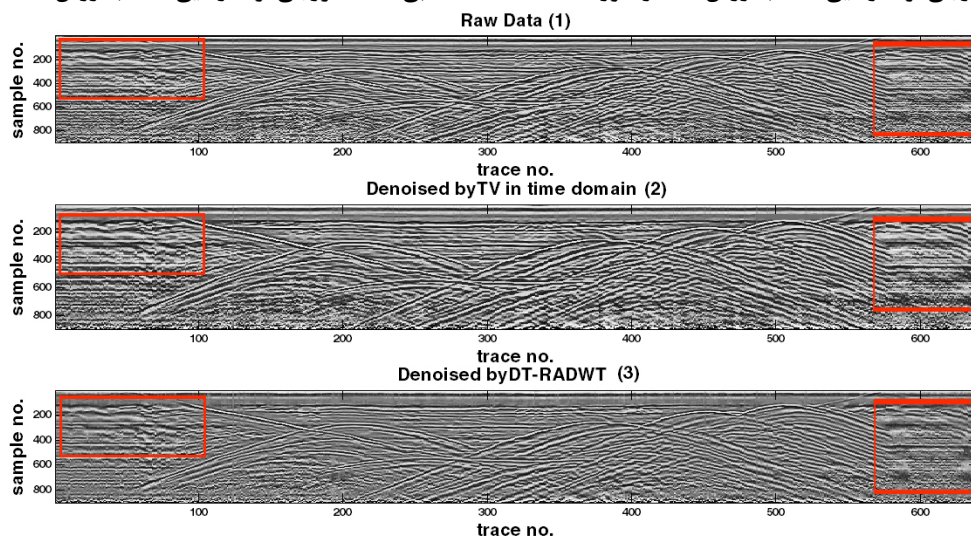
شکل ۲۰: تغییرات طیف بر حسب فرکانس داده حقیقی ۱- سیگنال ورودی خام (قرمز). ۲- داده خروجی نوفه زدایی شده به روش GSTV در حوزه RADWT (مشکی). ۳- داده خروجی نوفه زدایی شده به روش GSTV در حوزه زمان (آبی).



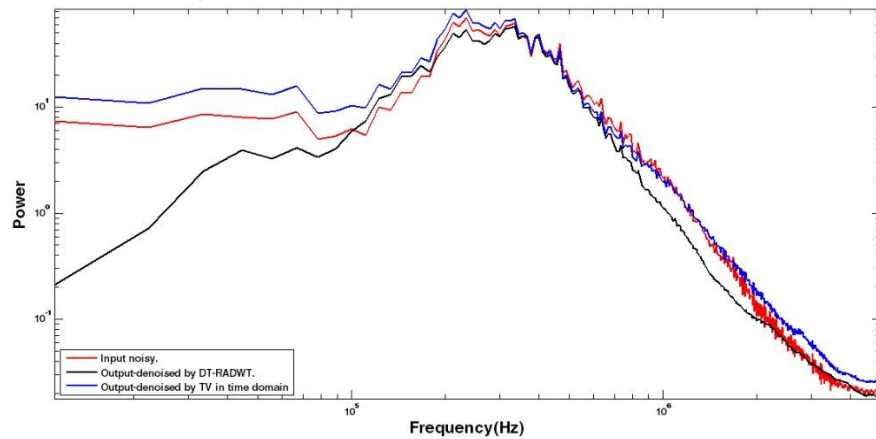
شکل ۲۱: ۱- داده مصنوعی بدون نوفه. ۲- داده مصنوعی که نوفه سفید به آن اضافه شده است. ۳- داده نوفه زدایی شده توسط روش TV در حوزه زمان. ۴- داده نوفه زدایی شده توسط روش TV در فضای DTRADWT.



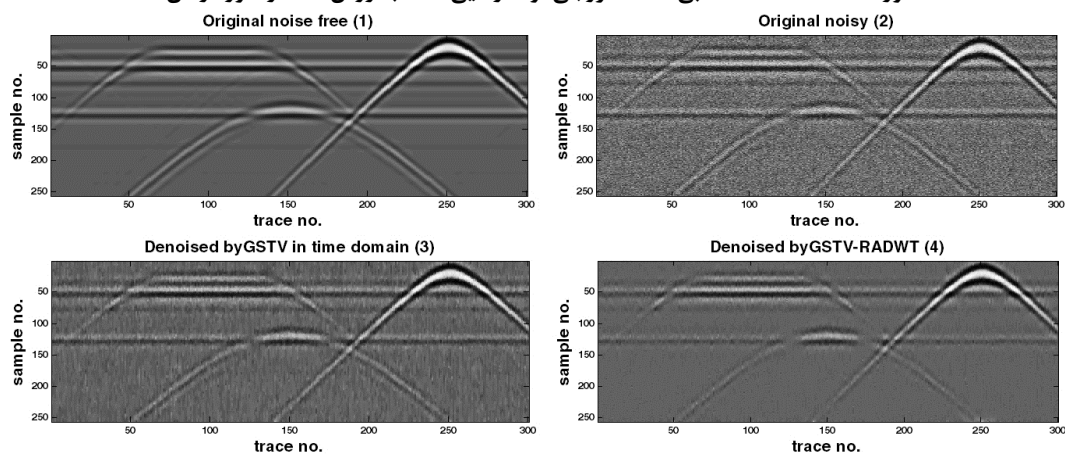
شکل ۲۲: تغییرات طیف توان بر حسب فرکانس داده مصنوعی. ۱- سبز: سیگنال ورودی خام. ۲- قرمز: داده ورودی که نوفه به آن اضافه شده است. ۳- مشکی: داده خروجی نوفه زدایی شده به روش TV در حوزه DTRADWT ۴- آبی: داده خروجی نوفه زدایی شده به روش TV در حوزه زمان.



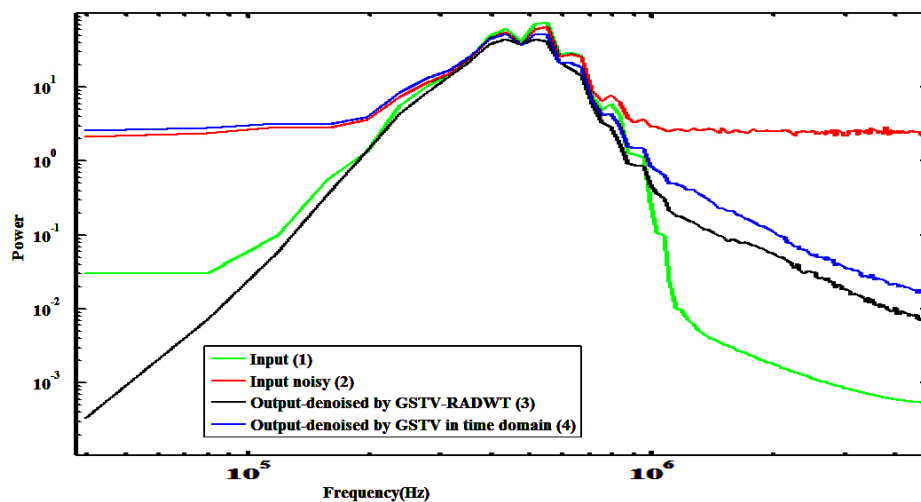
شکل ۲۳: ۱- داده حقیقی. ۲- داده حقیقی نوفه زدایی شده به روش TV در حوزه زمان. ۳- داده حقیقی نوفه زدایی شده توسط TV در حوزه DTRADWT.



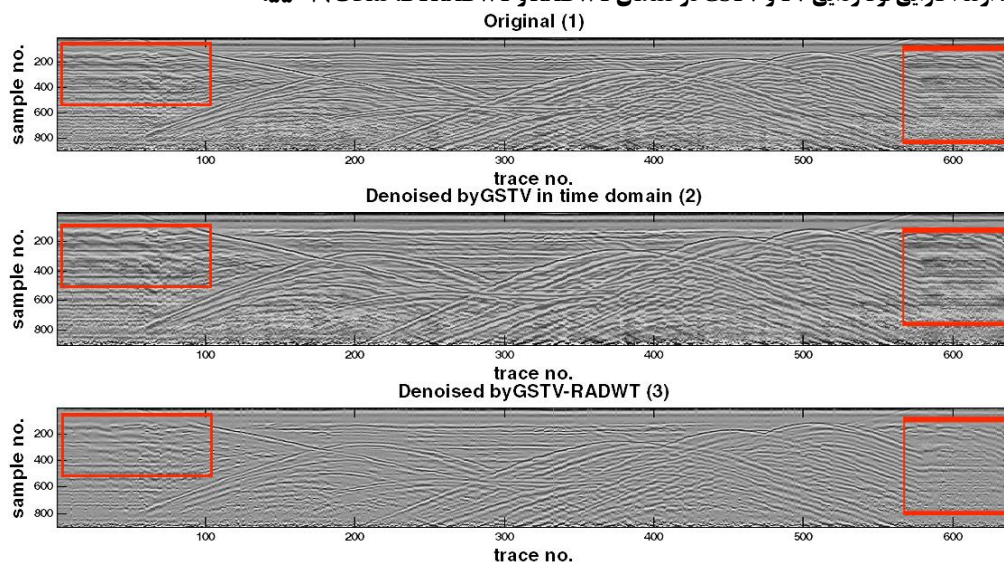
شکل ۲۴: تغییرات طیف توان بر حسب فرکانس داده حقیقی. ۱- قرمز: سیگنال ورودی خام. ۲- مشکی: داده خروجی نوفه زدایی شده به روش TV در حوزه زمان. ۳- آبی: داده خروجی نوفه زدایی شده به روش TV در حوزه زمان.



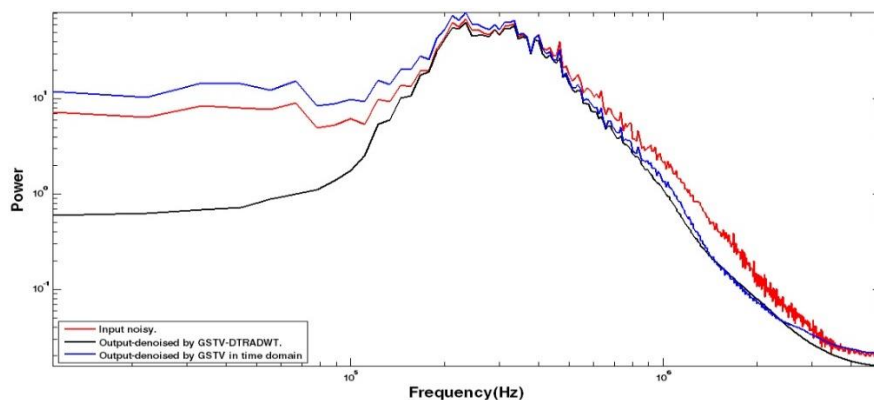
شکل ۲۵: ۱- داده مصنوعی بدون نوفه. ۲- داده مصنوعی که نوفه سفید به آن اضافه شده است. ۳- داده نوفه زدایی شده توسط روش GSTV در حوزه زمان. ۴- داده نوفه زدایی شده توسط روش GSTV در فضای DTRADWT.



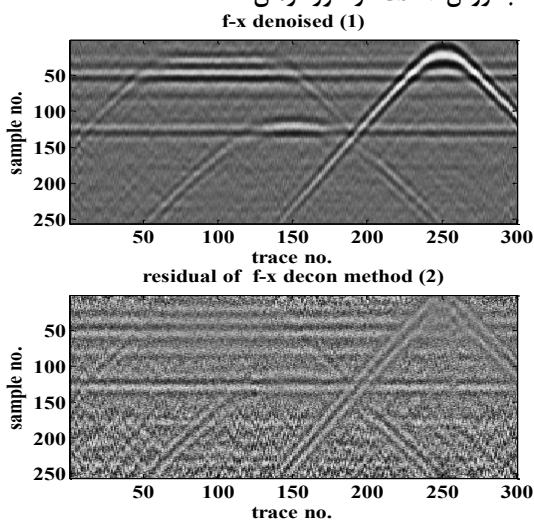
شکل ۲۶: تغییرات طیف توان بر حسب فرکانس داده مصنوعی ۱- سبز: سیگنال ورودی خام ۲- قرمز: داده ورودی که نوفه به آن اضافه شده است ۳- مشکی: داده خروجی نوفه زدایی شده به روش GSTV در حوزه DTRADWT. ۴- آبی: داده خروجی نوفه زدایی شده به روش GSTV در حوزه زمان.



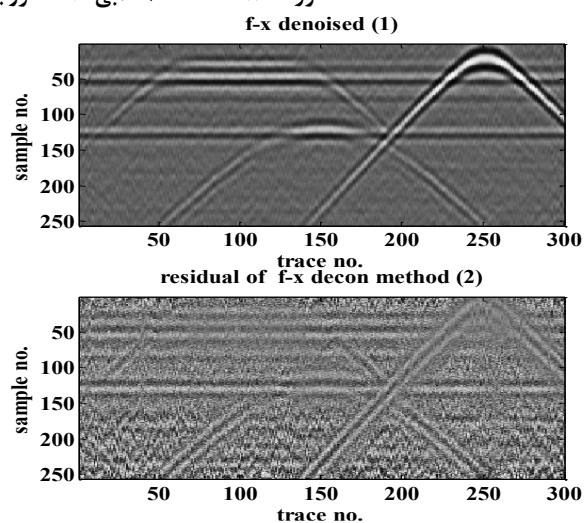
شکل ۲۷: ۱- داده حقیقی. ۲- داده حقیقی نوفه زدایی شده به روش GSTV در حوزه زمان. ۳- داده حقیقی نوفه زدایی شده توسط GSTV در حوزه DTRADWT.



شکل ۲۸: تغییرات طیف توان بر حسب فرکانس داده حقیقی ۱- قرمز: سیگنال ورودی خام ۲- مشکی: داده خروجی نوفه زدایی شده به روش GSTV در حوزه DTRADWT ۳- آبی داده خروجی نوفه زدایی شده به روش GSTV در حوزه زمان.



شکل ۳۰: نوفه زدایی FX با SNR=0.5.



شکل ۲۹: نوفه زدایی FX با SNR=2.

می‌دهد. با دیدن اثر SNR در نوفه‌زدایی و مقاطع تفاضلی حاصل از آن می‌توان نتیجه گرفت که هر چه SNR بالاتر باشد، فیلتر در تضعیف نوفه موفق‌تر عمل خواهد نمود. البته شایان ذکر است که هرچه سیگنال به نوفه بالاتر باشد، مقداری از سیگنال نیز در فرآیند نوفه‌زدایی تضعیف خواهد شد و این موضوع به وضوح در مقایسه مقاطع تفاضلی دیده می‌شود. این امر کاملاً منطبق بر طبیعت نوفه‌زدایی TV و GSTV است؛ که ماهیتی تنک را برای سیگنال فرض کرده‌اند. در نهایت می‌توان گفت که تاثیر نوفه در SNR پایین مقدار بیشتری نوفه را باقی می‌گذارد و به همان نسبت به بخش کمتری از سیگنال اصلی آسیب خواهد زد.

با بررسی تضعیف نوفه با دو عملگر TV و GSTV در حوزه زمان و DTRADWT، دیده می‌شود که عملکرد هر دو فیلتر در فضای DT-RADWT بسیار بهتر از حوزه زمان است. مهمترین دلیل آن تجزیه مقیاس به مقیاس سیگنال GPR و تفکیک پذیری قابل قبول روش DTRADWT به دلیل استفاده از ضرایب اتساع گویا منجر به کاهش دگرنامی زمان و همچنین کاهش همپوشانی سطوح شده است. پیاده سازی TV در حوزه زمان، نوفه‌های مصنوعی ایجاد می‌نماید؛ که ناشی از فیلترسازی بوده و روند نوفه‌های ایجاد شده در روش پیاده سازی TV در حوزه زمان به صورت کشیدگی رویداد در راستای محور زمان بوده نمایان می‌گردد. این مساله ناشی از افت دقت در شناسایی پدیده‌های تصادفی در حوزه زمان با الگوریتم رابط TV denoising است. هر چند ایجاد نوفه مصنوعی در روش نوفه‌زدایی GSTV بسیار کمتر از TV می‌باشد. با بررسی عملکرد این دو فیلتر در فضای DTRADWT این نتیجه حاصل می‌شود که هر دو روش TV و GSTV در فرکانس‌های پایین رفتاری مشابه دارند و در حذف نوفه موفق هستند. در فرکانس‌های میانی نیز میزان حذف نوفه آنها و تغییر ناشی از نوفه‌زدایی در سیگنال تقریباً برابر است. البته در فرکانس‌های بالا این دو تفاوتی فاحش دارند. در حالی که GSTV در فرکانس‌های بالا بسیار موفق است، TV عملکردی بسیار ضعیف دارد. این اثر در ساختار سیگنال و به خصوص در هذلولی‌ها و مرز لایه‌های افقی بسیار مشهود است. در نتیجه می‌توان گفت که GSTV-DTRADWT یک تضعیف نوفه بسیار قوی را انجام داده؛ که کمترین اثر را بر روی سیگنال و بیشترین اثر را بر روی تضعیف نوفه داشته و به عنوان یک فرایند تضعیف نوفه بسیار قوی معرفی می‌گردد.

۱۳- فهرست منابع

- bach, F., Jenatton, R., Mairal, J. and Obozinski, G., 2012, Structured sparsity through convex optimization. Statistical Science, 27, 450-468.
- Baili, J., Lahouar, S., Hergli, M., Al-Qadi, I. L. and Besbes, K., 2009, GPR signal de-noising by discrete wavelet transform. Ndt & E International, 42, 696-703.
- Bayram, I., 2011, Mixed norms with overlapping groups as signal priors. Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), IEEE International Conference on, IEEE,

۱۱- مقایسه با روش نوفه‌زدایی FX

هدف اصلی این مقاله معرفی نوفه‌زدایی در حوزه موجک و روش‌های وارون پایه TV و مدل ارتقاء یافته آن GSTV به عنوان روش‌هایی موثر در تضعیف نوفه پایه می‌باشند. برای بررسی و مقایسه نتایج بدست آمده نتایج روش GSTV در فضای RADWT با نتایج روش FX به عنوان یک روش مرجع و بر روی داده‌های مصنوعی در دو حالت SNR=2 (شکل ۲۹) و SNR=0.5 (شکل ۳۰) بررسی شد.

با بررسی نتایج به وضوح مشخص می‌شود که GSTV نوفه زمینه را کاملاً تضعیف نموده؛ اما در FX مقدار زیادی از نوفه زمینه باقی است. با بررسی مقاطع تفاضلی در فرایند نوفه‌زدایی با نسبت SNR، (شکل‌های ۲۹-۲ و ۳۰-۲) مشخص شد که روش FX بخش زیادی از سیگنال را حذف نموده است. در شکل‌های ۲۹-۱ و ۳۰-۱ نوفه‌زدایی FX بر روی سیگنال به صورت یکنواخت تاثیر می‌گذارد؛ اما روش GSTV دامنه بالا را بیش از دامنه پایین تضعیف می‌نماید. GSTV-RADWT نوفه زمینه را بهتر تضعیف نموده و در نهایت اثر سیگنال را به خوبی از زمینه مشخص نموده و اثر لایه‌ها و سهمی‌ها بسیار واضح‌تر از FX دیده می‌شوند.

۱۲- نتیجه گیری

با توجه به نتایج بدست آمده، عملکرد هر دو فیلتر TV و GSTV در فضای موجک بسیار بهتر از حوزه زمان است. مهمترین دلیل آن تجزیه مقیاس به مقیاس سیگنال GPR و تفکیک پذیری قابل قبول روش RDWT به دلیل استفاده از ضرایب اتساع گویا منجر به کاهش دگرنامی زمان و همچنین کاهش همپوشانی سطوح شده است. پیاده سازی TV در حوزه زمان، نوفه‌های مصنوعی ایجاد می‌نماید؛ که ناشی از فیلترسازی است. روند نوفه‌های ایجاد شده در روش پیاده سازی TV در حوزه زمان به صورت کشیدگی رویداد در راستای محور زمان بوده و ناشی از افت دقت در شناسایی پدیده‌های اتفاقی در حوزه زمان توسط الگوریتم رابط نوفه‌زدایی TV است. هر چند ایجاد نوفه مصنوعی در روش نوفه‌زدایی GSTV بسیار کمتر از TV می‌باشد. با بررسی عملکرد این دو فیلتر در فضای RADWT نتیجه می‌شود که هر دو روش TV و GSTV در فرکانس‌های پایین رفتاری مشابه دارند و در حذف نوفه موفق هستند. در فرکانس‌های میانی نیز رفتار مشابهی داشته و میزان حذف نوفه آنها و تغییری که در سیگنال بوجود می‌آورند، تقریباً برابر است. هر چند تفاوت اصلی در حذف نوفه‌های فرکانس بالا است. GSTV در نوفه‌های فرکانس بالا کاملاً موفق‌تر از TV است. زیرا طیف توان TV مقداری نزدیک به داده دارد و حتی در برخی نقاط فرکانس بالا طیف توان آن با داده نوفه‌ای برابر است. از منظر ساختاری نیز اثرات سهمی‌ها و لایه‌ها بسیار واضح‌تر از TV است. در مقایسه با روش نوفه‌زدایی استاندارد FX، روش GSTV در حوزه RADWT به مراتب نتایج بهتری را در هر دو SNR بررسی شده، نمایش داده است. در حذف نوفه و به خصوص نوفه زمینه، به مراتب موفق‌تر عمل نموده است. همچنین مقطع تفاضلی آن مقادیر بسیار کمتری از سیگنال را نسبت به FX نمایش

- linear and parabolic Radon Transform techniques. *Annals of Geophysics*, 46.
- Obozinski, G. , Jacob, L. & Vert, J. P., 2011, Group lasso with overlaps: the latent group lasso approach. *Arxiv preprint arxiv:1110. 0413*.
- Oliveira, J. P., Bioucas-Dias, J. M. & Figueiredo, M. A., 2009, Adaptive total variation image deblurring: a majorization–minimization approach. *Signal Processing*, 89, 1683-1693.
- Oskooi, B., Julayusefi, M. & Goudarzi, A., 2015, GPR noise reduction based on wavelet thresholdings. *Arabian Journal of Geosciences*, 8, 2937-2951.
- Peyré, G. & Fadili, J., 2011, Group sparsity with overlapping partition functions. *Signal Processing Conference, 19th European IEEE*, 303-307.
- Rodríguez, P. & Wohlberg, B., 2009, Efficient minimization method for a generalized total variation functional. *IEEE Transactions on Image Processing*, 18, 322-332.
- Rudin, L. I., Osher, S. & Fatemi, E., 1992, Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 60, 259-268.
- Selesnick, I., 2012, Total variation denoising (an MM algorithm). *Connexions*.
- Selesnick, I. W. & Chen, P. Y., 2013, Total variation denoising with overlapping group sparsity. *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), IEEE International Conference on*, 5696-5700.
- Starck, J. L., Moudden, Y., Bobin, J., Elad, M. & Donoho, D., 2005, Morphological component analysis. *Proceedings of SPIE*, 1-15.
- Tibshirani, R., 1996, Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 267-288.
- Vese, L. A. & Osher, S. J., 2004, Image denoising and decomposition with total variation minimization and oscillatory functions. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 20, 7-18.
- Vetterling, W. T., Teukolsky, S. A. & Press, W. H., 1992, *Numerical recipes: example book (C)*, Press Syndicate of the University of Cambridge.
- Wang, Y., 2015, Frequencies of the Ricker wavelet. *Geophysics*, 80, A31-A37.
- Wang, Y., Yang, J., Yin, W. & Zhang, Y., 2008, A new alternating minimization algorithm for total variation image reconstruction. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 1, 248-272.
- Yilmaz, Ö., 2001, *Seismic data analysis: Processing, inversion, and interpretation of seismic data*, Society of exploration geophysicists.
- Bayram, I. & Selesnick, I. W., 2009, Overcomplete discrete wavelet transforms with rational dilation factors. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57, 131-145.
- Burrus, C. S., Gopinath, R. A., Guo, H., Odegard, J. E. & Selesnick, I. W., 1998, *Introduction to wavelets and wavelet transforms: a primer*, Prentice hall New Jersey.
- Chambolle, A., 2004, An algorithm for total variation minimization and applications. *Journal of Mathematical imaging and vision*, 20, 89-97.
- Chen, P. Y. & Selesnick, I. W., 2014, Translation-invariant shrinkage/thresholding of group sparse signals. *Signal Processing*, 94, 476-489.
- Deng, W., Yin, W. & Zhang, Y., 2013, Group sparse optimization by alternating direction method. *Wavelets and Sparsity XV, International Society for Optics and Photonics*, 88580R.
- Figueiredo, M. & Bioucas-Dias, J., 2011, An alternating direction algorithm for (overlapping) group regularization. *Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations (SPARS)*.
- Figueiredo, M. A. , Bioucas-Dias, J. M. & Nowak, R. D., 2007, Majorization–minimization algorithms for wavelet-based image restoration. *IEEE Transactions on Image processing*, 16, 2980-2991.
- Jenatton, R. , Audibert, J. Y. & Bach, F., 2011, Structured variable selection with sparsity-inducing norms. *Journal of Machine Learning Research*, 12, 2777-2824.
- Jenatton, R. , Mairal, J. , Obozinski, G. & Bach, F. R. *Proximal Methods for Sparse Hierarchical Dictionary Learning. ICML, 2010, Citeseer*, 487-494.
- Jeng, Y. , Li, Y. W. , Chen, C. S. & Chien, H. Y., 2009, Adaptive filtering of random noise in near-surface seismic and ground-penetrating radar data. *Journal of Applied Geophysics*, 68, 36-46.
- Kim, J. H., Cho, S. J. & Yi, M. J., 2007, Removal of ringing noise in GPR data by signal processing. *Geosciences Journal*, 11, 75-81.
- Mehr, M. I., Riahi, M. A. & Goudarzi, A., 2013, Innovative RDWT: a new DWT-based method with applications for seismic ground roll attenuation. *Journal of Geophysics and Engineering*, 10, 045004.
- Naghizadeh, M. & Sacchi, M., 2012, Multicomponent f-x seismic random noise attenuation via vector autoregressive operators. *Geophysics*, 77, V91-V99.
- Nikolova, M. & NG, M. K., 2005, Analysis of half-quadratic minimization methods for signal and image recovery. *SIAM Journal on Scientific computing*, 27, 937-966.
- Nuzzo, L., 2003, Coherent noise attenuation in GPR data by

- Methodology), 68, 49-67.
- Zou, H. & Yang, F., 2009, Image Denoising of Ground Penetrating Radar Based on Wavelet Scale Space Correlation. Education Technology and Computer Science, ETCS'09. First International Workshop on, 2009. IEEE, 499-503.
- Yin, W., Osher, S., Goldfarb, D. & Darbon, J., 2008, Bregman iterative algorithms for ℓ_1 -minimization with applications to compressed sensing. SIAM Journal on Imaging sciences, 1, 143-168.
- Yuan, M. & Lin, Y., 2006, Model selection and estimation in regression with grouped variables. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical



TV and GSTV denoising performance improvement in DTRADWT and RADWT domains

Amin Ebrahimi Bardar¹, Behrooz Oskooi^{*2} and Alireza Goudarzi³

1. PhD candidate, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran.

2. Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran.

3. Assistant Professor, Faculty of Sciences and Modern Technologies,
Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran.

Received: 14 January 2018; Accepted: 16 May 2018

Corresponding author: boskooi@ut.ac.ir

Keywords

Ground penetrating radar (GPR)
Random noise attenuation
Rational dilation wavelet transform (RADWT)
Dual-tree rational dilation wavelet transform (DTRADWT)
Total variation (TV) denoising
Group sparsity total variation (GSTV) denoising

Extended Abstract

Summary

Ground penetrating radar (GPR) method is a non-destructive method for detecting shallow subsurface objectives based on the transmission of electromagnetic waves into the earth and the recording of received reflections from the sent waves. Noise recording of GPR data is inevitable. Noise attenuation is one of the most important and most significant steps in GPR processing. GPR data contains a variety of noise types. Random noise during data acquisition affects the quality of the data. Several noise reduction techniques have been proposed in various papers. In this paper, two methods of total variation (TV) and group sparsity total variation (GSTV) are used to reduce noise from GPR data in rational dilation wavelet transform (RADWT) and dual-tree rational dilation wavelet transform (DTRADWT) spaces. The

TV method is an inversion method for noise attenuation of data. The developed type of TV is called GSTV. TV and GSTV methods are very effective in noise attenuation. However, due to the presence of random noise in all frequencies of the data, it is difficult to reduce noise in the data.

Introduction

The geophysical method of GPR is increasingly being used for near-surface studies. Due to kinematic analogies between electromagnetic and mechanical waves, GPR data are currently processed by techniques developed for reflection seismic, although there are remarkable differences, both in wave field properties and in the geometries used to collect the data.

Methodology and Approaches

In this study, at first, GPR data were taken to the RADWT and DTRADWT domains and the noise reduction was made using two denoising inversion methods of TV and GSTV on both artificial and real data. For the case of artificial data, in addition to the qualitative review of the data, the power spectrum of the actual signal, the noisy signal, and the noise attenuated signal were obtained and investigated. Finally, the denoising methods and the results of TV and GSTV for noise reduction were compared.

Results and Conclusions

The results of this study show that the DTRADWT space, by providing time-frequency analysis based on rational coefficients, has been able to create significant noise reduction and enhancement in the implementation of proposed methods. The most important reason is that the scale-scale analysis to the GPR signal and the acceptable resolution of the DTRADWT method, due to the use of rational dilatation coefficients, have led to a decrease of aliasing in the time domain and also a decrease in the overlapping of the surfaces. The process of noise generated by the TV implementation in the time domain is the event elongation in the direction of the axis of time and is due to the loss of accuracy in the identification of random phenomena in the time domain by the TV noise reduction interface algorithm.

However, the generation of artificial noise in the GSTV de-stabilization method is much less than that of the TV. By examining the performance of these two filters in the DTRADWT environment, it is concluded that both the TV and

GSTV transformations have similar behavior in low-frequencies and are successful in noise elimination. In intermediate frequencies, these two denoising methods also behave similarly, and their noise reduction and the variation in the signal are approximately equal. However, the main difference between these two methods is in the removal of high-frequency noise. The GSTV method is more successful in reduction of high-frequency noise than the TV method because the TV power spectrum is close to that of the data, and even at some high-frequency points, the power spectrum is equal to that of the noisy data. From the structural point of view, the effects of the parabolic and boundary layers in the GSTV are much sharper than those of the TV. The results also show that the wavelet domain is more effective at reducing noise rather than time and FX space domains. Furthermore, in the wavelet domain, DTRADWT compared to RADWT has better frequency resolution.
