JRAG
نشریه پژوهش های ژئوفیزیک کاربردی
انجمن ژئوفیزیک ایران - ۱۳۵٤
Iranian Geophysical Society- 1975
دانشگاه صنعتی شاهرود
دوره ۴، شماره ۲، ۱۳۹۷، صفحات ۴۲۷-۴۱۳
شناسه دیجیتال (DOI): 10.22044/JRAG.2017.5684.1112

بهبود محاسبه گرادیان اول و دوم قائم با استفاده از تبدیل کسینوس

مصطفی موسی پور یاسوری[1*] و وحید ابراهیم زاده اردستانی[2]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران
۲- استاد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۱۲؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۵/۰۹

* نویسنده مسئول مکاتبات: **mousapour@ut.ac.ir**

چکیده

در تفسیر داده‌های گرانی سنجی از گرادیان‌های اول و دوم قائم به طور گسترده استفاده می‌شود. گرادیان‌های قائم به نوفه حساس هستند. دقت در محاسبه گرادیان‌های قائم به طور مستقیم بر روی دقت تفسیرها اثر می‌گذارد. به همین دلیل محاسبه دقیق و بدون نوفه گرادیان قائم بسیار حائز اهمیت است. متداول‌ترین روش برای محاسبه گرادیان قائم تبدیل فوریه است. وجود نوفه اندک در داده‌ها باعث می‌شود که گرادیان‌های قائم محاسبه شده با استفاده از تبدیل فوریه حاوی نوفه شدیدی باشند. در این مقاله از تبدیل کسینوس برای محاسبه گرادیان‌های قائم استفاده شده است. در داده‌های عاری از نوفه نتایج تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس کاملاً یکسان است؛ اما در داده‌های حاوی نوفه، تبدیل کسینوس عملکرد بهتری از تبدیل فوریه دارد. علت این بهبود با استفاده از نسبت سیگنال به نوفه بررسی شده است. مقدار این نسبت در تبدیل کسینوس بزرگ‌تر از تبدیل فوریه است و به همین دلیل در محاسبه گرادیان‌های قائم با استفاده از تبدیل کسینوس نوفه کمتری وارد می‌شود. این روش بر روی داده‌های مصنوعی دارای نوفه گوسی امتحان شده است. گرادیان‌های اول و دوم قائم بدست آمده از تبدیل کسینوس در مقایسه با تبدیل فوریه نوفه کمتری را نشان می‌دهد. همچنین این روش بر روی داده‌های واقعی معدن منگنز صفو اعمال شده و نتایج قابل قبولی از آن به دست آمده است. نمونه‌ای از کاربرد گرادیان‌ها در تفسیر داده‌های گرانی، استفاده از آنها در تعیین لبه داده‌ها است. برای تعیین لبه داده‌های مصنوعی و داده‌های واقعی از سیگنال تحلیلی استفاده شده است. سیگنال تحلیلی حاصل از گرادیان‌های تبدیل کسینوس در مقایسه با سیگنال تحلیلی حاصل از گرادیان‌های تبدیل فوریه، حاوی نوفه کمتری است و کیفیت بهتری دارد.

واژگان کلیدی

گرادیان‌های قائم
تبدیل فوریه
تبدیل کسینوس
کاهش نوفه
گرانی سنجی
معدن منگنز صفو

۱- مقدمه

از گرادیان‌های اول و دوم قائم برای متمایز کردن دو آنومالی نزدیک به هم کاهش اثرات تداخل دامنه آنومالی‌ها، تمیز دادن آنومالی از سنگ زمینه و تعیین موقعیت و ابعاد آنومالی استفاده می‌شود (Gupta and Ramani, 1982; Zeng et al., 1994; Wang et al., 2009; Wang et al., 2010). گرادیان‌های قائم در تفسیرهای کمی، کیفی و وارون‌سازی داده‌های گرانی استفاده می‌شود و ورودی بسیاری از تفسیرها محسوب می‌شوند (Nabighian and Hansen, 2001; Ravat et al., 2002; FitzGerald et al., 2004). گرادیان‌های قائم به نوفه حساس‌تر از نقشه بوگه هستند و گرادیان دوم قائم به نوفه حساسیت بیشتری نسبت به گرادیان اول قائم دارد (اردستانی، ۱۳۸۹). از آنجایی که گرادیان‌ها به طور مستقیم و غیرمستقیم در تفسیرها کاربرد دارند؛ بنابراین محاسبه گرادیان‌های قائم بدون نوفه بسیار حائز اهمیت است.

روش‌های گوناگونی برای محاسبه گرادیان قائم وجود دارد. گرکنز (Gerkens, 1989) برای محاسبه گرادیان قائم از انتگرال پواسون در مختصات استوانه‌ای استفاده کرد و از رابطهٔ بدست آمده، گرادیان قائم را برای یک نقطه مانند P با استفاده از دوایر متحدالمرکز محاسبه کرد. این روش در گوشه‌ها و لبه‌های شبکه برداشت دچار محدودیت است. برای رفع این نقیصه نیاز به داده‌های بیشتری است؛ که موجب اتلاف وقت و هزینه است (اردستانی، ۱۳۸۹). گرادیان قائم را از تبدیل هیلبرت گرادیان افقی نیز می‌توان محاسبه کرد (Blakely, 1996). در این روش نیاز به محاسبهٔ دقیق گرادیان افقی است. کان (Gunn, 1975) برای محاسبه گرادیان قائم از ترکیب عدد موج و تبدیل فوریه استفاده کرد. این روش راحت و سریع است؛ اما دقت کمی دارد (Zhang et al., 2007).

در این تحقیق از تبدیل کسینوس برای محاسبه گرادیان‌های قائم استفاده شده است. تئوری تبدیل کسینوس توسط احمد و همکاران (Ahmed et al., 1974) توسعه داده شد. از تبدیل کسینوس در پردازش‌های صدا، تصویر و فشرده‌سازی داده‌ها استفاده شده است (Rao and Yip, 1990) و در ژئوفیزیک کاربرد نداشته است. ژانگ و همکاران (Zhang et al., 2007) مشکلات موجود برای استفاده از تبدیل کسینوس در ژئوفیزیک برطرف کردند. اثبات می‌شود که از لحاظ تئوری، در داده‌های بدون نوفه نتایج تبدیل کسینوس و فوریه با هم برابر است و در مورد داده‌های حاوی نوفه استفاده از تبدیل کسینوس نوفه کمتری نسبت به تبدیل فوریه در نقشه گرادیان‌ها وارد می‌کند. نتایج داده‌های مصنوعی و داده‌های واقعی نیز این تئوری را تائید می‌کند.

۲- ارتباط بین تبدیل کسینوس و تبدیل فوریه

ارتباط تبدیل فوریه با تبدیلات کسینوس و سینوس در حالت کلی برابر با F=C+iS است. اگر فرض شود توابع f(t) و g(t) در شرایط دیریکله صدق می‌کنند و کاملاً پیوسته هستند، همچنین هر دو تابع زوج و یا یک تابع عددی ثابت و دیگری زوج باشد، برای کانولوشن این دو تابع می‌توان تبدیل فوریه را به صورت زیر نوشت (Zhang et al., 2006):

$$F[f\ (t)*g\ (t)]=C\left[f\ (t)\right]C[g(t)] \qquad (۱)$$

که F نماد تبدیل فوریه، C نماد تبدیل کسینوس و S نماد تبدیل سینوس است.

۳- معادلات تبدیل کسینوس و تبدیل فوریه در پتانسیل گرانی

پتانسیل گرانی در حوزه مکان به صورت زیر تعریف می‌شود (Wu et al., 1987):

$$V\left(x,y,z\right)=G\int_{\varnothing}\rho(\xi,\eta,\zeta)\frac{d\xi d\eta d\zeta}{\left[\left(\xi-x\right)^{2}+\left(\eta-y\right)^{2}+\left(\zeta-z\right)^{2}\right]^{1/2}} \qquad (۲)$$

که v(x,y,z) نشان‌دهنده پتانسیل گرانی در دستگاه مختصات دکارتی است و مؤلفه z به سمت پائین مثبت است، G ثابت جهانی گرانش برابر با $6.67\times10^{-11}\,N.m^{2}/kg^{2}$ و $\rho(\xi,\eta,\zeta)$ چگالی برحسب کیلوگرم بر مترمکعب است. معادله (۲) را می‌توان به صورت دیکانولوشن زیر نوشت:

$$R\left(x,y,z\right)=\frac{G}{(x^{2}+y^{2}+z^{2})^{1/2}}$$
$$V\left(x,y,z\right)=\rho\left(x,y,z\right)*R(x,y,z) \qquad (۳)$$

در معادله (۳)، R تابعی زوج و ρ مقداری ثابت و یا زوج است. آنگاه طبق معادله (۱) می‌توان نوشت:

$$F[V\ (x,y,z)]=C\left[\rho\left(x,y,z\right)\right]C[R(x,y,z)] \qquad (۴)$$

قسمت موهومی تبدیل فوریه به دلیل اینکه ρ مقداری ثابت و یا زوج است برابر با صفر است و با توجه به اینکه R نیز تابعی زوج است؛ لذا تبدیل کسینوس پتانسیل گرانش $V(x,y,z)$ به صورت زیر نوشته می‌شود (Jiang et al., 2012):

$$C[V\ (x,y,z)]=C\left[\rho\left(x,y,z\right)\right]C[R(x,y,z)] \qquad (۵)$$

بنابراین زمانی که تابع مقداری ثابت و یا مثبت باشد، تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس طبق معادلات (۴) و (۵) با هم برابرند.

۴- محاسبه گرادیان‌های قائم با استفاده از تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس

داده‌های میدان پتانسیل با اندازه‌گیری در صفحه xy بدست می‌آید و z مقداری ثابت است. تبدیل فوریه برای پتانسیل $V\left(x,y,z\right)$ به صورت زیر است (Jiang et al., 2012):

$$V\left(x,y,z\right)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}F\left(u,v\right)E\left(x,y,z;u,v\right)dudv \quad (۶)$$

$$E\left(x,y,z;u,v\right)=\exp\{2\pi[i\left(nx+vy\right)+z\sqrt{u^2+v^2}]\}$$

در رابطه (۶)، u و v عدد موج شبکه برداشت در راستای x و y، F(u,v) تبدیل فوریه V(x,y,0) و F(u,v)=C(u,v)+iS(u,v) است که C و S به ترتیب تبدیل کسینوس و سینوس برای V(x,y,0) است.

گرادیان‌های قائم و افقی با استفاده از تبدیل فوریه به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$F(V_x)=2\pi iu\,F(u,v) \quad (۱-۷)$$

$$F(V_y)=2\pi iv\,F(u,v) \quad (۲-۷)$$

$$F(V_z)=2\pi\sqrt{u^2+v^2}\,F(u,v) \quad (۳-۷)$$

که $V_x=\frac{\partial V}{\partial x}$، $V_y=\frac{\partial V}{\partial y}$ و $V_z=\frac{\partial V}{\partial z}$ به ترتیب گرادیان افقی در راستای x، y و گرادیان قائم در راستای z است. برای بدست آوردن گرادیان‌ها از روابط (۷) تبدیل فوریه معکوس گرفته می‌شود. گرادیان دوم قائم (V_{zz}) با استفاده از تبدیل فوریه به صورت زیر است (Zhang et al., 2006):

$$F(V_{zz})=[2\pi\sqrt{u^2+v^2}\,]^2F(u,v) \quad (۳-۷)$$

ارتباط بین تبدیل کسینوس (سینوس) و مشتق اول قائم به صورت زیر است:

$$F(V_z)=2\pi\sqrt{u^2+v^2}\,F\left(u,v\right)=2\pi\sqrt{u^2+v^2}\,[C\left(u,v\right)+i\,S\left(u,v\right)] \quad (۱-۸)$$

$$F(V_z)=C\left(V_z\right)+i\,S\left(V_z\right) \quad (۲-۸)$$

$$C(V_z)=2\pi\sqrt{u^2+v^2}\,C\left(u,v\right) \quad (۳-۸)$$

$$S(V_z)=2\pi\sqrt{u^2+v^2}\,S\left(u,v\right) \quad (۴-۸)$$

با استفاده از تبدیل معکوس کسینوس رابطه (۳-۸) گرادیان اول قائم محاسبه می‌شود. همچنین تبدیل معکوس سینوس رابطه (۴-۸) گرادیان اول قائم را بدست می‌دهد. گرادیان دوم قائم با استفاده از تبدیل کسینوس مشابه تبدیل فوریه بدست می‌آید.

$$C(V_{zz})=\left[2\pi\sqrt{u^2+v^2}\,\right]^2C\left(u,v\right)=2\pi\sqrt{u^2+v^2}\,C(V_z) \quad (۵-۸)$$

۵- مزیت استفاده از تبدیل کسینوس به جای تبدیل فوریه

بر پایه یافته‌های ژانگ و همکاران (Zhang et al., 2007) هیچ ارتباطی بین فاصله نمونه‌برداری و دقت محاسبه گرادیان‌ها در تبدیل کسینوس وجود ندارد؛ اما در تبدیل فوریه با تغییر فاصله نمونه‌برداری گرادیان‌ها تا حد زیادی دچار تغییر می‌شوند. مزیت دوم حساسیت کمتر تبدیل کسینوس به نوفه در مقایسه با تبدیل فوریه است و به صورت زیر اثبات می‌شود:

در میدان پتانسیل همواره نوفه تصادفی وجود دارد. در گرانی‌سنجی نیز معمولاً سیگنال گرانی را حاصل برهم‌نهی سیگنال و نوفه در نظر می‌گیرند؛ به عبارت دیگر:

$$V_z\left(x\right)=g\left(x\right)+n\left(x\right),x\in(-\infty,\infty) \quad (۹)$$

که در آن g(x) سیگنال گرانی، n(x) نوفه در اندازه‌گیری $V_z(x)$ و x فاصله نمونه‌برداری است. تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس برای رابطه (۹) به صورت زیر است:

$$F[V_z(x)]=F[g\left(x\right)]+F[n\left(x\right)] \quad (۱۰)$$

$$C[V_z(x)]=C[g\left(x\right)]+C[n\left(x\right)] \quad (۱۱)$$

قسمت موهومی تبدیل فوریه g(x) برابر با صفر است بنابراین طبق رابطه (۵) تبدیل فوریه g(x) برابر با تبدیل کسینوس آن است. نوفه n(x) نه ثابت و نه زوج است در نتیجه رابطه (۵) برای آن برقرار نیست و رابطه (۲-۸) برای آن صادق است؛ بنابراین رابطه (۱۰) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F[V_z(x)]=C[g\left(x\right)]+C[n\left(x\right)]+iS[n(x)] \quad (۱۲)$$

نسبت سیگنال به نوفه برای تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس به صورت زیر بدست می‌آید:

$$SNR_F=\frac{E_g}{E_n}=\frac{\{C[g(x)]\}^2}{\{C[n(x)]\}^2+\{S[n(x)]\}^2} \quad (۱۳)$$

$$SNR_c=\frac{E_g}{E_n}=\frac{\{C[g(x)]\}^2}{\{C[n(x)]\}^2} \quad (۱۴)$$

با توجه به رابطه (۱۳) و (۱۴) مقدار SNR_c بزرگ‌تر از مقدار

SNR_F است؛ و معنی آن این است که تبدیل کسینوس به نوفه حساسیت کمتری دارد. در ادامه بهبود محاسبه گرادیان‌های قائم با استفاده از تبدیل کسینوس در داده‌های مصنوعی و واقعی گرانی بررسی شده است.

۶- سیگنال تحلیلی

نمونه‌ای از کاربرد گرادیان‌ها در تفسیر داده‌های گرانی، استفاده از آنها در تعیین لبه داده‌ها است. سیگنال تحلیلی از فیلترهای متداول تعیین لبه است؛ که در آن از گرادیان‌های گرانی استفاده شده و به صورت زیر تعریف می‌شود (Nabighian, 1974):

$$A(x, y)=\frac{\partial g}{\partial x}+\frac{\partial g}{\partial y}-i\,\frac{\partial g}{\partial z} \quad (۱۵)$$

دامنه سیگنال تحلیلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$|A(x, y)|=\left\{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)^2\right\}^{1/2} \quad (۱۶)$$

اگر به جای گرانی (g)، گرادیان اول قائم (g_z) در فرمول بالا جاگذاری شود، دامنه سیگنال تحلیلی به صورت زیر محاسبه می‌شود (Salem and Ravat, 2003).

$$|A_n(x,y)|=\left\{\left(\frac{\partial g_z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial g_z}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial g_z}{\partial z}\right)^2\right\}^{1/2},g_z=\frac{\partial g}{\partial z} \quad (۱۷)$$

در این رابطه $\frac{\partial g_z}{\partial x}$ گرادیان افقی g_z در راستای x، $\frac{\partial g_z}{\partial y}$ گرادیان افقی g_z در راستای y، $\frac{\partial g_z}{\partial z}$ گرادیان دوم قائم و g_z نیز گرادیان اول قائم است. گرادیان‌های افقی (در راستای x و y) با استفاده از روش اختلاف محدود بدست می‌آید. مقدار بیشینه دامنه سیگنال تحلیلی در بالای لبه یا گوشه آنومالی قرار دارد. رابطه (۱۷) نسبت به رابطه (۱۶) تعیین لبه دقیق‌تری ارائه می‌دهد؛ اما این رابطه به دلیل استفاده از مشتقات درجه بالا به نوفه حساسیت بیشتری نسبت به رابطه (۱۶) دارد. در تعیین لبه داده‌های مصنوعی و واقعی برای بهتر نشان دادن بهبود محاسبه گرادیان‌ها از رابطه (۱۷) استفاده شده است.

۷- تحلیل داده‌های مصنوعی

برای بررسی این روش از دو مدل مصنوعی استفاده شده است. از رابطه ریاضی پلوف (Plouff, 1976) برای تولید اثر منشور گرانی استفاده شده است. برای تولید و همچنین تفسیر داده‌ها از نرم‌افزار متلب استفاده شده است. مدل اول شامل یک مکعب با ابعاد ۵۰ متر، عمق بالایی ۱۰متر و چگالی ۱ گرم بر سانتی‌مترمکعب است. مدل دوم شامل دو مکعب به عرض ۱۰۰ متر، طول ۱ کیلومتر، ضخامت ۱۰۰ متر، عمق بالایی ۷۰ و ۵۰ متر و چگالی به ترتیب ۱+ و ۱- گرم بر سانتی‌مترمکعب است. اثر گرانی مدل‌ها برحسب میکروگال محاسبه شده است. مشخصات مدل‌ها در جدول ۱ آمده است. ۰/۳ درصد اختلاف بین بیشینه و کمینه سیگنال گرانی هر مدل به عنوان نوفه، به داده‌ها اضافه شده است. توزیع نوفه گوسی است.

جدول ۱: مشخصات مدل‌های مورد استفاده.

تباین چگالی (گرم بر سانتی‌متر مکعب)	عمق بالایی (متر)	ضخامت (متر)	طول مکعب (متر)	عرض مکعب (متر)	شماره مدل
+۱	۱۰	۵۰	۵۰	۵۰	۱-۱
+۱	۷۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰	۲-۱
-۱	۵۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰	۲-۲

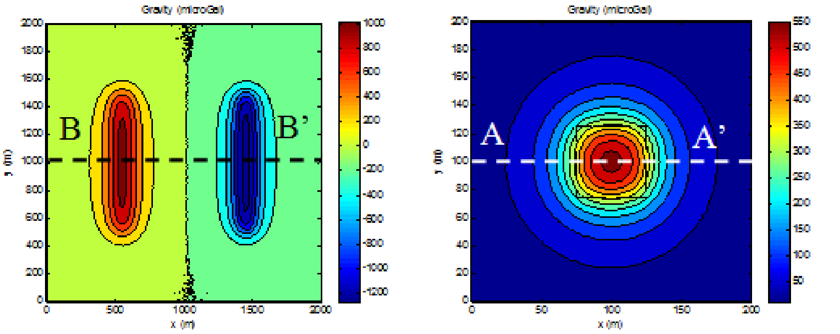
۷-۱- بررسی مدل اول

شکل (۱-الف) اثر گرانی دارای نوفه مدل اول را نشان می‌دهد. به دلیل نوفه کم اضافه شده به مدل، اثر نوفه در این شکل دیده نمی‌شود؛ همچنین به دلیل حساس بودن گرادیان قائم به نوفه، اثرات نوفه در گرادیان‌های قائم مشهود است. گرادیان‌های اول و دوم قائم محاسبه شده با استفاده از تبدیل فوریه به ترتیب در شکل‌های (۲-ب) و (۲-د) نشان داده شده است.

شکل‌های (۲-الف) و (۲-ج) به ترتیب گرادیان‌های اول و دوم قائم محاسبه شده با تبدیل کسینوس را نشان می‌دهند. در هر دو نحوه محاسبه، گرادیان دوم قائم به نوفه حساس‌تر از گرادیان اول قائم است. با توجه به شکل، در محاسبه گرادیان‌های قائم با استفاده از تبدیل کسینوس در مقایسه با تبدیل فوریه نوفه کمتری به نقشه گرادیان‌ها وارد می‌شود. برای مقایسه بهتر گرادیان‌ها، از پروفیل AA' مشخص شده در شکل (۱-الف) استفاده شده است. در این مقایسه، گرادیان‌ها برای داده‌های بدون نوفه و دارای نوفه با استفاده از تبدیل کسینوس و تبدیل فوریه محاسبه شده است. شکل (۳-الف) گرادیان اول قائم و شکل (۳-ب) گرادیان دوم قائم را برای مدل اول نشان می‌دهد.

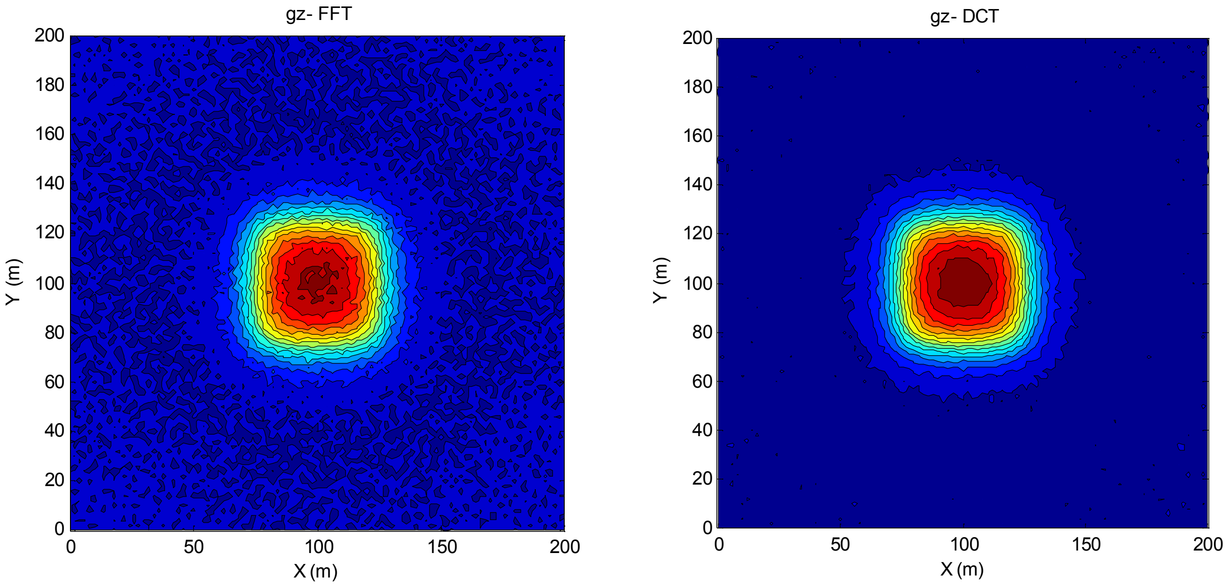
برای داده‌های بدون نوفه گرادیان‌های بدست آمده از هر دو روش محاسبه‌ای منطبق بر هم هستند. در داده‌های همراه با نوفه

گرادیان‌های تبدیل کسینوس اعوجاج کمتری از تبدیل فوریه نشان می‌دهد و در شرایط نوفه‌ای یکسان تبدیل کسینوس پایدارتر است.

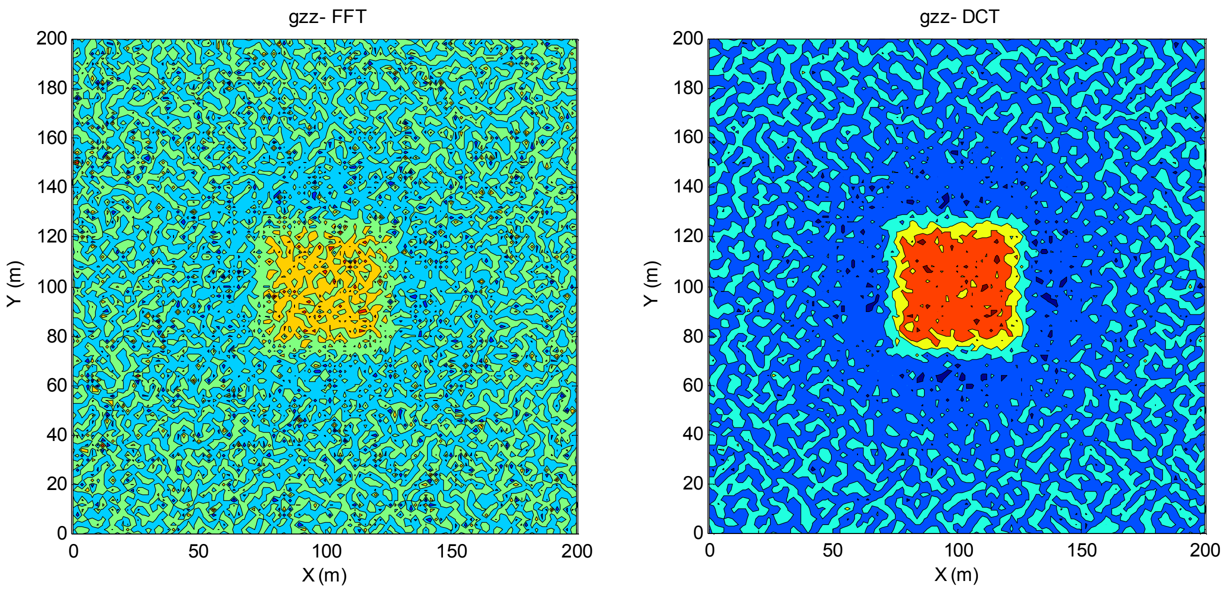


(الف) (ب)

شکل ۱: اثر گرانی دارای نوفه گوسی. (الف) مدل اول (ب) مدل دوم.



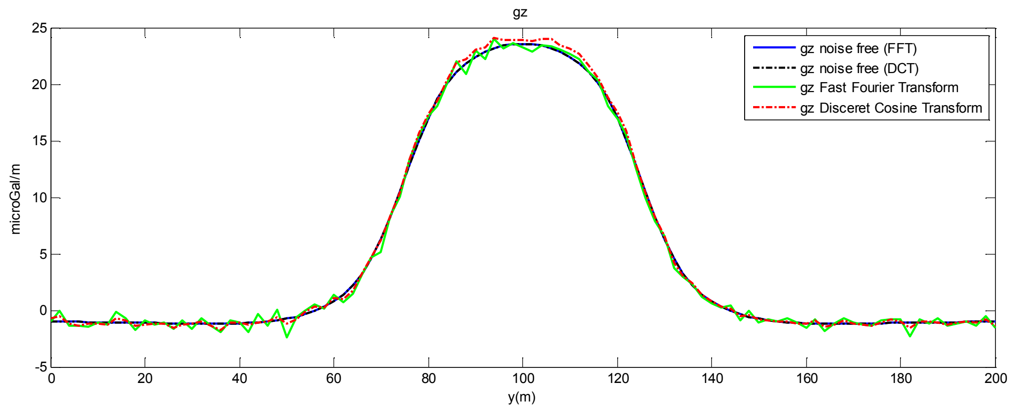
(الف) (ب)



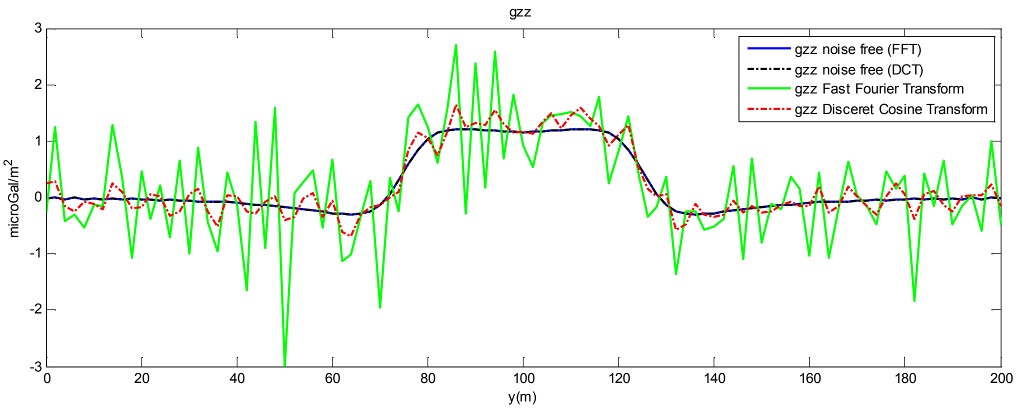
(ج) (د)

شکل ۲: گرادیان‌های مدل اول (الف) گرادیان اول قائم محاسبه شده با استفاده از تبدیل کسینوس، (ب) گرادیان اول قائم محاسبه شده با استفاده

از تبدیل فوریه، (ج) گرادیان دوم قائم محاسبه شده با استفاده از تبدیل کسینوس، (د) گرادیان دوم قائم محاسبه شده با استفاده از تبدیل فوریه.



(الف)



(ب)

شکل ۳: مقایسه بین گرادیان‌های محاسبه شده با استفاده از تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس برای داده‌های بدون نوفه و دارای نوفه در راستای پروفیل 'AA، الف- گرادیان اول قائم، ب- گرادیان دوم قائم.

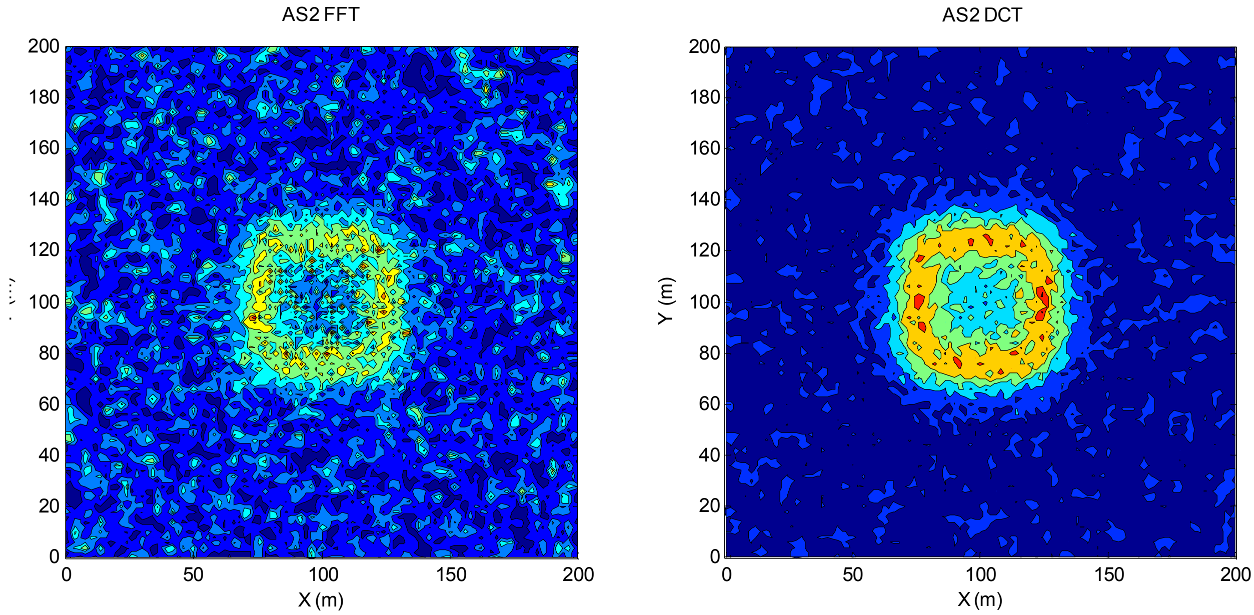
۷-۱-۱- تعیین لبه مدل اول با استفاده از سیگنال تحلیلی

برای تعیین لبه مدل اول با استفاده از سیگنال تحلیلی به این صورت عمل شده است که ابتدا گرادیان اول قائم (g_z) با استفاده از تبدیل فوریه و کسینوس محاسبه شده است. سپس گرادیان‌های افقی g_z در راستای x و y محاسبه شده است. با استفاده از گرادیان دوم قائم دامنه سیگنال تحلیلی (رابطه (۱۷)) برای هر یک از تبدیل‌ها بدست آمده است. در شکل (۴-الف) سیگنال تحلیلی بدست آمده به کمک گرادیان‌های قائم تبدیل فوریه نشان داده شده است و شکل (۴-ب) سیگنال تحلیلی بدست آمده از گرادیان‌های تبدیل کسینوس را نشان می‌دهد. به دلیل نوفه کمتر در تبدیل کسینوس، کیفیت سیگنال تحلیلی آن نیز بیشتر از تبدیل فوریه است. برای بهتر نشان دادن این کیفیت در راستای پروفیل 'AA، سیگنال تحلیلی شکل (۴-الف) و (۴-ب) با سیگنال تحلیلی بدون نوفه در همین راستا مقایسه شده است. شکل (۵-الف) نمایش پروفیلی سیگنال تحلیلی بدست آمده از گرادیان‌های تبدیل کسینوس است و شکل (۵-ب) نمایش پروفیلی سیگنال تحلیلی بدست آمده از گرادیان‌های تبدیل فوریه است. مقایسه شکل‌ها نشان می‌دهد که وجود نوفه کمتر در تبدیل کسینوس باعث شده تا تعیین لبه بهتری نیز انجام شود.

۷-۲- بررسی مدل دوم

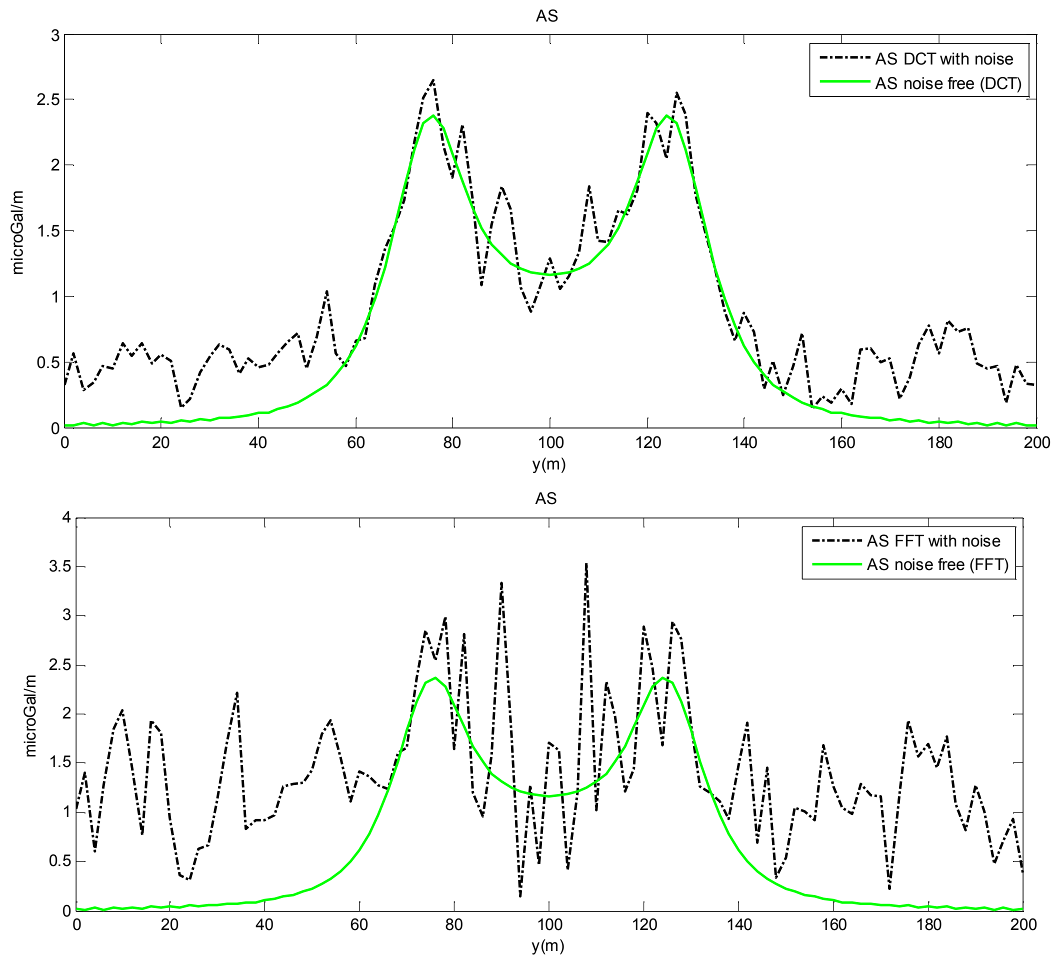
اثر گرانی همراه با نوفه مدل دوم در شکل (۱-ب) نشان داده شده است. گرادیان اول قائم محاسبه شده با استفاده از تبدیل کسینوس و فوریه به ترتیب در شکل (۶-الف) و (۶-ب) و گرادیان دوم قائم به ترتیب تبدیلات در شکل (۶-ج) و (۶-د) نشان داده شده است. با توجه به شکل (۶)، گرادیان‌های محاسبه شده با استفاده از تبدیل کسینوس نوفه کمتری را نشان می‌دهند. برای داده‌های بدون نوفه و دارای نوفه در راستای پروفیل 'BB، مشخص شده در شکل (۱ ب)، گرادیان‌ها با استفاده از تبدیل فوریه و کسینوس محاسبه شده است. شکل (۷-الف) گرادیان اول قائم و شکل (۷-ب) گرادیان دوم قائم را نشان می‌دهد. برای داده‌های بدون نوفه نتایج گرادیان‌های اول و دوم از هر دو روش محاسبه‌ای یکسان است. به دلیل نوفه کم اضافه شده به مدل، گرادیان اول قائم تبدیل کسینوس و فوریه در داده‌های دارای نوفه، نزدیک به هم دیده می‌شود و نتایج تقریباً یکسان است. همچنین به دلیل حساسیت بیشتر گرادیان دوم قائم به نوفه، در شکل (۷-ب) نوفه افزایش یافته است. در این شکل نوفه کمتر متعلق

به تبدیل کسینوس است.

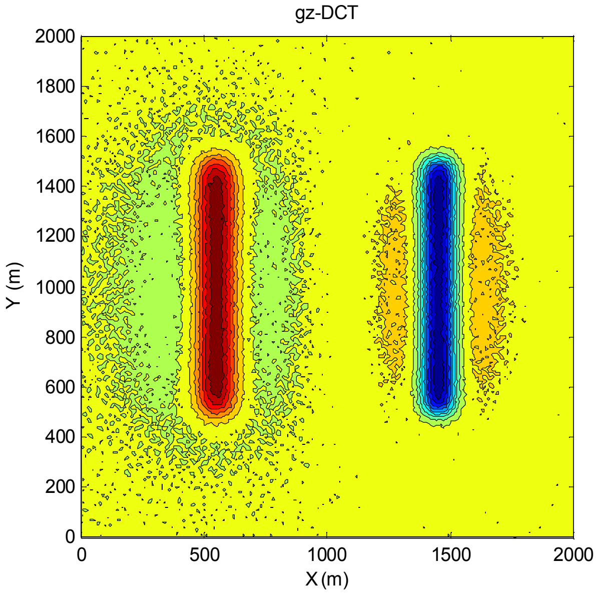


(ب) (الف)

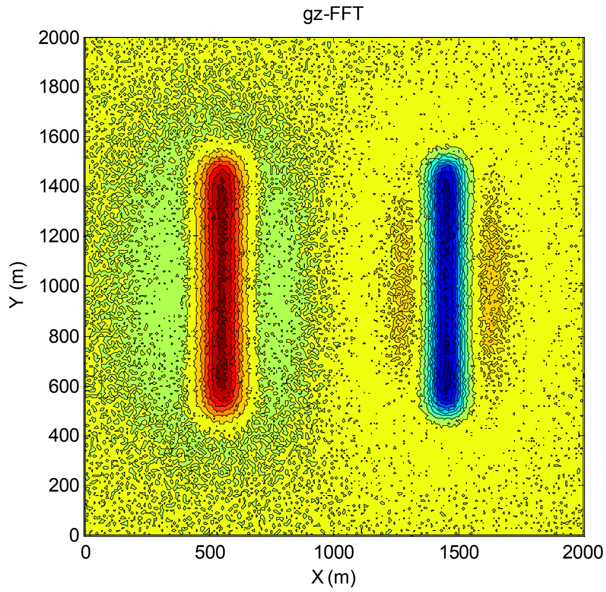
شکل ۴: سیگنال تحلیلی مدل اول حاصل از (الف) گرادیان‌های تبدیل کسینوس (ب) گرادیان‌های تبدیل فوریه.



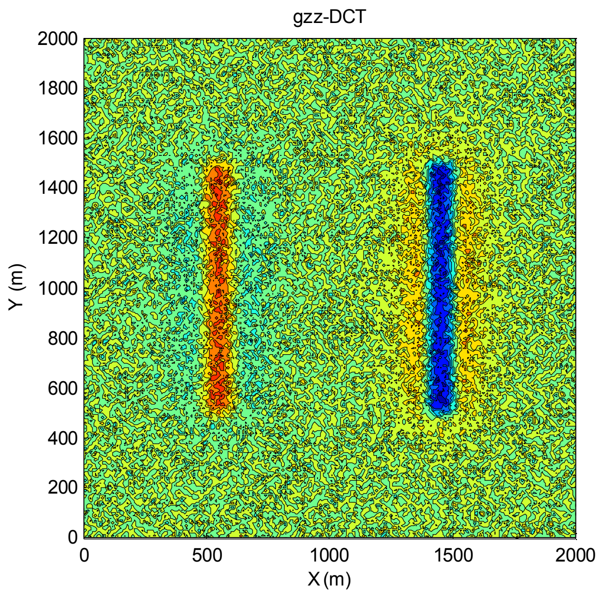
شکل ۵: مقایسه پروفیلی سیگنال تحلیلی بین داده‌های بدون نوفه و همراه با نوفه، در راستای پروفیل 'AA، الف- سیگنال تحلیلی بدست آمده از گرادیان‌های تبدیل کسینوس، ب- سیگنال تحلیلی بدست آمده از گرادیان‌های تبدیل فوریه.



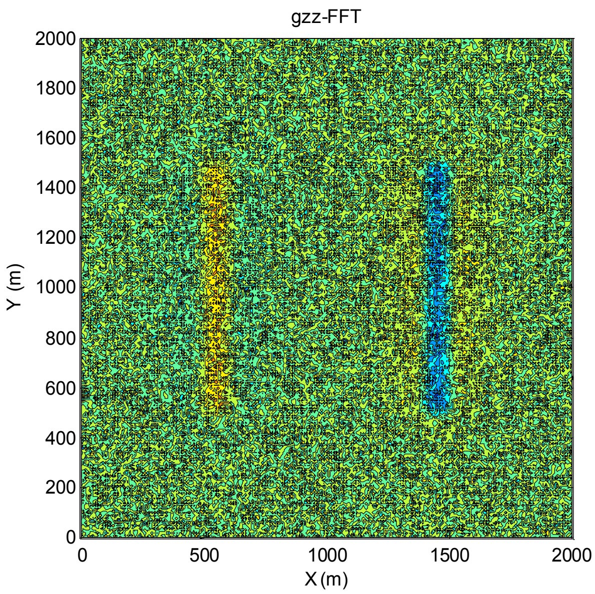
(الف)



(ب)

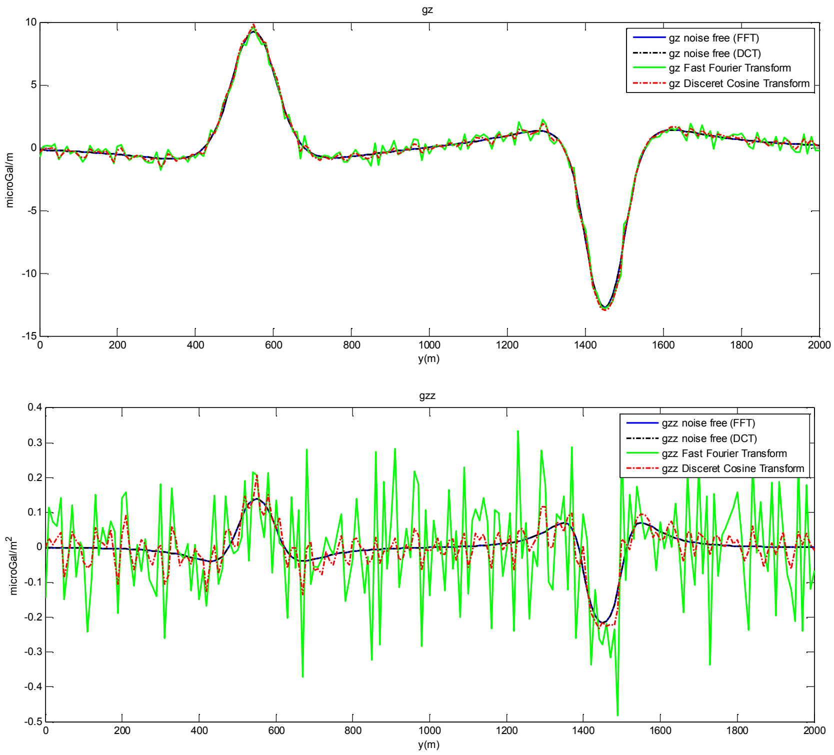


(ج)



(د)

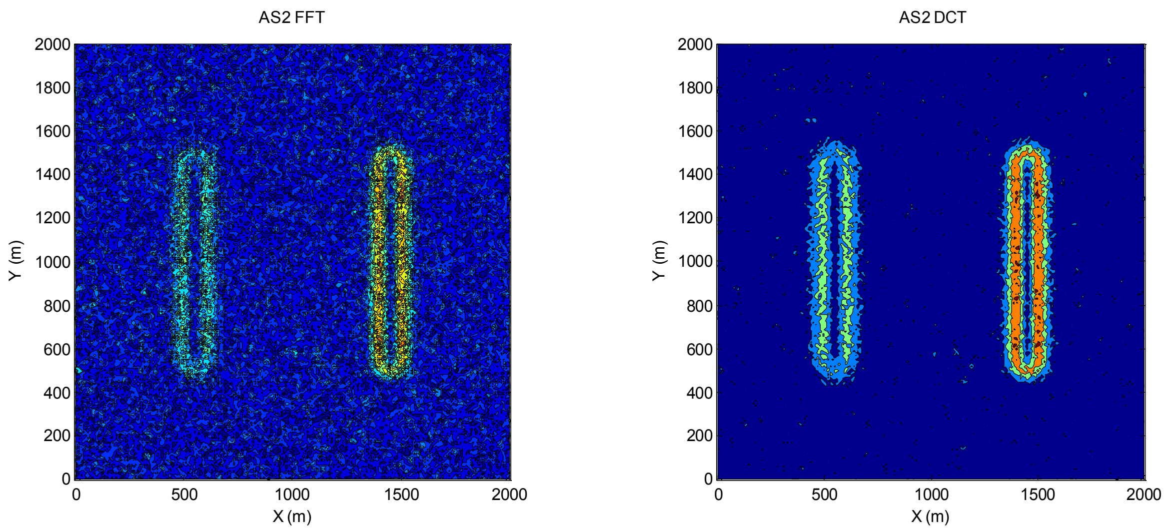
شکل ۶: گرادیان‌های مدل دوم، الف- گرادیان اول قائم محاسبه شده با استفاده از تبدیل کسینوس، ب- گرادیان اول قائم محاسبه شده با استفاده از تبدیل فوریه، ج- گرادیان دوم قائم محاسبه شده با استفاده از تبدیل کسینوس، د- گرادیان دوم قائم محاسبه شده با استفاده از تبدیل فوریه.



شکل ۷: مقایسه بین گرادیان‌های محاسبه شده با استفاده از تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس برای داده‌های بدون نوفه و دارای نوفه در راستای پروفیل BB'، الف – گرادیان اول قائم، ب – گرادیان دوم قائم.

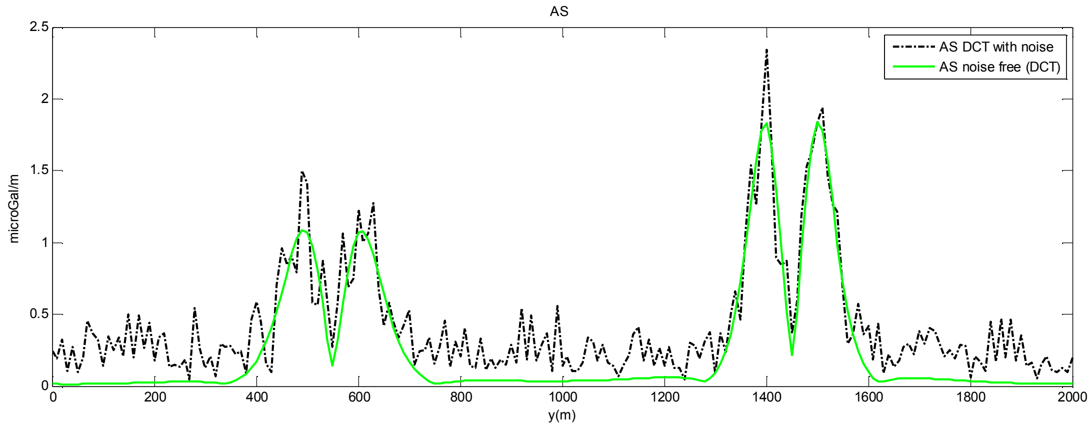
۷-۲-۱- تعیین لبه مدل دوم با استفاده از سیگنال تحلیلی

در تعیین لبه مدل دوم مانند روش گفته شده در تعیین لبه مدل اول عمل می‌شود. سیگنال تحلیلی بدست آمده از گرادیان‌های قائم تبدیل فوریه و کسینوس به ترتیب در شکل (۸ الف) و (۸ ب) نشان داده شده است. در محاسبه سیگنال تحلیلی با استفاده از گرادیان‌های تبدیل کسینوس نوفه کمتری وارد دامنه سیگنال تحلیلی شده و تعیین لبه بهتری انجام شده است. سیگنال تحلیلی شکل (۸-الف) و (۸-ب) در راستای پروفیل BB' با سیگنال تحلیلی بدون نوفه در همین راستا مقایسه شده است. سیگنال تحلیلی حاصل از گرادیان‌های تبدیل کسینوس در شکل (۹-الف) و سیگنال تحلیلی حاصل از گرادیان‌های تبدیل فوریه در شکل (۹-ب) نشان داده شده است. با توجه به شکل، در سیگنال تحلیلی حاصل از گرادیان‌های تبدیل کسینوس نوفه کمتری وجود دارد.

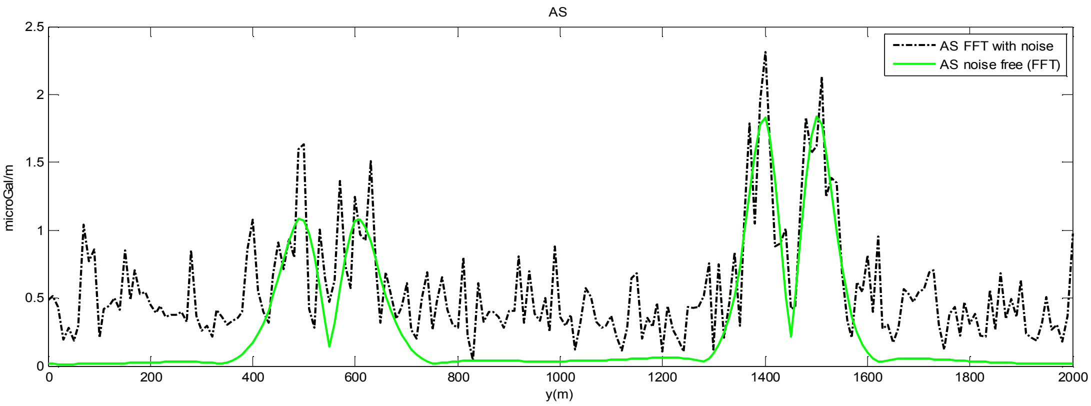


(ب) (الف)

شکل ۸: سیگنال تحلیلی مدل دوم حاصل از الف – گرادیان‌های تبدیل کسینوس، ب – گرادیان‌های تبدیل فوریه.



(الف)

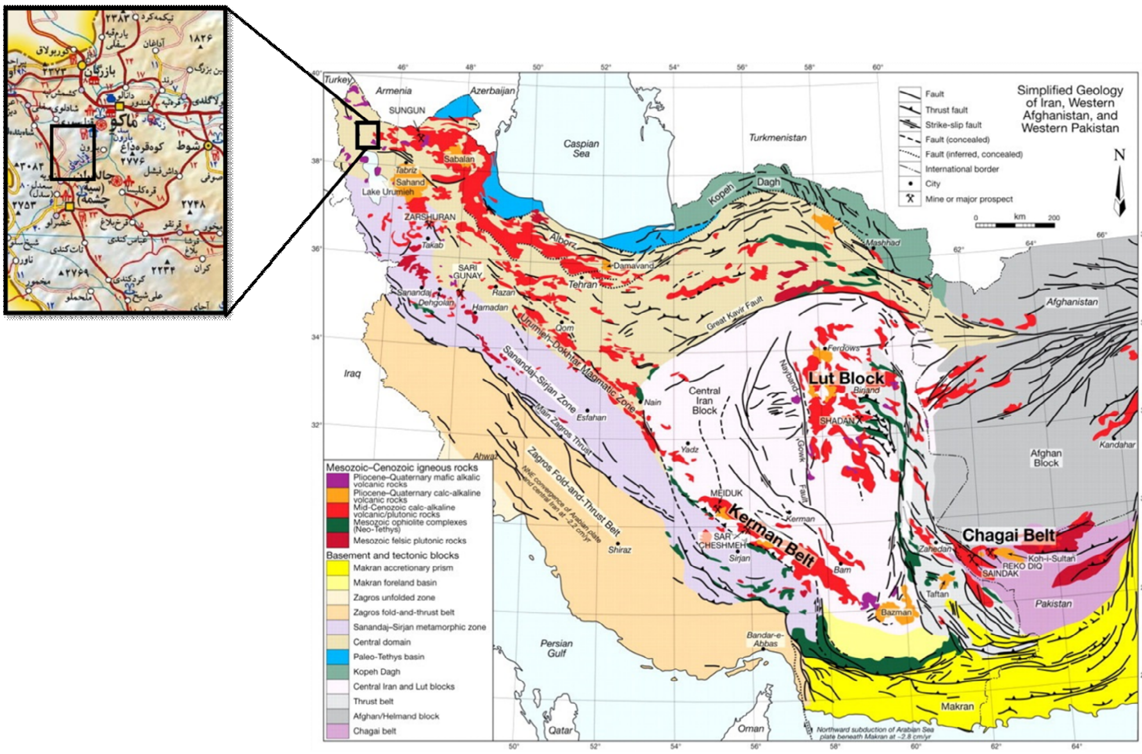


(ب)

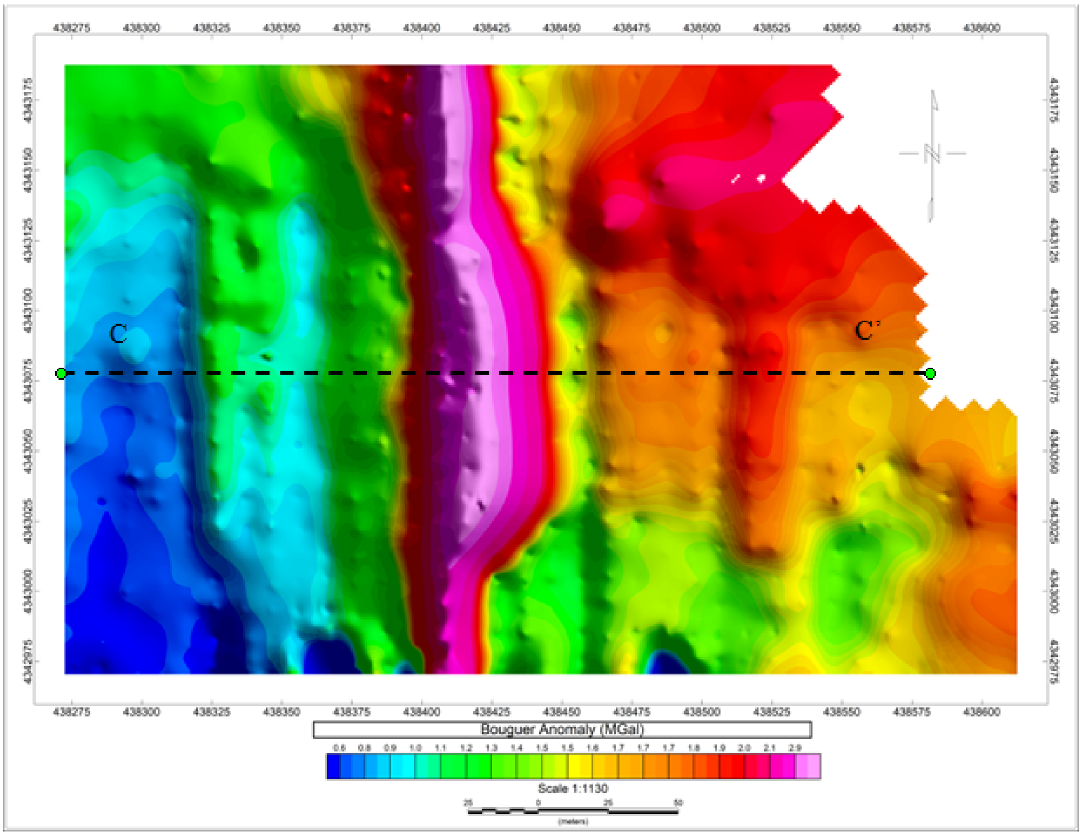
شکل ۹: مقایسه پروفیلی سیگنال تحلیلی بین داده‌های بدون نوفه و همراه با نوفه، در راستای پروفیل BB' (الف) سیگنال تحلیلی بدست آمده از گرادیان‌های تبدیل کسینوس (ب) سیگنال تحلیلی بدست آمده از گرادیان‌های تبدیل فوریه.

۸- بررسی داده‌های واقعی

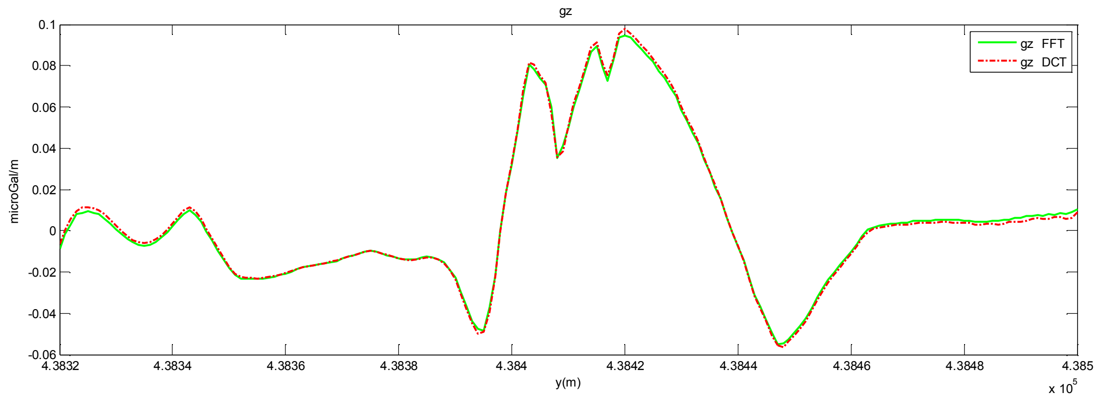
برای بررسی روش بیان شده از داده‌های گرانی معدن منگنز صفو استفاده شده است. منطقه مورد مطالعه در شمال غربی ایران و در جنوب غربی شهرستان ماکو واقع شده است (شکل ۱۰). بافت غالب منطقه افیولیت‌های خوی- ماکو است. در این منطقه رسوبات کرتاسه زیرین که عمدتاً از آهک اربیتولین دار تشکیل شده است؛ با دگرشیبی بر روی رسوبات ژوراسیک قرار گرفته است. رخنمون اصلی در سایت مورد نظر نیز آهک‌های پلاژیک با رخنمون‌هایی از کانسار منگنز به رنگ خاکستری تا سیاه است. در کانسار صفو، انباشتگی منگنز در چند افق و به شکل توده‌های عدسی شکل درون شیل‌های آهکی پلاژیک، چرت و آهک پلاژیک روی داده است. این کانسار، چینه سان بوده و منشأ همزمان با رسوب‌گذاری دارد. منطقه مورد مطالعه در پیرامون یکی از بیرون زدگی‌های معادن منگنز صفو قرار دارد. عملیات برداشت، پردازش و تفسیر این داده‌ها توسط بخش گرانی‌سنجی موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران در سال ۱۳۸۸ انجام شده است. نقشه بوگه این داده‌ها در شکل (۱۱) نشان داده شده است. با توجه به اطلاعات زمین‌شناسی، آنومالی مثبت در این نقشه نشان‌دهندهٔ کانسار منگنز است. برای بررسی عملکرد گرادیان‌های اول و دوم قائم با استفاده از تبدیلات فوریه و کسینوس از پروفیل CC' مشخص شده بر روی شکل (۱۱) استفاده شده است. شکل (۱۲-الف) مقایسه گرادیان اول قائم محاسبه شده با استفاده از تبدیل فوریه (رنگ سبز) و تبدیل کسینوس (رنگ قرمز) را نشان می‌دهد. نتایج هر دو تبدیل یکسان است و نقشه گرادیان‌ها بر روی هم منطبق است. این امر نشان می‌دهد؛ که داده‌های برداشت شده حاوی نوفه کمی هستند. شکل (۱۲-ب) گرادیان دوم قائم را نشان می‌دهد. گرادیان محاسبه شده با استفاده از تبدیل فوریه نوفه شدیدی را نشان می‌دهد و در مقایسه با آن تبدیل کسینوس حاوی نوفه کمتری است؛ بنابراین می‌توان گفت در شرایط نوفه‌ای یکسان تبدیل کسینوس نتایج بهتری از تبدیل فوریه ارائه می‌دهد.



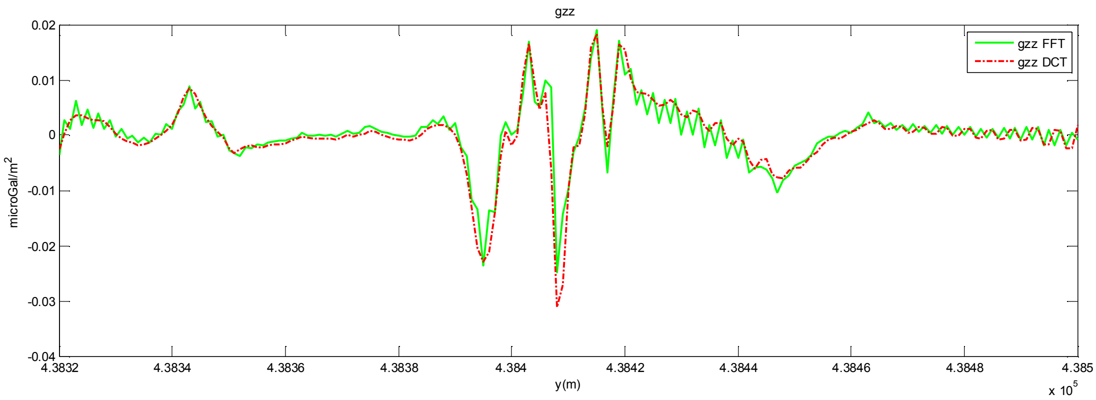
شکل ۱۰: منطقه مورد مطالعه معدن منگنز صفو ماکو.



شکل ۱۱: نقشه بی‌هنجاری بوگه سایت معدنی صفو.



(الف)



(ب)

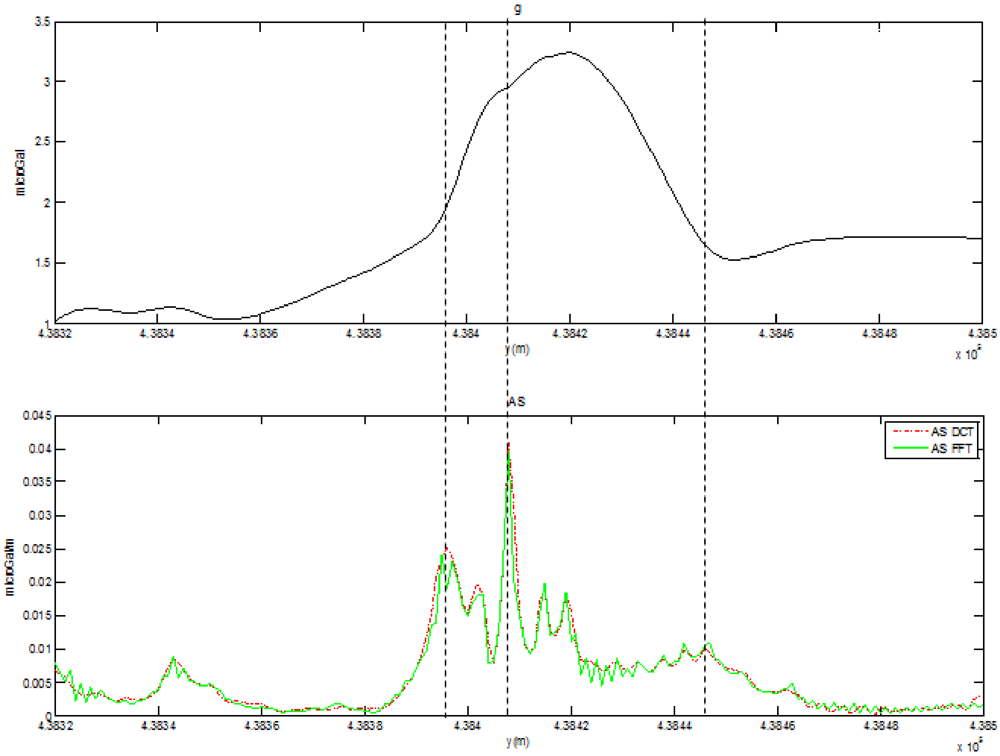
شکل ۱۲: مقایسه بین گرادیان‌های محاسبه شده با استفاده از تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس برای پروفیل CC’ (الف) گرادیان اول قائم (ب) گرادیان دوم قائم.

۸-۱- تعیین لبه داده‌های واقعی با استفاده از سیگنال تحلیلی

برای تعیین لبه داده‌های واقعی با استفاده از سیگنال تحلیلی از پروفیل CC’ استفاده شده است. در شکل (۱۳) اثر گرانی پروفیل CC’ و سیگنال تحلیلی حاصل از گرادیان‌های تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس نشان داده شده است. نتایج تعیین لبه سیگنال تحلیلی با استفاده از هر دو روش محاسبه گرادیان، یکسان است اما تعیین لبه بدست آمده از تبدیل کسینوس حاوی نوفه کمتری است و کیفیت بهتری دارد. عرض آنومالی در راستای این پروفیل حدوداً ۴۰ متر برآورد شده است.

۹- نتیجه‌گیری

در روش‌های کمّی تفسیر که از گرادیان‌های قائم استفاده می‌شود، نوفه در گرادیان‌ها کیفیت و دقت تفسیر را کاهش می‌دهد. معمولاً از تبدیل فوریه برای محاسبه گرادیان‌های قائم استفاده می‌شود که به نوفه حساس است. در این تحقیق از تبدیل کسینوس برای محاسبه گرادیان‌های قائم استفاده شده است. به صورت تحلیلی اثبات شده است که تبدیل کسینوس در داده‌های بدون نوفه، نتایجی برابر با تبدیل فوریه دارد. در داده‌های دارای نوفه، تبدیل کسینوس نوفه کمتری را در نقشه گرادیان‌های قائم نسبت به تبدیل فوریه نشان می‌دهد. با استفاده از داده‌های مصنوعی دارای نوفه گوسی، توانایی روش تبدیل کسینوس در محاسبه گرادیان قائم بررسی شده است. مقایسه گرادیان‌های قائم بدست آمده از تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس نشان می‌دهد که تبدیل کسینوس حساسیت کمتری به نوفه دارد. این نتایج برای گرادیان‌های داده‌های واقعی نیز تکرار شده است. به عنوان نمونه‌ای از کاربرد گرادیان‌ها در تفسیر داده‌های گرانی از سیگنال تحلیلی برای تعیین لبه داده‌ها استفاده شده است. نتایج سیگنال تحلیلی حاصل از گرادیان‌های تبدیل کسینوس و سیگنال تحلیلی حاصل از گرادیان‌های تبدیل فوریه در داده‌های مصنوعی و واقعی باهم مقایسه شده است. به دلیل نوفه کمتر در تبدیل کسینوس تعیین لبه بدست آمده از آن نوفه کمتری نشان می‌دهد و کیفیت بهتری دارد.



شکل۱۳: (الف) اثر گرانی پروفیل CC’ (ب) مقایسه پروفیلی سیگنال تحلیلی حاصل از تبدیل فوریه و تبدیل کسینوس در راستای پروفیل CC’.

۱۰- منابع

ابراهیم‌زاده اردستانی، و.، ۱۳۸۹، گرانی‌سنجی کاربردی، انتشارات دانشگاه تهران.

Ahmed, N., Natarjan, T. and Rao, K.R., 1974, Discrete cosine transform: IEEE Trans Compute, 23 (1), 90-93.

Blakely, R.J., 1996, Potential theory in gravity and magnetic applications, Cambridge University Press.

FitzGerald, D., Reid, A. and McInerney, P., 2004, New discrimination techniques for Euler deconvolution, Computers & Geosciences, 30 (5), 461-469.

Gerkens, A.J.C., 1989, Foundation of exploration geophysics, Elsevier.

Gunn, P.J., 1975, Linear transformations of gravity and magnetic fields, Geophysical Prospecting, 23 (2), 300-312.

Gupta, V.K. and Ramani, N., 1982, Optimum second vertical derivatives in geologic mapping and mineral exploration, Geophysics, 47 (12), 1706-1715.

Jiang, F.Y., Huang, Y. and Yan, K., 2012, Full gravity gradient tensors from vertical gravity by cosine transform, Applied Geophysics, 9 (3), 247-260.

Kane, M.F., 1962, A comprehensive system of terrain corrections using a digital computer, Geophysics, 27 (4), 455-462.

Nabighian, M.N. and Hansen, R.O., 2001, Unification of Euler and Werner deconvolution in three dimensions via the generalized Hilbert transform, Geophysics, 66 (6), 1805-1810.

Nabighian, M.N., 1974, Additional comments on the analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section, Geophysics, 39 (1), 85-92.

Plouff, D., 1976, Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections, Geophysics, 41 (4), 727-741.

Rao, K.R. and Yip, P., 1990, Discrete Cosine Transform, Algorithm, Advantage and Applications, New York: Academic.

Ravat, D., Wang, B., Wildermuth, E. and Taylor, P.T., 2002, Gradients in the interpretation of satellite-altitude magnetic data: An example from central Africa, Journal of Geodynamics, 33 (1-2), 131-142.

Salem, A. and Ravat, D., 2003, A combined analytic signal and Euler method (AN-EUL) for automatic interpretation of magnetic data, Geophysics, 68 (6), 1952-1961

Wang, W.Y., Pan, Y. and Qiu, Z.Y., 2009, A new edge recognition technology based on the normalized vertical derivative of the total horizontal derivative for potential field data, Applied Geophysics, 6 (3), 226-233.

Wang, W.Y., Zhang, G.C. and Liang, J.S., 2010, Spatial variation law of vertical derivative zero points for potential field data, Applied Geophysics, 7 (3), 197-209.

Wu, X.Z., Liu, G.H., Xue, G.Q., Wang, Y.J. and Bai, D.M., 1987, Analysis of method and application on Fourier transform and potential field spectrum, Surveying and Mapping Press, Beijing.

Zeng, H.L., Zhang, Q.H. and Liu, J., 1994, Location of secondary faults from cross-correlation of the second vertical derivative of gravity anomalies, Geophysical Prospecting, 42 (8), 841-854.

Zhang, F.X., Meng, L.S., Zhang, F.Q., Liu, C., Wu, Y.G. and Du, X.J., 2006, A new method for spectral analysis of the potential field and conversion of derivative of gravity-anomalies: Cosine transform, Chinese Journal of Geophysics, 49 (1), 244-248.

Zhang, F.X., Zhang, F.Q., Meng, L.S. and Liu, C., 2007, Magnetic potential spectrum analysis and calculating method of magnetic anomaly derivatives based on discrete cosine transform, Chinese Journal of Geophysics, 50 (1), 282-290.

Shahrood University of Technology

JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS

(JRAG)

2018, VOL. 4, NO. 2

(DOI): 10.22044/JRAG.2017.5684.1112

Improvement of the first and second vertical gradients calculated using cosine transform

Moustafa Mousapour Yasoori[1*] and Vahid Ebrahimzadeh Ardestani[2]

1- M.Sc. Student, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran
2- Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

Received: 2 May 2017; Accepted: 31 July 2017

*** Corresponding author: mousapour@ut.ac.ir**

Keywords

Vertical Gradients
Fourier Transform
Cosine Transform
Reduction Noise
Gravity
Safo Manganese Mine

Extended Abstract

Summary

First and second vertical gradients are widely used in the interpretation of gravity data. Vertical gradients are sensitive to noise. Accuracy of vertical gradient calculation directly effects the accuracy of interoperations. Therefore, accurate and without noise calculation of vertical gradient is vital. The most common method to calculate vertical gradients is to use Fourier transform. Low noise in the gravity data causes that the vertical gradients, calculated by Fourier transform, have severe noise. In this research, we have used discrete cosine transform (DCT) to calculate vertical gradients. Results of DCT and Fourier transform are completely equal when the gravity data are noise free, but in the case of noisy data, DCT has better performance than FFT. This improvement is investigated by using signal to noise ratio (SNR). The SNR of the results of DCT compared to Fourier transform is larger, therefore less noise enters in the calculation of vertical gradients by using DCT. We have tested these two transforms on the synthetic data containing Gaussian noise. First and second vertical gradients are calculated by DCT and Fourier transform. The results have shown that DCT in comparison with Fourier transform is less sensitive to noise. Moreover, these two transforms are used for calculating first and second vertical gradients of gravity data obtained from Safo manganese mine. The results have shown that less noise enters in vertical gradient map obtained using DCT. Edge detection of anomalies is one of the usage of gradients in the interpretation of gravity data. Analytic Signal has been used for edge detection of anomalies in the cases of real and synthetic gravity data. Vertical gradient of analytic signal calculated by DCT, compared to Fourier transform, has less noise and better quality.

Introduction

The first and second vertical gradients are used to distinguish the difference between two adjacent anomalous bodies, reduce the effects of interference of the amplitudes of anomalies, separate the local field superimposed on the background determine, and to determine the location and dimensions of the anomalies. The gradient data are used in direct interpretation and inversion and inputs of many interpretations. Vertical gradients are more sensitive to noise than bouguer map, and second vertical gradients is more sensitive to noise than first vertical gradients.

Methodology and Approaches

Generally, the relation between cosine and sine transforms with Fourier transform is equal to ‘F=C + iS’. Where *F*, denotes Fourier transform and *C* and S denote cosine and sine transforms, respectively. If the function is positive or constant, imaginary part of the Fourier transform is equal zero. In other words, Fourier transform and DCT will be equal. It can be assumed that noise is a function that is added to gravity signal. Because of the nature of noise, Fourier transform and DCT of noise will not be equal. Then, the signal to noise ratios for DCT and Fourier transform of noisy gravity signals are not the same. Hence, less noise enters the gradient map when calculating vertical gradients using DCT.

Results and Conclusions

In this research, we have used DCT to calculate vertical gradients. We analytically have proven that DCT in noise-free data has equal results with Fourier transform results. However, the DCT of noisy data have shown less noise enters the data compared to Fourier transform. We have examined this issue by using synthetic data containing Gaussian noise. A comparison between vertical gradients obtained by DCT and Fourier transform indicates that DCT is less sensitive to noise. We have obtained similar results by using real data. The results of analytic signal calculated by DCT and Fourier transform in both cases of real and synthetic data have been compared. Edge detection calculated by using DCT has shown less noise due to less noise in the DCT and also has better quality compared to using Fourier transform.