JRAG
نشریه پژوهش های ژئوفیزیک کاربردی

دوره ۶، شماره ۱، ۱۳۹۹، صفحات ۱–۱۱

شناسه دیجیتال (DOI): 10.22044/JRAG.2017.5686.1115

الگوریتمی سریع برای تحلیل سرعت لرزه‌ای بر مبنای شباهت AB

میلاد فرشاد[1] و علی غلامی[2]*

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران
۲- دانشیار، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۱۶؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۴/۲۲

* نویسنده مسئول مکاتبات: **agholami@ut.ac.ir**

واژگان کلیدی

تحلیل سرعت لرزه‌ای
شباهت AB
تبدیل رادون هذلولی سریع

چکیده

تحلیل سرعت یکی از مراحل اصلی و زمان‌گیر در پردازش داده‌های لرزه‌ای است. در پردازش داده‌های لرزه‌ای اجرای مراحل تصحیح برون‌راند نرمال، برانبارش خوب و ایده‌آل، مهاجرت‌های زمانی و عمقی، حذف چندگانه‌ها و درونیابی ردلرزه‌ها نیاز به مدل سرعتی خوب دارند. روش‌های متفاوتی برای ساخت مدل سرعتی از داده‌های لرزه‌ای معرفی شده است. مرسوم‌ترین روش تحلیل سرعت، تحلیل بر مبنای برون‌راند نرمال است؛ که از اندازه‌گیری همدوسی برای ساختن مدل سرعتی استفاده می‌کند. شباهت، رایج‌ترین معیار اندازه‌گیری همدوسی در تحلیل سرعت است؛ که در صورت تغییرات دامنه با دورافت این معیار کارایی خوبی نخواهد داشت. برای رفع این مشکل از معیار شباهت AB استفاده می‌شود. از آنجایی که در این معیارها برای محاسبه مدل سرعتی، به ازای بازه‌ای از مقادیر سرعت، دامنه انرژی را در مسیرهای هذلولی شکل اندازه می‌گیرند، محاسبات این روش در صورت افزایش حجم داده‌ها بسیار زمان‌گیر خواهد بود که از مشکلات اصلی این روش به شمار می‌رود. هدف این مقاله ارائه روشی اصلاح شده برای کاهش حجم محاسبات و حل سریع شباهت AB است. بدین منظور الگوریتمی سریع برای حل تبدیل رادون هذلولی معرفی و سپس کاربرد آن برای به دست آوردن طیف سرعت با روش شباهت AB مورد بررسی قرار گرفته است. این الگوریتم بر مبنای استفاده از نمونه‌برداری قطبی-لگاریتمی است؛ که بخش محاسباتی اصلی آن به صورت همامیخت انجام می‌شود. در نتیجه امکان استفاده از فضای فرکانس برای محاسبه سریع آن را امکان‌پذیر می‌سازد. در آخر با اجرای روش شباهت AB اصلاح شده، روی داده‌های واقعی و مصنوعی، افزایش چندین برابر سرعت روش فوق نسبت به روش معمول در به دست آوردن طیف سرعت نمایش داده شده است.

۱- مقدمه

ساخت مدل سرعت زیرسطحی یکی از مهم‌ترین موضوعات در پردازش و تفسیر داده‌های لرزه‌ای است. به طور کلی می‌توان گفت چهار روش برای ساخت مدل سرعتی وجود دارد. روش اول، تحلیل سرعت بر مبنای برون راند نرمال است؛ که نیازمند انتخاب ضرایب در طیف سرعتی است (Taner and Koehler, 1969; Fomel, 2009; Luo and Hale, 2012). در این روش طیف سرعت با تکرار تصحیح برون‌راند نرمال با سرعت‌های متفاوت و سپس محاسبه شباهت به دست می‌آید. روش دوم، استفاده از مهاجرت معادله موج بر مبنای تقریب Born است. این روش در واقع یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی است؛ که از تقریب Born معادله موج، برای تخمین سرعت مهاجرت استفاده می‌کند (Sava and Biondi, 2004a, 2004b; Li, 2013). روش سوم، تحلیل سرعت بر مبنای پرتو است؛ که به نام توموگرافی زمان‌رسید نیز شناخته می‌شود. در این روش، از به روز رسانی مدل سرعتی برای حداقل کردن اختلاف بین زمان اولین رسید پیش‌بینی شده و مشاهده شده استفاده می‌شود؛ تا مدل سرعت نهایی به دست آید (Zhu et al., 1992; Osypov, 2000; Noble et al., 2010; Chen et al., 2013; Li et al., 2013). روش چهارم، استفاده از وارون شکل موج کامل است. این روش از مدل سرعتی موجود استفاده می‌کند؛ تا با حداقل کردن کمترین مربعات اختلاف بین داده‌های اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده، تفکیک‌پذیری ساختار سرعت را افزایش دهد (Virieux and Operto, 2009; Guitton et al., 2012; Zhou et al., 2012). در این مقاله تمرکز بر روی تحلیل سرعت بر مبنای برون‌راند نرمال است.

مرسوم‌ترین روش تحلیل سرعت، تحلیل بر مبنای برون‌راند نرمال است؛ که از اندازه‌گیری همدوسی برای ساختن مدل سرعتی استفاده می‌کند(Taner and Koehler, 1969). شباهت رایج‌ترین معیار اندازه‌گیری همدوسی است؛ که به صورت نسبت نرمال‌شده‌ی انرژی خروجی به ورودی در پنجره‌ی زمانی تعریف می‌شود (Yilmaz, 2001). با وجود مفید بودن معیار شباهت در بیشتر شرایط، معمولاً این معیار در برخورد با رخدادهای لرزه‌ای دارای تغییرات شدید دامنه یا قطبش با مشکل مواجه می‌شود (Sarker et al., 2001). فومل (Fomel, 2009) الگوریتمی را به نام شباهت AB برای حل مشکل کاهش شباهت، در صورت وجود تغییرات شدید دامنه با دورافت معرفی کرد. این روش نیز مانند سایر روش‌های شباهت، نیاز به جمع دامنه‌ها روی مسیر هذلولی در پنجره‌های تعریف شده دارد؛ که در صورت وجود داده‌هایی با حجم بالا، محاسبات بسیار زمان‌گیر خواهد بود. در این مقاله برای افزایش سرعت محاسبات، از تبدیل رادون هذلولی در مختصات قطبی لگاریتمی استفاده می‌شود.

تبدیل رادون هذلولی یک تبدیل انتگرالی است که با انتگرال‌گیری روی مسیرهای هذلولی سعی در به دست آوردن حوزه رادون دارد (Gardner and Lu, 1991). این تبدیل در بیشتر کاربردها نیاز به یک نمایش تنک دارد؛ که یکی از راه‌های آن استفاده از الگوریتم‌های تکرار با قید تنکی است (Daubechies et al., 2004). از آنجا که استفاده از الگوریتم تکرار برای این نوع نمایش نیاز به تعداد بالای اعمال عملگر پیشرو و پسرو دارد، برای کاهش هزینه محاسباتی نیاز به الگوریتم‌های سریع است. در صورت برداشت نقطه میانی مشترک، بازتاب‌های لایه‌های زیرسطحی، باعث تشکیل رخدادهایی به شکل هذلولی می‌شوند. تبدیل رادون برای این رخدادها شامل انتگرال‌گیری برای تابع پیوسته و جمع برای تابع گسسته روی مسیر هذلولی است؛ که حاصل آن یک نقطه در حوزه کندی-زمان یا سرعت زمان است. اگر مسیرهایی که روی آن‌ها انتگرال‌گیری می‌شود وابسته به زمان نباشد، تبدیل رادون را می‌توان با سرعت خوبی در حوزه فرکانس به دست آورد (Darche, 1990; Sacchi and Ulrych, 1995). از آنجا که تبدیل رادون هذلولی وابسته به زمان است؛ مانند سایر تبدیل‌ها (خطی و سهمی) نمی‌توان آن را در حوزه فرکانس محاسبه کرد و نیاز به محاسبات در حوزه زمان دارد؛ که در داده‌های با حجم بالا محاسبات بسیار زمان‌گیر خواهد بود. با این وجود از آنجایی که تبدیل هذلولی شباهت بالاتری به رخدادهای موجود در ورداشت نقطه میانی مشترک دارد، ترجیح داده می‌شود (Thorson and Claerbout, 1985).

اگر تابع $f(t,x)$ توصیف‌کننده‌ی ورداشت نقطه میانی مشترک باشد که نسبت به $x=0$ تقارن دارد، تبدیل رادون هذلولی برای آن به صورت زیر است (Thorson and Claerbout, 1985):

$$R_h f(\tau,p)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(\sqrt{\tau^2+p^2x^2},x)dx \qquad (۱)$$

که τ زمان رفت و برگشت در دورافت صفر، p کندی و x دورافت را نمایش می‌دهد. $R_h f(\tau,p)$ تبدیل رادون این تابع است.

اگر تعداد هریک از نمونه‌های زمانی، مکانی و سرعت، N باشد، برای محاسبه‌ی رابطه (۱) برای همه‌ی زمان‌ها نیاز به N^3 تعداد تکرار عملیات است؛ که برای داده‌های با حجم بالا فرآیند بسیار زمان‌گیری خواهد بود. روش‌های مؤثر زیادی با همگرایی $O(N^2\log N)$ برای محاسبه سریع تبدیل رادون‌های خطی و سهمی ارائه شده‌اند (Beylkin, 1984; Fessler and Sutton, 2003; Schonewille and Duijndam, 2001). اگرچه تبدیل رادون هذلولی چالش‌برانگیز است، با این حال روش سریعی بر مبنای الگوریتم پروانه‌ای برای محاسبه‌ی سریع تبدیل رادون هذلولی بیان شده است (Hu et al., 2012).

اخیراً الگوریتم سریعی با همگرایی $O\left(N^2 \log N\right)$ برای تبدیل رادون هذلولی توسط نیکیتیل و همکاران (Nikitin et al., 2016) مطرح شده است. این الگوریتم بر مبنای استفاده از نمونه‌برداری قطبی-لگاریتمی است؛ که بخش محاسباتی اصلی آن به محاسبه‌ی همامیخت کاهش یافته است؛ که امکان استفاده از فضای فرکانس برای محاسبه سریع آن را ممکن می‌کند. از آنجایی که داده‌های رادون معمولاً روی صفحه مختصات یکنواخت محاسبه می‌شوند، برای جابجایی در مختصات حوزه‌های زمان-مکان، رادون و قطبی- لگاریتمی از چند مرحله درون‌یابی استفاده می‌کنیم.

در این مقاله از این الگوریتم، در روش شباهت AB برای جمع دامنه‌ها روی مسیر هذلولی در هر پنجره استفاده خواهد شد؛ تا روشی سریع و اصلاح شده برای شباهت AB معرفی شود.

۲- شباهت AB

ضرایب همبستگی بین ۲ سری اعداد $a = a_1a_2\ldots a_n$ و $b = b_1b_2\ldots b_n$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\gamma(a,c) = \frac{a.b}{|a||b|} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} b_i^2}} \tag{۲}$$

روش شباهت مرسوم را می‌توان به صورت مجذور همبستگی با یک ثابت تعریف کرد (Fomel, 2009). برای محاسبه همبستگی بین سری اعداد $a = a_1a_2\ldots a_n$ و ثابت $c = C, C, \ldots, C$ داریم:

$$\beta(a) = \gamma(a,c) = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i C}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} C^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} a_i^2}} \tag{۳}$$

با به توان ۲ رساندن رابطه (۳)، رابطه شباهت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\beta^2(a) = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)^2}{n\sum_{i=1}^{n} a_i^2} \tag{۴}$$

برخلاف روش مرسوم شباهت، شباهت AB به صورت همبستگی با خط $b_i = A + Bx_i$ تعریف می‌شود؛ که x_i دورافت، A عرض از مبدأ و B گرادیان AVO را نشان می‌دهند (Fomel, 2009). A و B را با حداقل کردن کمترین مربعات مقادیر این خط به صورت زیر می‌توان تخمین زد:

$$\min\left(\sum_{i=1}^{n} a_i - A - Bx_i\right) \tag{۵}$$

که نیاز به مشتق‌گیری از رابطه (۵) نسبت به A و B و سپس صفر قرار دادن مقادیر این مشتقات دارد. با به دست آوردن مقادیر A و B در هر پنجره و جای‌گذاری آن‌ها در b_i و رابطه (۲) و سپس با توان ۲ رساندن نتایج، شباهت AB حاصل می‌شود؛ که ساده شده‌ی آن به صورت زیر است:

$$S_{AB} = \frac{2\sum_{i=1}^{n} a_i \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} a_i x_i - K}{\sum_{i=1}^{n} a_i^2\left[\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2\right]} \tag{۶}$$

که $K = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)^2 \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 + n\left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i\right)^2$ است.

این روش به دلیل وزنی که طبق رابطه (۶) به دامنه‌ها داده می‌شود؛ دارای تفکیک‌پذیری پایین‌تری نسبت به روش شباهت معمول است و این بهایی است که برای جبران اثر AVO باید بپردازیم.

۳- محاسبه سریع شباهت AB

می‌دانیم a_i مربوط به دامنه‌های ورودی روی مسیر هذلولی در پنجره مورد نظر است؛ بنابراین a_i را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$a_i = f\left(\sqrt{\tau^2 + p^2 {x_i}^2}, x_i\right) \tag{۷}$$

برای حل تبدیل رادون هذلولی، از الگوریتم سریعی که توسط نیکیتین و همکاران (Nikitin et al., 2016) ارائه شده؛ استفاده می‌شود. از این الگوریتم می‌توان برای محاسبه سریع $\sum_{i=1}^{n} a_i^2$، $\sum_{i=1}^{n} a_i$، $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i$، $\left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)^2$ و $\left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i\right)^2$ در رابطه (۶) استفاده کرد؛ با این تفاوت که در این روش عرض پنجره ۱ نمونه زمانی خواهد بود. بدین منظور در پایان کار خروجی با یک پنجره گوسی با ابعاد دلخواه هامیخت می‌شود.

۳-۱- حل سریع تبدیل رادون هذلولی

فرض می‌کنیم f ورداشت نقطه میانی مشترک روی مربع مستطیلی به ابعاد زیر باشد:

$$\left\{(t,x): 0 \le t \le T\ , 0 \le x \le X\right\} \tag{۸}$$

به منظور نرمال کردن داده‌ها، با استفاده از تبدیلات ساده‌ای آن‌ها را به فضای $[0,1]\times[0,1]$ تصویر می‌کنیم. بدین صورت که t و x به بیشترین مقادیر خود تقسیم می‌شوند. در اثر مقیاس متناظر برای $\tau := \frac{\tau}{T}$ و $p := \frac{pX}{T}$، تبدیل رادون روی ابعاد زیر محاسبه می‌شود:

$$\left\{(\tau,p): \tau_{min} \le \tau \le 1\, , p_{min} \le p \le p_{max}\right\} \tag{۹}$$

که τ_{min} زمان رسید اولین رخداد است. با اعمال کشیدگی زمانی و مکانی روی هذلولی می‌توان آن را به خط راست تبدیل کرد (Yilmaz, 1989). این تبدیل به صورت زیر است:

$$t' = t^2 \quad x' = x^2 \tag{۱۰}$$

که با اجرای آن روی رابطه (۱) داریم:

$$\begin{aligned} R_h f\,(\tau, \mathrm{p}) &= 2\int_0^{+\infty} f\left(\sqrt{\tau^2 + p^2 x^2}, x\right) dx \\ &= 2\int_0^{+\infty} f'\left(\tau^2 + p^2 x', x'\right) \end{aligned} \tag{۱۱}$$

رابطه‌ی (۱۱) تبدیل رادون خطی را نمایش می‌دهد؛ که روش سریعی برای محاسبه‌ی آن در بر مبنای همامیخت در مختصات قطبی-لگاریتمی توسط اندرسون و همکاران (Anderson et al., 2016) ارائه شده است. رابطه (۱۱) را می‌توان به صورت استاندارد با تابع دیراک نوشت؛ که به صورت زیر است:

$$R_h f'(\tau^2, \mathrm{p}^2) = \int\int f'\left(t', x'\right) \delta\left(t' - \tau^2 - p^2 x'\right) \tag{۱۲}$$

برای تغییر مختصات از مختصات دکارتی به قطبی-لگاریتمی رابطه زیر وجود دارد:

$$\begin{cases} t' = \mathrm{e}^{\rho'} \cos(\theta') \\ x' = \mathrm{e}^{\rho'} \sin(\theta') \end{cases} \qquad \begin{cases} \tau^2 = \dfrac{\mathrm{e}^{\rho}}{\cos(\theta)} \\ p^2 = -\tan(\theta) \end{cases} \tag{۱۳}$$

که $-\pi < \theta < \pi$ است. اگر (θ', ρ') مختصات قطبی-لگاریتمی متناظر با نقطه (t', x') در مختصات دکارتی فرض شود، می‌توان $\tilde{f}(\theta', \rho')$ را برای نمایش $f'(t', x')$ در مختصات قطبی-لگاریتمی استفاده کرد. با استفاده از روابط (۱۳) در (۱۲) داریم:

$$\begin{aligned} &R_{lp} \tilde{f}(\theta', \rho') = \\ &\int\int \tilde{f}(\theta', \rho') e^{\rho'} \delta(\cos(\theta - \theta') - \mathrm{e}^{\rho - \rho'}) d\rho' d\theta' = \\ &\cos(\theta) \int\int \tilde{f}(\theta', \rho') e^{\rho'} \xi(\cos(\theta - \theta', \rho - \rho') d\rho' d\theta' \end{aligned} \tag{۱۴}$$

که $\zeta(\theta, \rho) = \delta\left(\cos(\theta) - \mathrm{e}^{\rho}\right)$ است. از رابطه (۱۴) نتیجه می‌شود که تبدیل رادون هذلولی در مختصات قطبی-لگاریتمی به صورت همامیخت $\tilde{f}$ و توزیع $\zeta(\theta, \rho)$ است. پس می‌توان برای محاسبه‌ی سریع آن از تبدیل فوریه استفاده کرد.

حال بررسی می‌شود که چگونه رابطه (۱۴) به قالب تئوری وارد شود. طبیعی است که فرض شود تابع $\tilde{f}$ با رابطه (۱۴) همپوشانی کامل دارد؛ یعنی ابزاری که در حال محاسبه تابع است، لازم است حمایت کامل روی تابع داشته باشد. پس در ابتدا برای رابطه (۱۴) قالب $\mathrm{S} = (-\pi, \pi) \times \mathrm{R}$ در نظر گرفته می‌شود. با تعریف تبدیل $\rho = \log(\mathrm{r})$، که $\mathrm{r} = \sqrt{x^2 + t^2}$ است، از این همپوشانی نتیجه می‌شود که تبدیل رادون تابع $\tilde{f}$ باید روی تمامی متغیرهای r نیز همپوشانی داشته باشد؛ ولی از آنجایی که اگر $\mathrm{r} \to 0$، $\rho \to -\infty$ می‌شود، نمایش رابطه (۱۴) با قالب ذکر شده در بالا برای تابع $\tilde{f}$ مناسب نیست.

از طرفی باید توجه داشت که برای هر نقطه (t', x') در صفحه، برداری وجود دارد که از روی این نقطه و مبدأ عبور می‌کند. این موضوع نشان می‌دهد که اگر بخواهیم تبدیل رادون را با استفاده از هامیخت محدود (Finite Convolution) برای تمامی بردارهای ممکن محاسبه کنیم، امکان تقریب مقادیر این تبدیل وجود ندارد. برای حل این مشکلات از مقیاس، چرخش و جابجایی تابع f' استفاده شده است؛ تا این تابع در داخل قطاع دایره‌ای واحد با زاویه β قرار بگیرد. در نتیجه‌ی این تغییرات، همپوشانی تابع از روی مبدأ برداشته می‌شود. در واقع می‌توان تبدیل رادون جزئی (Partial radon transform) را با استفاده از هامیخت محدود محاسبه کرد.

حال توضیح داده می‌شود که چگونه می‌توان طرح ذکر شده در بالا را برای سازگاری مناسب‌تر با ورداشت نقطه میانی مشترک اجرایی کرد. شکل ۱ پارامترهای لازم برای این طرح را نمایش می‌دهد. در شکل ۱-راست مربع نشان داده شده، داده‌های ورودی را نمایش می‌دهد که علاقه‌مند به ارزیابی آن‌ها هستیم. به علاوه برای اجرای طرح به صورت بهینه، برای (τ, p)، بازه‌ای به صورت $[\tau_{\min}, \tau_{\max}] \times [p_{\min}, p_{\max}]$ در نظر گرفته می‌شود.

در اثر چرخش، t' با افق زاویه α را می‌سازد. پس با توجه به رابطه (۱۳):

$$\theta = \alpha - \mathrm{arctan}\left(p^2\right) \tag{۱۵}$$

که $\alpha = \dfrac{\mathrm{arctan}\left(p_{\max}{}^2\right) + \mathrm{arctan}\left(p_{\min}{}^2\right)}{2}$ است و همچنین برای بازه‌ی متقارن θ، β را به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta = \mathrm{arctan}\left(p_{\max}{}^2\right) - \mathrm{arctan}\left(p_{\min}{}^2\right) \tag{۱۶}$$

در اثر جابجایی، داده‌های ورودی در داخل مربعی به ضلع a، که ۳ ضلعش روی محیط قطاع دایره‌ای قرار گرفته، محصور می‌شود (شکل ۱-چپ). طبق روابط می‌توان نشان داد که:

$$a=\frac{\sin(\beta)}{\sqrt{\sin(2\alpha)\sin(\beta)+\cos(\beta)\left(\sin(2\alpha)+\sin(\beta)\right)+1}} \qquad (۱۷)$$

$$O=\begin{pmatrix}O_1\\O_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dfrac{a\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\tan(\beta)}{\sqrt{2}}\\[2ex] \dfrac{a\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\sqrt{2}}\end{pmatrix} \qquad (۱۸)$$

خط L_1 از گوشه ۴ام مربع می‌گذرد و بر شعاع قطاع عمود است. فاصله‌ی مبدأ تا این خط اولین سهم غیرصفر از تبدیل رادون جزئی را می‌دهد؛ که این فاصله را با a_r نمایش داده شده است.

در حالت بهینه و با توجه به طرح ذکر شده، مقادیر تبدیل رادون در بازه‌ی $\left[-\frac{\beta}{2},\frac{\beta}{2}\right]\times\left[\log(a_r),0\right]$ محاسبه می‌شود. رابطه (۱۴) را با این طرح به صورت همامیخت به شکل زیر می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\mathrm{R}_{lp}\tilde{f}(\theta,\rho)&=\cos(\theta)\int_{-\frac{\beta}{2}}^{\frac{\beta}{2}}\int_{\log(a_r)}^{0}\tilde{f}(\theta',\rho')e^{\rho'}\\ &\zeta(\theta-\theta',\rho-\rho')d\rho' d\theta'=\cos(\theta)\\ &\mathrm{F}^{-1}\left(\mathrm{F}\left(\tilde{f}(\theta,\rho)e^{\rho}\right)(\hat{\theta},\hat{\rho}).\ \mathrm{F}\zeta(\hat{\theta},\hat{\rho})\right)(\theta,\rho)\end{aligned} \qquad (۱۹)$$

در اینجا F برای نمایش تبدیل فوریه و $(\hat{\theta},\hat{\rho})$ برای مقادیر متقابل (θ,ρ) در حوزه فوریه استفاده شده است. تابع $\zeta(\hat{\theta},\hat{\rho})$ را می‌توان در مراحل پیش‌محاسباتی به دقت محاسبه کرد.

حال به بحث روی چگونگی استفاده از R_{lp} برای به دست آوردن $\mathrm{R}f'$ پرداخته می‌شود. برای انجام تغییرات مقیاس، چرخش و جابجایی روی مختصات (t,x) و (τ,p)، به ترتیب دو اوپراتور T و S به صورت روابط زیر معرفی می‌شود:

$$\begin{aligned}T\begin{pmatrix}t\\x\end{pmatrix}&=a\begin{pmatrix}\cos(\alpha)&-\sin(\alpha)\\ \sin(\alpha)&\cos(\alpha)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}t'-0.5\\x'-0.5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}O_1\\O_2\end{pmatrix}\\ S\begin{pmatrix}\tau^2\\p^2\end{pmatrix}&=\begin{pmatrix}a\left(\tau^2-\frac{1}{2}\right)\cos(\alpha)+a\dfrac{\sin(\alpha)}{2}+O_1+(J)\phi\\ \phi\end{pmatrix}\end{aligned} \qquad (۲۰)$$

که $\phi=\tan\left(\alpha-\arctan\left(p^2\right)\right)$ و $J=a\left(\tau^2-\frac{1}{2}\right)\sin(\alpha)-a\dfrac{\cos(\alpha)}{2}+O_2$ است. برای تبدیل مختصات از کارتزین به قطبی-لگاریتمی از روابط آتی استفاده می‌شود:

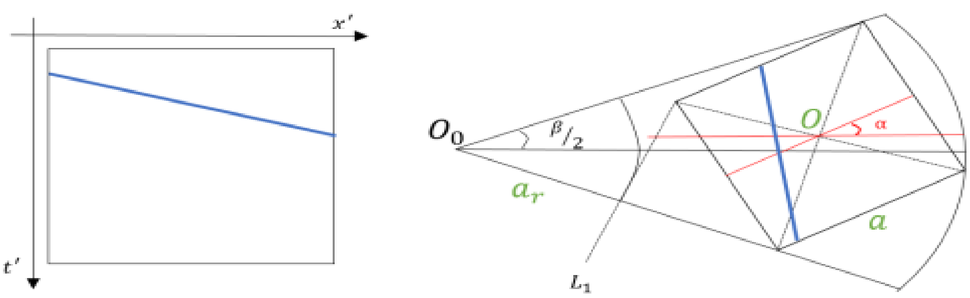
$$\begin{aligned}P_1\begin{pmatrix}t\\x\end{pmatrix}&=\begin{pmatrix}\log\left(\sqrt{x^2+t^2}\right)\\ \arctan\left(\dfrac{x}{t}\right)\end{pmatrix}\\ P_2\begin{pmatrix}\tau^2\\p^2\end{pmatrix}&=\begin{pmatrix}\log\left(\tau^2\cos\left(-\arctan\left(p^2\right)\right)\right)\\ -\arctan\left(p^2\right)\end{pmatrix}\end{aligned} \qquad (۲۱)$$

شکل ۲ صفحه مختصات دکارتی را نمایش می‌دهد. به ترتیب تبدیل‌های T و P_1 روی این صفحه مختصات دکارتی اعمال شده و حاصل این تبدیلات در شکل ۳ نمایش داده شده است. در آخر با معرفی دو عملگر خطی:

$$\begin{aligned}M\tilde{f}&=f'\left(T^{-1}P_1^{-1}\right)\\ Ng&=g\left(S^{-1}P_2^{-1}\right)\end{aligned} \qquad (۲۲)$$

می‌توان تبدیل رادون روی خطوط مستقیم و تبدیل الحاقی آن با رابطه زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned}\mathrm{R}\tilde{f}(\tau,p)&=N^{-1}\mathrm{R}_{\mathrm{lp}}\left(M\tilde{f}\right)_{(\tau,p)}\\ \mathrm{R}^{*}g(t,x)&=M^{-1}\mathrm{R}_{\mathrm{lp}}^{*}\left(Ng\right)_{(t,x)}\end{aligned} \qquad (۲۳)$$



شکل ۱: داده ورودی (چپ). مقیاس، چرخش و جابجایی داده ورودی (راست).

۳-۲- گسسته سازی

در این بخش پارامتر گسسته سازی مورد بحث قرار می‌گیرد. برای سادگی فرض می‌شود که نمونه‌برداری در حوزه زمان-مکان و رادون به صورت منظم صورت گرفته است؛ ولی در مختصات قطبی-لگاریتمی این طور نیست. در این حوزه، نمونه‌برداری زمانی و مکانی رفتاری درجه ۲ از خود نشان داده و همچنین با افزایش زمان، چگالی نقاط نمونه‌برداری کاهش می‌یابد (شکل ۳). برای انجام تبدیل فوریه سریع، باید نمونه‌برداری روی مختصات $(\theta,p)\in\left[-\frac{\beta}{2},\frac{\beta}{2}\right]\times\left[\log(a_r),0\right]$، به صورت منظم صورت گیرد. برای نمونه‌برداری مجدد و سریع از روش ساده‌ای استفاده شد. بدین صورت که ابتدا شبکه قطبی-لگاریتمی منظم شد. سپس با معکوس کردن روابط (۱۳) و (۲۰) درون‌یابی به صورت خطی در حوزه زمان-مکان اجرا شد. در این حالت با به هم ریختن داده‌ها در یک حوزه (زمان)، اثر آن در حوزه‌ی مقابل (قطبی-لگاریتمی) جبران شد.

در صورتی که بازه زمانی بسیار بزرگ نباشد، می‌توان رفتار درجه ۲ نمونه‌برداری در حوزه زمان را به لحاظ نمونه‌برداری قطبی-لگاریتمی توجیه کرد؛ اما در صورت بزرگ بودن بازه زمانی، برای کاهش اختلاف‌های بزرگ در چگالی نقاط نمونه‌برداری، بهتر است حوزه زمان-مکان را قسمت قسمت کرده و برای هر قسمت تبدیل رادون جداگانه در نظر گرفته شود. با تغییر و تبدیل مختصات از روابط (۱۳) و (۲۰) داریم:

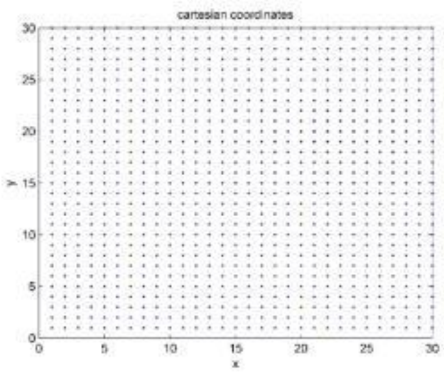
$$\begin{pmatrix}\varphi(t,x)\\ \eta(t,x)\end{pmatrix} = P_1 T\begin{pmatrix}t'\\ x'\end{pmatrix} \tag{۲۴}$$

برای انجام درون‌یابی، فواصل بین نمونه‌های θ و p را با توجه به بیشترین و کمترین فاصله (به صورت قطری) بین هریک از متغیرهای φ و η انتخاب می‌کنیم. روابط مربوطه به صورت زیر است:

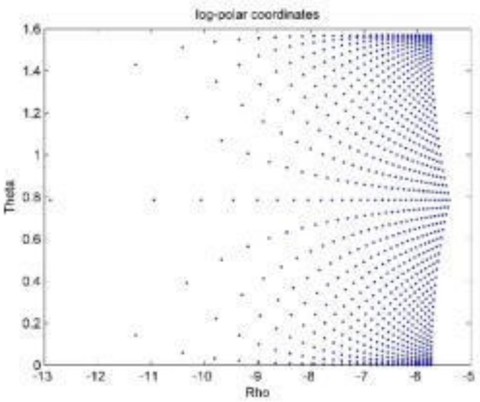
$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \frac{\left|\max(\varphi)-\min(\varphi)\right|}{n_t}\\ \Delta\rho &= \frac{\left|\max(\eta)-\min(\eta)\right|}{n_x}\end{aligned} \tag{۲۵}$$

۴- مثال‌های عددی

به منظور بررسی کارایی و عملکرد روش ذکر شده نسبت به روش معمول، از مثال‌های مصنوعی و واقعی استفاده شد. در مثال مصنوعی ۲ رکورد نقطه میانی مشترک با تعداد هر یک از نمونه‌های زمانی و مکانی ۱۰۲۴ در نظر گرفته شد؛ که فاصله نمونه‌برداری مکانی ۵ متر، زمانی ۰/۰۰۴ ثانیه است. در این داده ورودی لایه‌هایی با سرعت‌های تصادفی که با عمق افزایش می‌یابند، موجود است.



شکل ۲: صفحه مختصات کارتزین.



شکل ۳: مختصات قطبی-لگاریتمی حاصل از چرخش، مقیاس و جابجایی صفحه مختصات شکل.

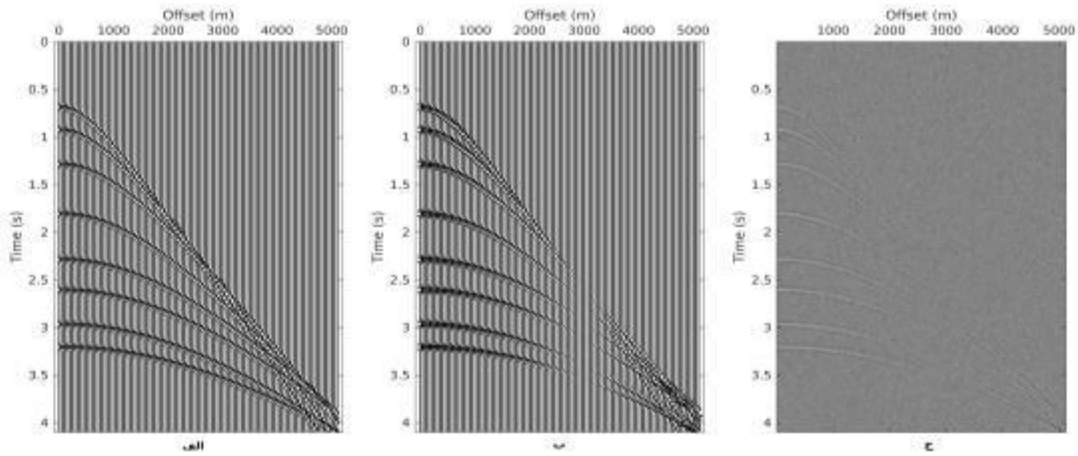
شکل ۴-الف رکورد مصنوعی را بدون تغییرات دامنه و شکل ۴-ب رکورد مصنوعی حاوی تغییرات دامنه با دورافت و شکل ۴-ج رکورد مصنوعی حاوی تغییرات دامنه با دورافت و آغشته به نوفه را نمایش می‌دهد. شکل ۵ تحلیل سرعت رکورد فاقد AVO، شکل ۶ تحلیل سرعت رکورد حاوی AVO و شکل ۷ تحلیل سرعت رکورد حاوی AVO و نوفه را به روش‌های مختلف، برای حجم ۱۰۲۴ نمونه در راستاهای زمان و سرعت نمایش می‌دهد. در رکورد فاقد AVO روش شباهت و شباهت AB معمول نتایج یکسانی را نسبت به روش ارائه شده نمایش داده‌اند، با این تفاوت که زمان محاسبه برای روش معمول ۱۲۹۳/۲۷ ثانیه و برای روش ذکر شده در این مقاله ۳/۵۲ ثانیه بوده است. با توجه به نتایج می‌توان فهمید روش ذکر شده دقت پایین‌تری در قسمت زمان و سرعت کم از خود نشان می‌دهد. این مشکل دقت را همان‌طور که در بخش گسسته‌سازی اشاره شد، می‌توان با قسمت قسمت کردن حوزه زمان-مکان و سپس اجرای این روش کاهش داد. کشیدگی منحنی‌وار در طیف سرعت روش مطرح شده نیز به دلیل استفاده از تبدیل رادون است. در کل همه

تبدیل‌های رادون دارای این مشکل هستند که آن را اثرات مصنوعی ناشی از دورافت‌های دور و نزدیک می‌نامند. به منظور بررسی تفکیک‌پذیری، برش‌های زمانی و سرعتی در زمان ۲/۲۸ ثانیه و سرعت ۱۶۲۵ متر بر ثانیه، برای رکورد حاوی AVO زده شده و در شکل ۸ نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با ناتوان ماندن روش شباهت معمول و شباهت بر مبنای تبدیل رادون سریع در تحلیل صحیح سرعت، روش‌های شباهت AB معمول و شباهت AB اصلاح شده بر مبنای تبدیل رادون سریع توانسته‌اند سرعت و زمان درست را تشخیص دهند و همچنین روش مطرح شده توانسته است تفکیک‌پذیری بالاتری در راستای سرعت نسبت به روش معمول نشان دهد. شکل ۹ یک رکورد نقطه میانی مشترک واقعی با فاصله مکانی ۲۵ متر و زمانی ۰/۰۰۴ ثانیه را نمایش می‌دهد. فاصله بین چشمه و اولین گیرنده ۲۶۲ متر است و ردلرزه‌های دورافت نزدیک موجود نیست. تحلیل سرعت برای تعداد ۷۵۰ نمونه در هر یک از راستاهای سرعت و زمان انجام گرفته است؛ که نتایج آن در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. روش شباهت AB معمول در ۱۳۸/۱۲ ثانیه و روش شباهت AB بر مبنای تبدیل رادون سریع در ۲/۲۶ ثانیه جواب را به دست آورده‌اند.

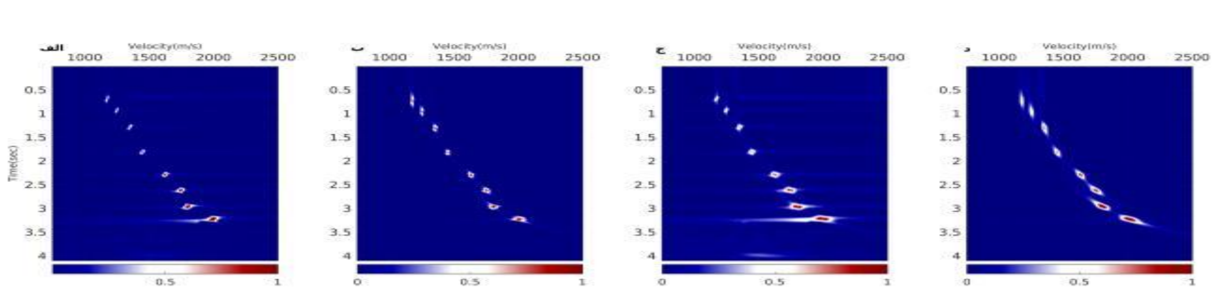
جدول ۱ مقایسه هزینه محاسباتی و افزایش سرعت این روش را نسبت به روش معمول برای حجم‌های متفاوتی از داده‌ها را نمایش می‌دهد.

جدول ۱: مقایسه هزینه محاسباتی(ثانیه) برای حجم متفاوت از داده‌ها.

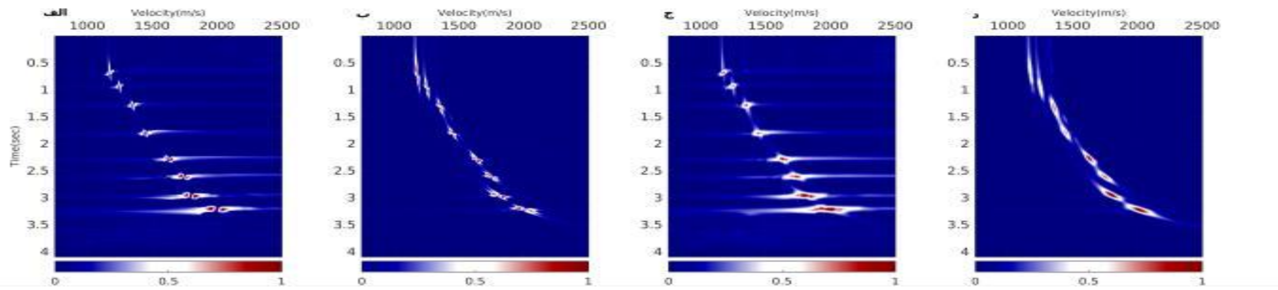
تعداد نقاط	زمان روش شباهت AB معمول	زمان روش شباهت AB بر مبنای تبدیل رادون سریع	نسبت افزایش سرعت
۵۱۲×۵۱۲	۱۷۹/۵۳	۰/۶	۲۹۹/۲۱
۱۰۲۴×۱۰۲۴	۱۲۹۳/۲۷	۳/۵۲	۳۶۷/۴۰
۲۰۴۸×۲۰۴۸	۱۲۰۶۱/۵۳	۹/۰۲	۱۳۳۷/۱۹



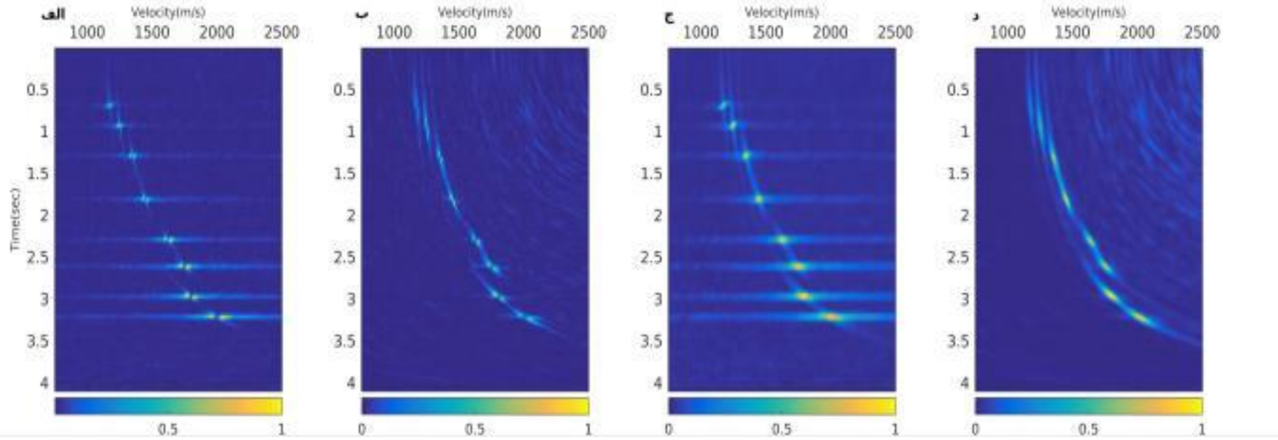
شکل ۴: نمایش یک رکورد مصنوعی نقطه میانی مشترک. الف: بدون تغییرات دامنه، ب: همراه با تغییرات دامنه در طول دورافت (AVO)، ج: همراه با تغییرات دامنه در طول دورافت (AVO) و آغشته به نوفه.



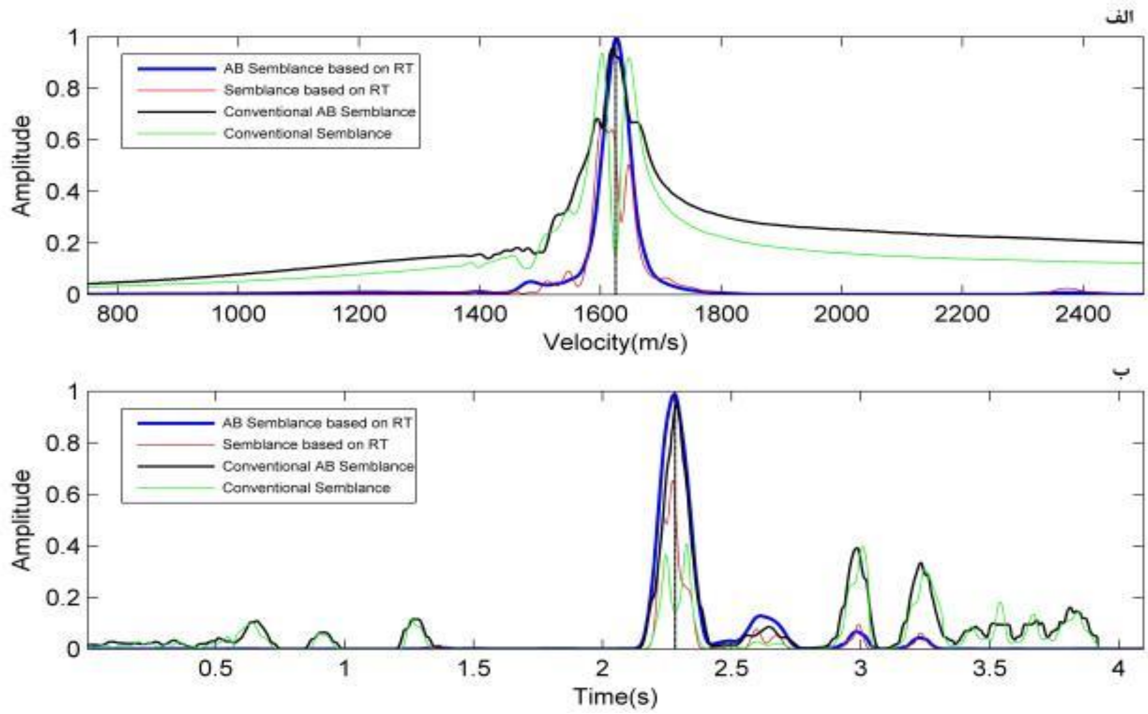
شکل ۵: تحلیل سرعت انجام شده برای رکورد مصنوعی نقطه میانی مشترک فاقد AVO (شکل ۴-الف). الف: روش شباهت معمول، ب: روش شباهت بر مبنای تبدیل رادون سریع، ج: روش شباهت AB معمول، د: روش شباهت AB بر مبنای تبدیل رادون سریع.



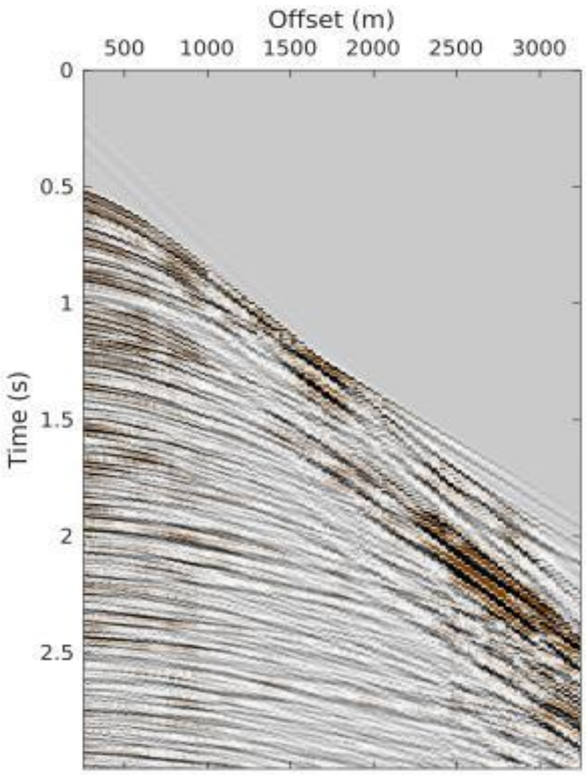
شکل ۶: تحلیل سرعت انجام شده برای رکورد مصنوعی نقطه میانی مشترک دارای AVO (شکل ۴-ب). الف: روش شباهت معمول، ب: روش شباهت بر مبنای تبدیل رادون سریع، ج: روش شباهت AB معمول، د: روش شباهت AB بر مبنای تبدیل رادون سریع.



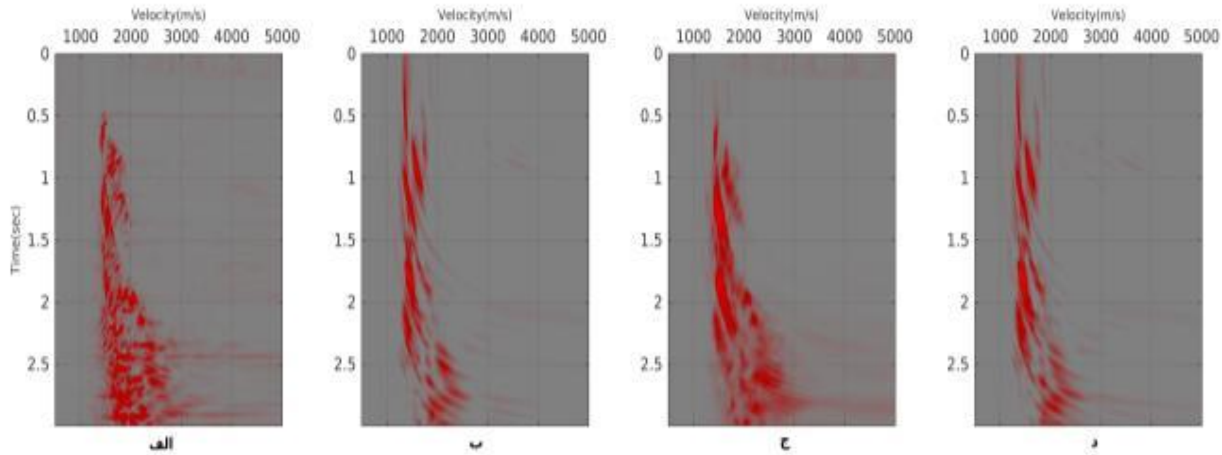
شکل ۷: تحلیل سرعت انجام شده برای رکورد مصنوعی نقطه میانی مشترک دارای AVO و آغشته به نوفه (شکل ۴-ج). الف: روش شباهت معمول، ب: روش شباهت بر مبنای تبدیل رادون سریع، ج: روش شباهت AB معمول، د: روش شباهت AB بر مبنای تبدیل رادون سریع.



شکل ۸: رسم همزمان ضرایب تحلیل سرعت روش‌های مختلف مربوط به شکل ۶. الف: در برش زمانی در زمان ۲/۲۸ ثانیه، ب: در برش سرعتی در سرعت ۱۶۲۵ متر بر ثانیه.



شکل ۹: نمایش یک رکورد واقعی نقطه میانی مشترک.



شکل ۱۰: تحلیل سرعت انجام شده برای رکورد واقعی نقطه میانی مشترک (شکل ۹). الف: روش شباهت معمول، ب: روش شباهت بر مبنای تبدیل رادون سریع، ج: روش شباهت AB معمولی، د: روش شباهت AB بر مبنای تبدیل رادون سریع.

۵- نتیجه‌گیری

از مشکلات عمده تحلیل سرعت به روش شباهت AB، زمان‌گیر بودن محاسبات آن در حضور داده‌های با حجم بالا است. در این مقاله الگوریتمی سریع با همگرایی $O\left(N^2 \log N\right)$ برای استفاده در تحلیل سرعت بر مبنای شباهت AB بیان شده است. نتایج حاصل از مثال‌های عددی مصنوعی و واقعی نشان‌دهنده‌ی کاربردی بودن روش مطرح شده در تحلیل سریع سرعت است.

۶- منابع

Anderson, F., Carlsson, M. and Nikitin, V.V., 2016, Fast algorithms and efficient GPU implementations for the Radon transform and the back-projection operator represented as convolution operators, polar convolution, SEG International Exposition and Annual Meeting, pp. 16-21.

Noble, M., Thierry, P., Taillandier, C. and Calandra, H., 2010, High-performance 3D first-arrival travel time tomography, The Leading Edge, 21, 86-93.

Osypov, K., 2000, Robust reflection tomography, 70th annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, pp. 2032-2035.

Sachhi, M.D. and Ulrych, T.J., 1995, High-resolution velocity gathers and offset space reconstructions, Geophysics, 60 (4), 1169-1177.

Sarker, D., Baumet, R.T. and Larner, K.L., 2002, Velocity analysis in the presence of amplitude variation, Geopysics, 67, 1664-1672.

Sarker, D., Castagna, J.P. and Lamb, W.J., 2001, AVO and velocity analysis, Geophysics, 66, 1284-1293.

Sava, P. and Biondi, B., 2004a, Wave-equation migration velocity analysis Part 1-Theory, Geophysical Prospecting, 52, 593-606.

Sava, P. and Biondi, B., 2004b, Wave-equation migration velocity analysis Part 2-Subsalt imaging examples, Geophysical Prospecting, 52, 607-623.

Schonewille, M.A. and Duijndam, A.J., 2001, Parabolic Radon transform, sampling and efficiency, Geophysics, 66 (2), 667-678.

Taner, M.T. and Koehler, F., 1969, Velocity spectra_Digital computer derivation and application of velocity function, Geophysics, 34, 859-881.

Thorson, J.R. and Claerbout, J.F., 1985, Velocity-stack and slant-stack stochastic inversion, Geophysics, 50, 2727-2741.

Trad, D., Ulrych, T. and Succhi, M.D., 2003, Latest views of the sparse Radon transform, Geophysics, 68 (1), 386-399.

Virieux, J. and Operto, S., 2009, An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics, Geophysics, 74 (6), WCC1-WCC26.

Yilmaz, Ö., 1989, Velocity-Stack processing, Geophysical Prospecting, 37, 357-382.

Yilmaz, Ö., 2001, Seismic data analysis, SEG.

Zhou, H., Amundsen, L. and Zhang, G., 2012, Fundamental issues in full-waveform inversion, 82rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstract.

Zhu, X., Sixta, D.P. and Angstman, B.G., 1992, Tomostatics: Turning ray tomography+static correction, The Leading Edge, 11, 15-23.

SIAM Journal on Imaging Sciences, 9 (2), 637-664.

Beylkin, G., 1994, The inversion problem and applications of the generalized Radon transform, Communications on pure and applied mathematics, 37 (5), 579-599.

Chen, J., Zelt, C.A. and Jaiswal, P., 2013, A case history: Application of frequency-dependent travel time tomography and full waveform inversion to a known near-surface target, 83rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, pp. 1743-1748.

Darche, G., 1990, Spatial interpolation using a fast parabolic transform, 60th Annual Internet Mtg, SEG, Expanded Abstracts, pp. 1647-1650.

Daubechies, I., rise, M. and Mol, C.D., 2004, An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint, Communication on pure and Applied mathematics, 54 (11), 1413-1457.

Fessler, J.A. and Sutton, B.P., 2003, Non uniform fast Fourier transforms using min-max interpolation, Signal Processing, IEEE Transactions on, 51 (2), 560-574.

Fomel, S., 2009, Velocity analysis using AB semblance, Geophysical prospecting, 57, 311-321.

Gardner, G.H. and Lu, L., (Eds.)., 1991, Slant-stack processing (No. 14), Soc of Exploration Geophysicists.

Guitton, A., Ayeni, G. and Daz, E., 2012, Constrained full-waveform inversion by model reparameterization, Geophysics, 77 (2), R117-R127.

Hu, J., Fomel, S. and Ying, L., 2012, A fast butterfly algorithm for the hyperbolic Radon transform, SEG Technical Program Expanded Abstracts, pp. 1-5.

Kostov, C., 1990, Teoplitz structure in slant-stack invertion, 60th Annual Internet Mtg, SEG, Expanded Abstracts, pp. 1618-1621.

Li, S., 2013, Wave-equation migration velocity analysis by non-stationary focusing, 83rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, pp. 1110-1115.

Li, S., Vladimirsky, A. and Fomel, S., 2013, First-break traveltime tomography with the double-square-root eikonal equation, Geophysics, 78 (6), U89-U101.

Luo, S. and Hale, D., 2012, Velocity analysis using weighted semblance, Geophysics, 77 (2), U15-U22.

Nikitin, V.V., Anderson, F., Carlsson, M. and Duchkov, A., 2016, Fast hyperbolic Radon transform by log-

Shahrood University of Technology

JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS

(JRAG)

2020, VOL 6, NO 1

(DOI): 10.22044/JRAG.2017.5686.1115

A fast algorithm for seismic velocity analysis based on AB semblance

Milad Farshad[1] and Ali Gholami[2*]

1- M.Sc. Student, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran
2- Associate Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

Received: 6 May 2017; Accepted: 13 July 2017

Corresponding author: agholami@ut.ac.ir

Keywords

Seismic Velocity Analysis
AB Semblance
Fast Hyperbolic Radon Transform

Extended Abstract

Summary

Velocity analysis is one of the most time-consuming and important stages of seismic processing. Semblance, as the most commonly utilized coherency measure for velocity analysis, is defined as a normalized ratio of output-and-input energy. In the presence of amplitude variation with offset (AVO), however, this measure is not effective enough. In order to compensate for this shortcoming, an alternative AB semblance is used. Both semblance and its AB variant need summation of the amplitudes along hyperbolic trajectories for a range of velocity values; which is computationally expensive and limits processing large data sets. In this paper, we use fast hyperbolic Radon transform for fast computation of seismic velocity analysis based on the traditional semblance and its AB variant. We test this method on both synthetic and field data sets with different sizes to show the improvements in term of calculation speed in the proposed method.

Introduction

Building velocity model is one of the most significant topics in seismic data processing and interpretation. In seismic data processing, executing the stages of normal moveout (NMO) correction, proper stacking, depth and time migration, and so on require an appropriate velocity model.
There are several methods for building a velocity model from seismic data. Most of these methods are based on criteria which describe the consistency between the velocity model and the seismic data, but they differ in the way these criteria are defined, calculated and utilized for estimating the velocity model. The most conventional method for velocity analysis is based on moveout of reflection events, which uses the coherency measure for building a velocity model. Semblance is the commonly used coherency measure. Although it is effective in most practical situations, this measure faces problems in the presence of strong variations of amplitude along seismic events or polarity reversals. An algorithm, called AB semblance, has been introduced for solving this problem. This method, like other methods of semblance, also requires amplitudes of events to be summed along hyperbolic trajectories in the time gates, which can be very time-consuming for processing large data sets. In this paper, fast hyperbolic Radon transform in log-polar coordinates is employed to speed-up the calculations of semblance-based velocity analysis.

Methodology and Approaches

Recently, an algorithm with complexity $O(N^2 \log N)$, where N denotes the number of data samples, has been introduced for evaluation of the hyperbolic Radon transform. It is based on rewriting the Radon operator in log-polar coordinates, with which the main computational parts reduce to computing convolutions. This allows to use the Fourier domain for fast calculation of it. In order to apply fast Fourier transforms (FFTs), samples in log-polar coordinates must be chosen on an equally spaced grid. Since data is sampled in the time-offset domain, a resampling is required for switching between coordinates. In this paper, we use this algorithm in the computation of AB semblance, for summing along hyperbolic trajectories in each time gate. In this method, the time gate width will be one sample. The final result thus requires convolution with an appropriate Gaussian window.

Results and Conclusions

Velocity analysis based on direct computations could be time-consuming in the presence of a large data set. In this paper, a fast algorithm with complexity $O(N^2 \log N)$ is used for velocity analysis based on AB semblance. Field and synthetic data examples have been used in order to examine the proposed method. The results from the tests show large speed-ups of the method compared to other similar velocity analysis methods.