



تخمین و تصحیح فاز باقی مانده متغیر با زمان در داده‌های لرزه‌ای

فاطمه شیروانی شیرینی^{۱*} و علی غلامی^۲

۱- کارشناسی ارشد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران
۲- دانشیار، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۲۸؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۱/۰۵

* نویسنده مسئول مکاتبات: fatemeshiravani@ut.ac.ir

چکیده

واژگان کلیدی

تخمین و تصحیح فاز باقی مانده در یک مقطع لرزه‌ای برانبارش شده امری ضروری و مهم است. تشخیص فاز ناپایای باقی مانده در داده‌ها بدون استفاده از اطلاعات نگاره‌های چاه با استفاده از روش‌های آماری قابل انجام است. روش بیشینه‌سازی کشیدگی با چرخش فاز ثابت از مشهورترین روش‌های آماری بعد از برانبارش جهت تخمین فاز ناپایا در داده‌های لرزه‌ای است. معیار کشیدگی به عنوان کومولانت مرتبه چهار، باعث حفظ اطلاعات فازی موجک می‌شود؛ که این امر نقش مهم این معیار را در مراحل تفسیر داده لرزه‌ای نشان می‌دهد. در این مقاله با تغییر مسئله بیشینه‌سازی کشیدگی منظم شده برای تخمین فاز ناپایا که توسط van der Baan and Fomel در سال ۲۰۰۹ ارائه شده، نشان داده خواهد شد؛ که حجم محاسبات در عین حفظ کیفیت نتایج، به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش خواهد یافت. روش پیشنهادی به دلیل حجم محاسباتی کمتر و همچنین تعداد پارامترهای آزاد کمتر نسبت به روش مشابه منظم‌سازی کاراتر بوده و لذا برای آنالیز داده‌های بزرگ مقیاس راحت‌تر قابل استفاده است. تأثیر روش ارائه شده در شناسایی و تصحیح فاز ناپایای باقی مانده در سیگنال‌های لرزه‌ای بر روی مثال‌های مصنوعی و واقعی نشان داده شده است.

تخمین فاز ناپایا
تحلیل آماری
کشیدگی
چرخش فاز ثابت
تابع منظم‌ساز تیخونوف

فاز به عنوان مهم‌ترین مشخصه سیگنال‌های لرزه‌ای، یکی از نشانگرهای کلیدی در مراحل پردازش و تفسیر لرزه‌ای است. در یک مقطع لرزه‌ای برانبارش شده، هر رد لرزه را می‌توان ناشی از هم‌امیخت سری بازتاب زمین با یک موجک دارای فاز صفر دانست (Levy and Oldenburg, 1987). در مطالعه مذکور، صفر بودن فاز موجک فرضیه‌ای قابل قبول برای کنترل کیفیت مراحل پردازش و تفسیر لرزه‌ای است؛ اما در داده‌های لرزه‌ای واقعی، علی‌رغم تلاش‌های بسیار برای کنترل فاز موجک طی پردازش، اغلب فرضیه صفر بودن فاز نقض می‌گردد (van der Baan, 2008)؛ لذا کنترل فاز موجک، حین مراحل برداشت و پردازش لرزه‌ای امری ضروری است (Trantham, 1994). به طور مثال، فاز یک موجک لرزه‌ای مستقیماً بر نتایج حاصل از فرآیندهای واهمامیخت و وارون‌سازی تأثیر می‌گذارد (Berkhout, 1977; Wiggins, 1987, 1985; Yua and Wang, 2011). برای اهداف تفسیری، کاربرد موجک‌های فاز صفر که تمرکز محل قرارگیری دامنه کمینه یا بیشینه در مرکز افق‌های مورد بررسی است، بیش از سایر موجک‌ها است. دلیل این امر را می‌توان ناشی از تخمین درست زمان و مکان بازتاب و به تبع آن ایجاد تصاویر با وضوح بالا دانست (Schoenberger, 1974)؛ بنابراین، تصحیح فاز باقی‌مانده موجک در تصاویر لرزه‌ای (مقاطع لرزه‌ای برانبارش شده) یکی از گام‌های مؤثر پیش از ورود به مراحل تفسیر است (Brown, 1999; Edgar and van der Baan, 2011; van der Baan and Fomel, 2009; Yu et al, 2012).

به طور کلی، روش‌های قطعی و آماری متفاوتی برای تخمین فاز باقی‌مانده در موجک وجود دارند (Tygel and Bleistein, 2000). روش‌های قطعی برای تخمین فاز نیازمند استفاده از اطلاعات نگاره‌های چاه می‌باشند؛ که این امر استفاده از این روش‌ها را در هنگام نبود چاه با محدودیت زیادی مواجه می‌سازد. در مقابل، تخمین آماری فاز نیازمند نگاره‌های چاه نبوده؛ لذا تخمین موجک مستقیماً با استفاده از داده‌های لرزه‌ای صورت می‌پذیرد؛ بنابراین، با اندازه‌گیری فاز موجک می‌توان یک نشانگر مناسب را برای تحلیل داده لرزه‌ای فراهم ساخت (Fomel and van der Baan, 2010; van der Baan et al, 2010a; Xu et al, 2012).

نخستین بار Levy and Oldenburg, (1987); Longbottom et al. (1988) and White (1988) مسئله تخمین آماری فاز را توسط چرخش فاز ثابت (Constant phase rotation) برای داده‌های پایا (Stationary) ساده نمودند. فاز بهینه در روش چرخش فاز ثابت، توزیع آماری داده را به صورت بیشینه غیر گوسی (Non-Gaussian) در نظر می‌گیرد؛ زیرا توزیع آماری داده با فاز صفر در قیاس با داده دارای فاز، غیر گوسی‌تر است (Wang et al, 2014). برای اندازه‌گیری میزان غیرگوسی بودن داده نیز از معیارهای متفاوتی استفاده می‌شود (Wang et al, 2014) که معیار کشیدگی

محبوب‌ترین انتخاب است (Wiggins, 1978). در الگوریتم بر مبنای کشیدگی، مجموعه‌ای از چرخش‌های فاز ثابت بر ردلرزه ثبت شده اعمال می‌گردد؛ تا زاویه متناظر با بیشینه مقدار کشیدگی، فاز مطلوب موجک را شناسایی کند (van der Baan, 2008). لذا اساس آماری الگوریتم ویگینز با احتساب به تمام فرامین آماری، این است که هم‌امیخت هر فیلتری با یک سری زمانی سفید خروجی را گوسی‌تر می‌کند؛ حال فیلتر واهمامیخت بهینه، فیلتری است که توزیع آماری خروجی واهمامیخت را غیر گوسی‌تر کند (Donoho, 1981). از این رو (Levy and Oldenburg, 1987); Longbottom et al. (1988) and White 1988 فاز ثابت، تعداد پارامترهای آزاد را به یک تقلیل داده و عملکرد الگوریتم‌شان را در قیاس با الگوریتم ویگینز پایدارتر ساختند. (van der Bann (2008) روش چرخش فاز ثابت را برای داده‌های لرزه‌ای ناپایا (Non-stationary) بسط داد. روش وی شامل پنجره‌های تحلیلی متحرکی است؛ که در محل هر پنجره ضمن بیشینه شدن کشیدگی، موجک دارای فاز ثابت تخمین زده می‌شود. همچنین با اعمال درون‌یابی خطی بین نقاط ارزیابی هر پنجره می‌توان فاز و طیف دامنه مطلوب موجک را در محل هر نمونه زمانی حاصل گرداند. در این روش فرضیه تکه‌ای پایا (Piecwise-stationary) درون پنجره‌های تحلیلی متحرک با استفاده از بیشینه‌سازی کشیدگی توسط چرخش فاز ثابت مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ که در این راستا با چرخش فاز و اندازه‌گیری کشیدگی سیگنال لرزه‌ای، امکان تشخیص چرخش فاز بهینه برای تصحیح فاز صفر فراهم می‌گردد. (van der Baan and Fomel (2009) کشیدگی محلی را به عنوان یک سنجش ناپایای هموار اعمال کردند و برتری این روش را در اندازه‌گیری تغییرات فازی در قیاس با اندازه‌گیری کشیدگی در پنجره‌های متحرک نشان دادند. بدین ترتیب آن‌ها ضمن تخمین فاز متغیر با زمان و مکان، توانستند روش پیشین van der Bann (2008) را با رجوع به اندازه‌های کوچک‌تر پنجره بهبود بخشند. باید خاطر نشان کرد که تخمین فاز یک فرآیند ناپایدار است و الگوریتم‌های ارائه شده اگرچه برای داده‌های تمیز کارایی خوبی دارند؛ اما عملکرد آن‌ها در حضور نوفه جای بسی بحث دارد. در این مقاله، مسئله حداقل مربعات منظم شده برای کشیدگی ارائه شده توسط van der Baan and Fomel (2009) به شیوه‌ای جدید فرمول‌بندی نموده و فاز ناپایا در محل هر نمونه زمانی تخمین زده می‌شود. تابع هزینه (Cost function) پیشنهادی به دلیل حجم محاسباتی کمتر و تعداد پارامتر منظم‌سازی (Regularization parameter) کمتر، از نوع قبلی خود کارا تر است. برای دستیابی به نتایج نیز، ابتدا روش به صورت جزئی مورد بحث قرار گرفته و در نهایت، با اعمال الگوریتم پیشنهادی بر روی مثال‌های مصنوعی و

واقعی تأثیر مثبت روش نشان داده شده است.

نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، مقاله تحت چاپ.

پهنای طولی موجک افزایش می‌یابد و به دنبال آن از میزان تفکیک‌پذیری کاسته می‌شود. در شکل (۱-الف) یک موجک ریکر توسط زوایای مختلف در محدوده صفر تا ۱۸۰ درجه تحت چرخش قرار گرفته و روند غیر خطی تغییرات پهنای موجک به ازای هر چرخش (تفکیک‌پذیری) نیز به صورت ناحیه خاکستری نشان داده شده است. بدین ترتیب، موجک با فاز صفر درجه دارای کمترین پهنای و موجک با فاز ۹۰ درجه دارای بیشترین پهنای است. همچنین موجک با فاز ۱۸۰ درجه نیز دارای کمترین پهنای با پلاریته معکوس نسبت به موجک دارای فاز صفر درجه است.

رابطه ردلرزه چرخش یافته $x_{rot}(t)$ را می‌توان با استفاده از ردلرزه اصلی $x(t)$ به شکل زیر بیان نمود (Levy and Oldenburg, 1987; Longbottom et al., 1988; White, 1988; van der Baan, 2008)

$$x_{rot}(t) = x(t) \cos \varphi + H[x(t)] \sin \varphi \quad (1)$$

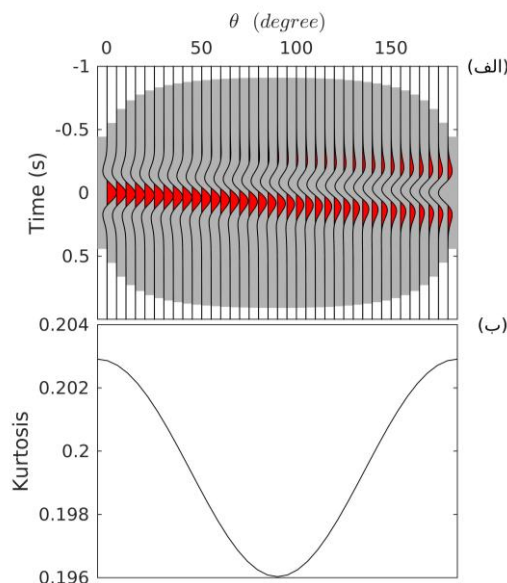
که در آن φ زاویه چرخش فاز ثابت و $H[\cdot]$ تبدیل هیلبرت است. برای تخمین φ ردلرزه $x(t)$ را تحت زاویه‌های متفاوت چرخانده و زاویه‌ای که توزیع آماری $x_{rot}(t)$ را غیر گوسی‌تر کند؛ زاویه مطلوب است. میزان غیرگوسی بودن را می‌توان با معیار کشیدگی اندازه‌گیری نمود.

۲- تئوری روش

۱-۲- چرخش فاز ثابت

در شرایطی که طیف فاز موجک ثابت و غیر وابسته به فرکانس باشد، طیف فاز را می‌توان توسط چرخش فاز ثابت تغییر داد. روش چرخش فاز ثابت در حوزه فرکانس و یا حوزه زمان قابل اجرا است؛ که البته اجرای آن در حوزه زمان ساده‌تر و سریع‌تر است (Arones and Yenni, 1950)؛ پس با اعمال مجموعه‌ای از چرخش‌های فاز ثابت بر داده‌ها، فاز مطلوب موجک قابل تعیین است (van der Baan, 2008; van der Baan and Fomel, 2009).

چرخش فاز در محدوده صفر تا ۳۶۰ درجه باعث تغییر شکل موجک می‌شود؛ شیفت فازی ۹۰ درجه یک موجک متقارن را به نامتقارن و شیفت فازی ۱۸۰ درجه باعث تغییر پلاریته موجک می‌شود. هدف از چرخش فاز داده لرزه‌ای در این مقاله، دستیابی به موجک با فاز صفر درجه است؛ که به دلیل قرارگیری بیشینه انرژی آن در زمان صفر دارای کمترین میزان پهنای طولی و بیشترین مقدار تفکیک‌پذیری است. بیشینه انرژی سایر موجک‌های دارای فاز متغیر در زمان‌های متفاوتی نسبت به صفر قرار می‌گیرند. به همین دلیل



شکل ۱: (الف) نمایش همزمان چرخش فاز ثابت و تغییرات پهنای موجک ریکر طی زوایای فازی مختلف، (ب) نمایش مقادیر کشیدگی متناظر با هر یک از موجک‌های چرخش یافته.

اندازه‌گیری بیشینه انحراف توزیع آماری دامنه سیگنال از حالت گوسی می‌پردازد (van der Baan, 2008; van der Baan and Fomel, 2009). کشیدگی برای سیگنال‌های با توزیع گوسی دارای مقدار صفر و برای سیگنال‌هایی با توزیع غیر گوسی دارای مقادیر بالاتری است؛ نمایش توزیع آماری دامنه سیگنال‌های غیر گوسی در

۲-۲- معیار کشیدگی

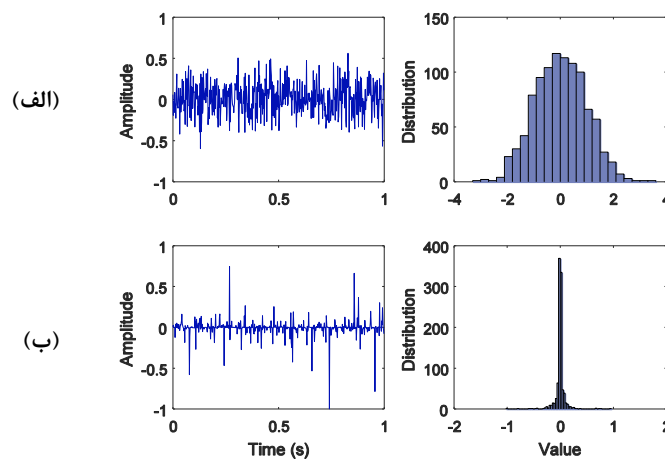
کشیدگی یک آمار مرتبه چهار (Fourth order statistics) است؛ که نخستین بار در الگوریتم واهمامیخت کور (Blind deconvolution) ویگینز استفاده شد (Wiggins, 1978). معیار کشیدگی به اندازه‌گیری میزان تیزی (Sharpness) یک توزیع و یا

را نشان می‌دهد. روند مقادیر این نمودار با افزایش فاز موجک به دو صورت کاهشی و افزایشی است. کشیدگی برای موجک با فاز صفر درجه دارای بیشترین مقدار است؛ که رفته رفته از مقدار آن کاسته می‌شود؛ تا این‌که برای موجک با فاز ۹۰ درجه به کمترین مقدار خود می‌رسد. در ادامه و با افزایش فاز موجک؛ شاهد افزایش مجدد کشیدگی هستیم؛ که در فاز ۱۸۰ درجه دوباره به بیشینه مقدار خود می‌رسد. لذا با بیشینه‌سازی کشیدگی می‌توان فاز مطلوب موجک را آشکار نمود.

مقایسه با سیگنال‌های گوسی، دارای بیشینه واضح‌تری است. شکل ۲ دو نوع سیگنال به همراه توزیع آماری آن‌ها را نشان می‌دهد. توزیع آماری فوق گوسی تیزتر و دنباله‌دارتر بوده و کشیدگی آن نیز بیشتر است. رابطه کشیدگی برای سیگنال $x(t)$ به شکل زیر قابل بیان است.

$$k[x] = \frac{E[x^4]}{(E[x^2])^2} - 3 \quad (2)$$

که در آن $E[\cdot]$ بیانگر عملگر چشم‌داشتی است. شکل (۱-ب) مقدار کشیدگی متناظر با هر موجک چرخش یافته (در شکل ۱-الف)



شکل ۲: نمایش توزیع آماری سری بازتاب. (الف) سری بازتاب با توزیع گوسی، (ب) سری بازتاب با توزیع فوق گوسی.

نمود. از نکات بسیار مهم در این روش، توجه به میزان همپوشانی زیاد پنجره‌های تحلیلی مجاور یکدیگر برای دستیابی به روشی پایدار و همچنین کنترل کیفی اندازه بهینه پنجره است؛ به گونه‌ای که با کاهش تعداد پنجره‌های تحلیلی ضمن نوسانی شدن رفتار فازهای تخمینی، روند تصحیح فاز برای هر یک از نمونه‌های زمانی نیز به درستی صورت نمی‌پذیرد.

van der Baan and Fomel (2009) برای بهبود تخمین فاز و رفع نواقص روش پنجره‌زنی از فاکتورگیری رابطه کشیدگی (ارائه شده توسط Fomel et al., 2007) به شکل زیر استفاده کردند.

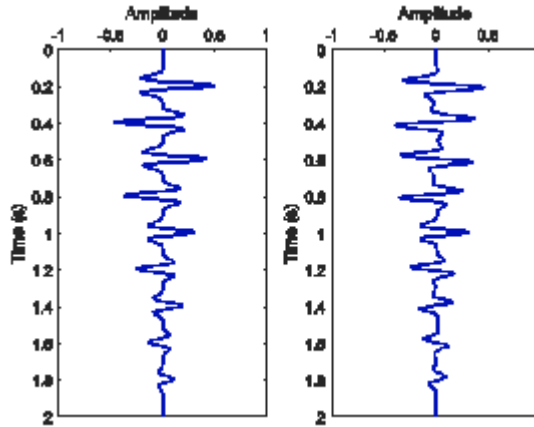
$$k[x] = \left(\frac{1}{E[x^2]} \right) \left(\frac{E[x^4]}{E[x^2]} \right) - 3 = p^{-1}q^{-1} - 3 \quad (3)$$

که ثابت‌های p و q جواب‌های سراسری مسئله حداقل مربعات (Least-squares minimization problem) زیر می‌باشند (برای اثبات به پیوست رجوع شود)؛

۳-۲- کشیدگی به عنوان یک نشانگر محلی

داده‌های لرزه‌ای عموماً دارای فاز ناپایا می‌باشند؛ در صورتی که روند تغییر فاز موجک با زمان تغییر کند، فاز ردلرزه حاصل را ناپایا می‌نامند؛ ولی اگر فاز با زمان تغییر نکند، آن را پایا گویند. برای توضیح مذکور در شکل ۳ یک ردلرزه دارای فاز پایا و ناپایا به نمایش گذاشته شده است.

در حالت پایا مقدار فاز را می‌توان به سادگی با استفاده از رابطه (۲) تخمین زد. به گونه‌ای که فاز متناظر با مقدار بیشینه کشیدگی، $-\varphi_{kurt}$ همان فاز مطلوب است. این زاویه را به راحتی می‌توان با یک جستجوی شبکه‌ای با زوایای تست بین ۹۰- تا ۹۰+ درجه تعیین نمود. هرچند در حالت ناپایا قضیه کمی سخت‌تر می‌شود. van der Bann (2008) روش چرخش فازی ثابت را برای داده‌های لرزه‌ای ناپایا تعمیم داد. در این روش یک ردلرزه به تعدادی پنجره زمانی متحرک تقسیم می‌گردد که هر پنجره می‌تواند با پنجره مجاورش دارای همپوشانی باشد. حال، زاویه چرخش فاز برای نمونه مرکزی هر پنجره به صورت جداگانه با روش بیان شده تخمین زده می‌شود و سپس جهت تعیین فاز سایر نمونه‌ها می‌توان از درون‌یابی استفاده



شکل ۳: (الف) ردلرزه با فاز پایا، (ب) ردلرزه با فاز ناپایا.

پارامتر کاملاً متفاوت باشد؛ که در طول فرآیند حل مسئله باید جستجو شوند. از آنجا که برای هر ردلرزه باید چندین فاز متفاوت در محدوده ۹۰- تا ۹۰+ درجه تست گردد و هر تست شامل تخمین پارامترهای مختص خود است. فرآیند تخمین فاز برای داده‌های شامل تعداد زیادی ردلرزه بسیار زمان‌بر خواهد بود. لذا در این مقاله، با یک تغییر کوچک در فرمول‌بندی فوق زمان محاسبات به طور چشم‌گیری کاهش یافته و در عین حال جوابی با همان کیفیت و چه بسا بهتر به دست خواهد آمد. با فاکتورگیری از رابطه (۲) کشیدگی را می‌توان به صورتی جدید فرمول‌بندی نمود:

$$k[x] = \left(\frac{1}{E[x^2]} \right) \left(\frac{E[x^4]}{E[x^2]} \right) - 3 = bd - 3 \quad (11)$$

که دو ثابت b و d به صورت زیر می‌باشند (برای اثبات به پیوست رجوع شود)؛

$$b = \arg \min_b \sum_i \left(\frac{1}{x_i} - x_i b \right)^2 = \frac{N}{\sum_i x_i^2} \quad (12)$$

$$d = \arg \min_d \sum_i \left(x_i^3 - x_i d \right)^2 = \frac{\sum_i x_i^4}{\sum_i x_i^2} \quad (13)$$

در اینجا نیز همانند قبل می‌توان پارامترهای متغیر با زمان b و d را به صورت زیر منظم نمود:

$$b = \arg \min_b \sum_i \left(\frac{1}{x_i} - x_i b_i \right)^2 + \lambda_b^2 [Rb]_i^2 \quad (14)$$

$$d = \arg \min_d \sum_i \left(x_i^3 - x_i d_i \right)^2 + \lambda_d^2 [Rd]_i^2 \quad (15)$$

با حل روابط (۱۴) و (۱۵) داریم:

$$p = \arg \min_p \sum_i (x_i^2 - p)^2 = \frac{1}{N} \sum_i x_i^2 \quad (4)$$

$$q = \arg \min_q \sum_i (1 - qx_i^2)^2 = \frac{\sum_i x_i^2}{\sum_i x_i^4} \quad (5)$$

طبق رابطه (۳) تخمین کشیدگی محلی را می‌توان به صورت یک مسئله بهینه‌سازی منظم شده (Regularized optimization problem) فرمول‌بندی نمود. با افزودن یک جمله منظم‌ساز در روابط (۴) و (۵) و متغیر فرض کردن پارامترهای p و q می‌توان کشیدگی را برای هر نمونه محاسبه کرد:

$$p = \arg \min_p \sum_i (x_i^2 - p_i)^2 + \lambda_p^2 [Rp]_i^2 \quad (6)$$

$$q = \arg \min_q \sum_i (1 - q_i x_i^2)^2 + \lambda_q^2 [Rq]_i^2 \quad (7)$$

که λ_p و λ_q پارامترهای منظم‌سازی و R عملگر مشتق‌گیر اول و یا دوم است. با حل معادلات (۱۰) و (۱۱) برای دو بردار p و q داریم؛

$$p = (I + \lambda_p^2 R^T R)^{-1} x^2 \quad (8)$$

$$q = (\text{diag}(x^4) + \lambda_q^2 R^T R)^{-1} x^2 \quad (9)$$

که با جایگزینی در رابطه (۳) خواهیم داشت:

$$k[x_i] = \frac{1}{\{p_i q_i\}} - 3 \quad (10)$$

مشکل اصلی رابطه (۱۰) در زمان اجرا و جستجو برای تخمین همزمان دو پارامتر منظم‌سازی آشکار می‌گردد. چرا که معادلات (۸) و (۹) کاملاً متفاوت هستند و ممکن است جواب بهینه مربوط به دو

van der Baan and Fomel (2009) و der Bann (2008) بر روی یک مدل یک‌بعدی (ردلرزه) نشان داده شده است. ابتدا یک ردلرزه با هم‌امیخت یک سری بازتاب و یک موجک ریکر ساخته شده است، شکل ۴-۱. طی چرخش ردلرزه حاصل با یک فاز غیرخطی، شکل ۴-۲، ردلرزه چرخش یافته حاصل گردید، شکل ۴-۳ که نقش سیگنال ورودی را در هر سه روش بازی می‌کند. ردلرزه تصحیح فاز شده توسط روش‌های پنجره (ب) سازی و جدید به ترتیب در شکل‌های (۴-ت، ۴-ث و ۴-ج) به نمایش گذاشته شده است. همچنین فاز تخمین زده شده توسط هر روش (با رنگ قرمز) به همراه فاز اصلی (با رنگ آبی) در زیر هر شکل تصحیح شده آمده است. همان‌طور که دیده می‌شود، فاز تخمین زده شده حاصل از روش پنجره‌ای رفتار نوسانی دارد و با خطا همراه است (شکل ۴-ج). همچنین اثر منظم‌سازی موجب هموارتر شدن فاز تخمینی شد (شکل‌های ۴-ح و ۴-خ). برای سادگی محاسبات در روش van der Baan and Fomel (2009) هر دو پارامتر منظم‌سازی برابر $4/5166 \times 10^3$ انتخاب شد. پارامتر روش جدید نیز برابر $0/4474 \times 10^3$ انتخاب شد. این پارامترها با جستجو برای بهترین نتیجه به لحاظ تخمین فاز با دانستن فاز اصلی انجام پذیرفت. با مقایسه رفتار فازهای تخمینی حاصل از روش جدید با روش van der Baan and Fomel (2009)، گرچه به تشابه رفتاری آن‌ها پی می‌بریم؛ اما نکته حائز اهمیت این است که این نتیجه با حل یک دستگاه معادلات و جستجو برای تنها یک پارامتر حاصل شده است.

$$b = (\text{diag}(x^2) + \lambda_b^2 R^T R)^{-1} I, \quad (16)$$

$$d = (\text{diag}(x^2) + \lambda_d^2 R^T R)^{-1} x^4 \quad (17)$$

که با استفاده از جایگزینی در رابطه (۱۱) خواهیم داشت:

$$k[x_i] = b_i d_i - 3. \quad (18)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود؛ به دلیل مشابه شدن ماتریس‌های ایجاد شده در روابط (۱۶ و ۱۷) داریم: $\lambda = \lambda_b = \lambda_d$. لذا برای محاسبه کشیدگی با رابطه (۱۸) تنها نیاز است که یک دستگاه معادلات با دو بردار سمت راست حل شود:

$$[b|d] = (\text{diag}(x^2) + \lambda^2 R^T R)^{-1} [I|x^4] \quad (19)$$

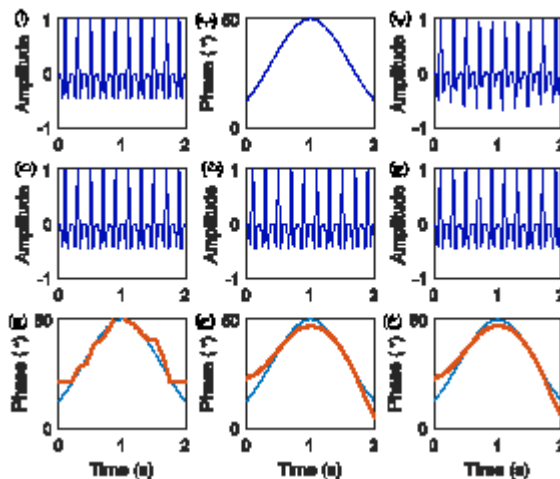
که این امر موجب کاهش چشم‌گیر حجم محاسبات خواهد شد.

۳- مثال‌های عددی

در این قسمت، ابتدا روش جدید با روش‌های پیشین مورد قیاس قرار گرفته است. سپس الگوریتم روش پیشنهادی بر روی چندین مدل متفاوت مصنوعی و یک مدل واقعی بعد از برابری اعمال شده و نتایج آن نیز در ادامه بحث آورده شده است.

۳-۱- مقایسه با روش پیشین

در این قسمت عملکرد روش ارائه شده و مقایسه آن با روش‌های van



شکل ۴: مقایسه فازهای تخمینی مربوط به سه روش مختلف. (الف) سری بازتاب، (ب) فاز اولیه، (پ) ردلرزه، (ت) ردلرزه تصحیح شده روش پنجره‌ای، (ث) ردلرزه تصحیح شده روش منظم‌سازی، (ج) ردلرزه تصحیح شده روش جدید، (چ) میزان همسانی رفتار فاز اولیه و تخمینی روش پنجره‌ای، (ح) میزان همسانی رفتار فاز اولیه و تخمینی روش منظم‌سازی، (خ) میزان همسانی رفتار فاز اولیه و تخمینی روش جدید.

ثابت ۴۵- درجه می‌باشند، استفاده شده است. زمان کلی ثبت و نرخ نمونه‌برداری برای تمامی مدل‌ها به ترتیب ۲ ثانیه و ۲ میلی‌ثانیه است. ردلرزه در تمام مدل‌های نمایش داده شده، معرف داده ورودی است. با انتخاب محدوده چرخش فاز ثابت که شامل زوایای فازی بین

۳-۲- مدل‌های یک‌بعدی

برای نشان دادن روش ارائه شده، ابتدا از مدل‌های یک‌بعدی شامل هم‌امیخت یک سری بازتاب فوق‌گوسی با ترکیبی از دو موجک ریکر روی هم قرار گرفته که دارای فرکانس‌های غالب ۳۰ و ۶۰ هرتز و فاز

نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، مقاله تحت چاپ.

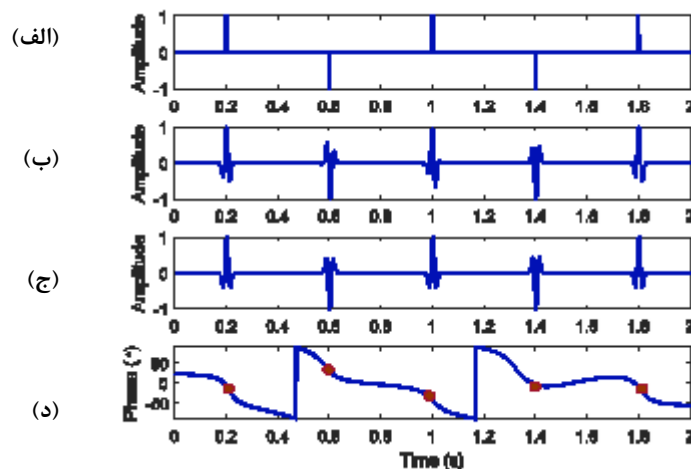
شکل ۶ نیز پس از محاسبه مقادیر کشیدگی برای هر نمونه زمانی چرخش یافته، اثر فاز ناپایا را به راحتی می‌توان با اتصال مکانی بیشینه مقادیر کشیدگی دنبال و مشاهده نمود. پس خطوط سفید نشانگر محل بیشینگی کشیدگی و مقدار فاز ناپایای متناظر با آن کشیدگی می‌باشند.

مدل مصنوعی دوم شامل یک سری بازتاب با شکلی پیچیده‌تر و به ازای هر نمونه زمانی یک رخداد، است؛ که در شکل (۷-الف) به نمایش گذاشته شده است. پس از هم‌میخت سری بازتاب با موجک ریکر دارای ویژگی‌های مذکور، ردلرزه حاصله در شکل (۷-ب) قابل مشاهده است. پس از چرخش داده ورودی قسمت ب با فازهای ناپایای تخمینی، داده فاز صفر در شکل (۷-ج) را می‌توان مشاهده نمود. همچنین رفتار هموار فازهای ناپایای تخمینی در شکل (۷-د) قابل مشاهده است. شکل ۸ نیز نمایشی از رفتار بیشینه مقادیر کشیدگی و اثر ناپایای فاز، مرتبط با مدل پیچیده است؛ که مکان فاز ناپایای متناظر به محل بیشینه شدن کشیدگی به صورت خط سفید نشان داده شده است. در این مدل نیز مانند مدل قبل، برای مقایسه رفتار فاز و مقدار تصحیح صورت پذیرفته رفتار فازها با رنگ‌های متفاوت در قالب شکل (۷-د) به نمایش در آمده است؛ که خطوط ممتد قرمز گویای رفتار فاز ثابت قبل از تصحیح فاز و خطوط آبی نیز بازگوکننده رفتار فاز پس از مرحله تصحیح فاز می‌باشند.

همچنین نتایج مرتبط با مقایسه زمان اجرای الگوریتم‌های روش‌های منظم‌سازی و جدید در قالب جدول ۱ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، الگوریتم روش جدید سریع‌تر از روش منظم‌سازی است؛ به گونه‌ای که تقریباً برای هر یک از مدل‌های یک‌بعدی میزان زمان اجرا در روش جدید به نصف روش قبل کاهش پیدا کرده است.

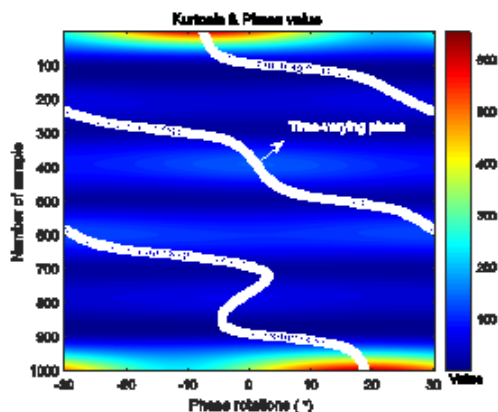
۹۰- تا ۹۰ درجه است؛ داده ورودی طی فازهای مختلف چرخش می‌یابد؛ تا به ازای هر مرحله از چرخش، تغییرات مقادیر کشیدگی برای هر یک از نمونه‌های زمانی داده ورودی محاسبه گردد؛ بنابراین، ضمن اجرای روش چرخش فاز ثابت برای کل ردلرزه، ماتریسی خواهیم داشت که تعداد سطرهایش، تعداد نمونه‌های ردلرزه؛ تعداد ستون‌هایش، تعداد زوایای چرخش فازی و مقادیرش، مقادیر کشیدگی است؛ لذا به دلیل محاسبه نمودن شکل پیوسته‌ای از کشیدگی، ترسیم و انتخاب بیشینه مقادیر کشیدگی به سهولت امکان‌پذیر است. مکان‌های بیشینه مقادیر کشیدگی، متناظر با مقادیر بهینه فاز می‌باشند؛ که با انتخاب آن‌ها می‌توان روند تغییرات فاز ناپایا را برای هر نمونه زمانی از داده ورودی تخمین زد. اکنون، سیگنال فاز صفر را می‌توان طی چرخش داده‌های ورودی با فازهای ناپایای تخمین زده شده برای هر یک از نمونه‌های زمانی محاسبه و ترسیم نمود.

برای نمایش مدل‌های یک‌بعدی از دو مدل ساده و پیچیده مصنوعی استفاده شده است. شکل (۵-الف) نمایش سری بازتاب دارای پنج رخداد است. پس از هم‌میخت سری بازتاب با موجک دارای فازهای مختلف، ردلرزه (داده‌های ورودی) در شکل (۵-ب) قابل مشاهده است. حال، پس از تخمین فاز ناپایا با رفتاری هموار در شکل (۵-د) و چرخش آن با داده ورودی حاصل شده در قسمت ب، سیگنال فاز صفر هر یک از نمونه‌های زمانی را می‌توان در شکل (۵-ج) مشاهده نمود. همچنین برای نشان دادن رفتار فاز قبل و بعد از مرحله تصحیح فاز نیز فازها با دو رنگ متفاوت در شکل (۵-د) به نمایش درآمده‌اند؛ که نقاط قرمز بیانگر فاز هر نمونه قبل از تصحیح فاز و خطوط ممتد آبی بیانگر فازهای تصحیح شده مربوط به هر نمونه بعد از تصحیح فاز است؛ بنابراین همان‌گونه که مشاهده می‌شود، روند تصحیح فاز با دقت خوبی صورت پذیرفته است. در

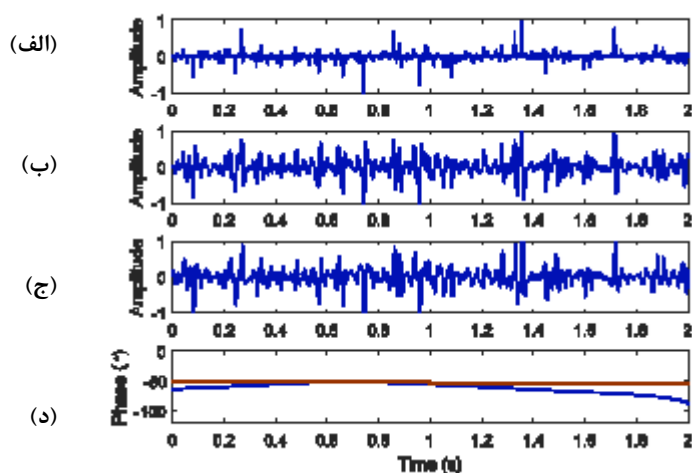


شکل ۵: نتایج تصحیح فاز مدل ساده. (الف) سری بازتاب، (ب) داده ورودی، (ج) داده حاصل از چرخش فاز تخمینی، (د) میزان همسانی فازهای اولیه و فازهای ناپایای تخمینی.

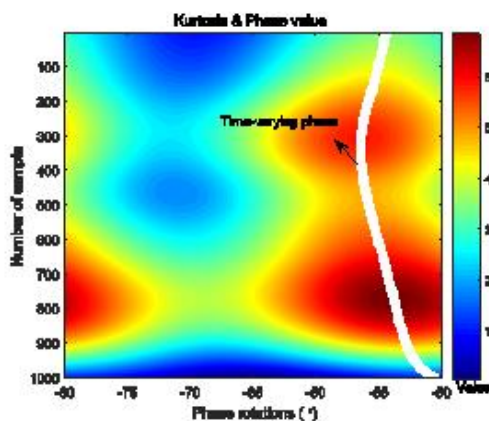
شیروانی شیری و غلامی، تخمین و تصحیح فاز باقی مانده متغیر با زمان در داده‌های لرزه‌ای، مقاله تحت چاپ.



شکل ۶: نمایش بیشینه مقادیر کشیدگی و اثر فازهای ناپایای تخمین زده شده برای مدل ساده نمایش داده شده در شکل ۵.



شکل ۷: نتایج تصحیح فاز مدل پیچیده. (الف) سری بازتاب، (ب) داده ورودی، (ج) داده حاصل از چرخش فاز تخمینی، (د) میزان همسانی فازهای اولیه و فازهای ناپایای تخمینی.



شکل ۸: نمایش بیشینه مقادیر کشیدگی و اثر فازهای ناپایای تخمین زده شده برای مدل پیچیده نمایش داده شده در شکل ۷.

جدول ۱: مقایسه زمان محاسباتی روش‌های منظم‌سازی و جدید.

مدل‌ها	زمان روش منظم‌سازی (دقیقه)	زمان روش جدید (دقیقه)
مدل ساده	۰/۷۴۰۷	۰/۳۳۳۷
مدل پیچیده	۱/۵۱۰۳	۰/۶۳۵۰

نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، مقاله تحت چاپ.

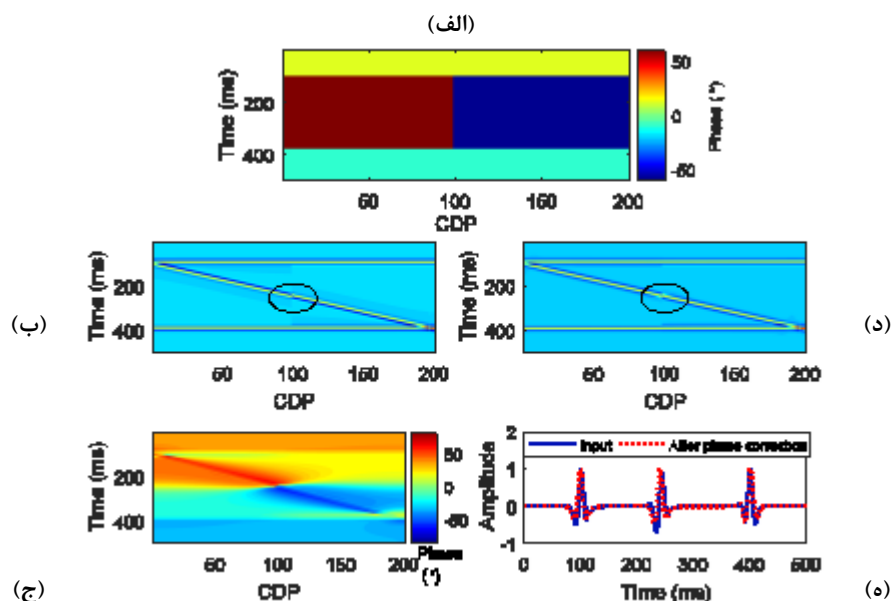
داده شده است)، به وضوح دیده می‌شود. پس از حصول مقطع فازهای تخمینی در شکل (۹-ج) و چرخش آن با داده ورودی، مقطع لرزه‌ای تصحیح شده در شکل (۹-د) بست می‌آید. همچنین، برای نشان دادن میزان تصحیح فاز و صحت کار نیز دو تک ردلرزه از مقاطع داده ورودی، قبل و بعد از اعمال مرحله تصحیح فاز انتخاب شده و در غالب شکل (۹-ه) بر روی هم قرار داده شده‌اند. در واقع در این شکل میزان تصحیح فازی داده ورودی، قبل و بعد از اعمال مرحله تصحیح فازی با قرارگیری دو تک ردلرزه بر روی هم نشان داده شده است. در مدل دوم مقطع اولیه فاز در شکل (۱۰-الف) و داده ورودی چرخش یافته با مقطع اولیه فاز در شکل (۱۰-ب) به نمایش درآمده است. پس از اعمال چرخش فاز ثابت بر داده ورودی توسط مقطع فازهای تخمین زده شده در شکل (۱۰-ج) می‌توان تصحیح ناهمسانی فازی ایجاد شده در داده ورودی اولیه را در شکل (۱۰-د و ۱۰-ه) مشاهده نمود. آخرین مدل، مدل رخدادهای هذلولی است که در شکل ۱۱-ب، نشان داده شده است. در این مدل برخی از رخدادهای بر اساس مقطع فاز اختیاری در شکل ۱۱-الف تحت ناهمسانی فازی قرار گرفته‌اند. پس از تخمین مقطع فاز در شکل (۱۱-ج)، داده ورودی تحت تصحیح فاز قرار گرفته است تا در نهایت مقطع تصحیح شده فازی و میزان تصحیح فاز حاصل گردد؛ که هر دو بخش به ترتیب در شکل‌های (۱۱-د و ۱۱-ه) به نمایش درآمده‌اند. با مشاهده مقطع فازهای تخمینی در قسمت ب، مشاهده می‌شود که تنها در محل آن دسته از رخدادهای که فاز متغیر بوده (شکل ۱۱-الف، قسمت قرمز) تخمین صورت گرفته است؛ لذا می‌توان گفت تخمین فاز ناپایا برای این مقطع لرزه‌ای با دقت بسیار خوبی انجام پذیرفته است.

۳-۳- مدل‌های دوبعدی

برای نمایش مدل‌های دوبعدی نیز در ابتدا هم‌میخت مجموعه‌ای از سری‌های بازتاب مختلف با یک موجک ریکر دارای فاز ثابت، مقطع لرزه‌ای را تولید می‌کند؛ که نشانگر داده ورودی در تمام مدل‌های دوبعدی است. حال مقطع لرزه‌ای حاصل از هم‌میخت، با مقطع شامل فازهای مختلف تحت چرخش فاز ثابت قرار می‌گیرد؛ تا داده ورودی مورد استفاده در مدل‌های دوبعدی به دست آید. انتخاب شکل مقطع فاز کاملاً اختیاری است و بسته به نوع و محل قرارگیری رخدادهای متغیر است. باید به این نکته توجه داشت که تخمین فاز در داده‌های دوبعدی با منظم‌سازی دوبعدی انجام گرفته است؛ به طوری که عملگر R شامل مشتق‌گیری در هر دو راستای قائم و افقی است.

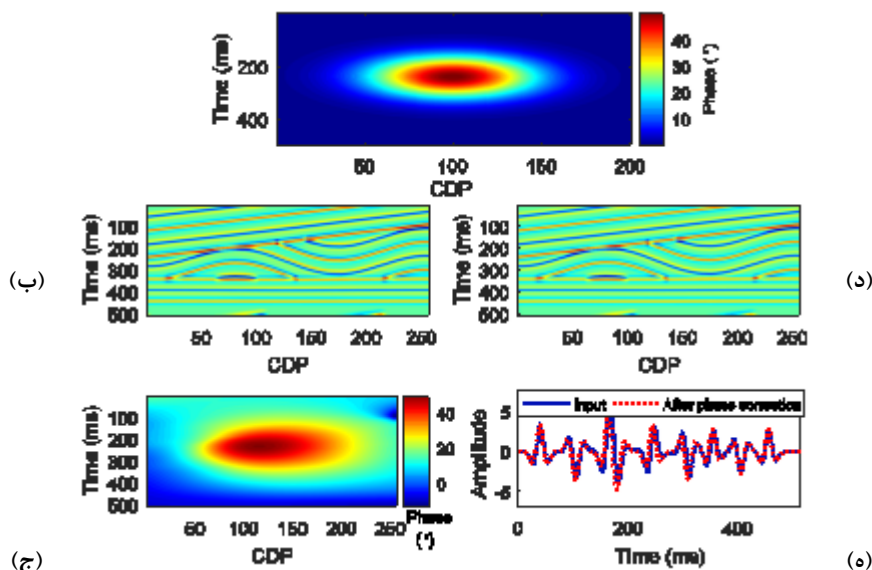
محدوده چرخش فاز ثابت همچون مدل‌های یک‌بعدی در گستره ۹۰- تا ۹۰+ درجه انتخاب شده است؛ بنابراین، کل نمونه‌های زمانی موجود در داده ورودی به صورت یک ردلرزه بزرگ مرتب می‌گردند؛ تا طی چرخش فاز ثابت این ردلرزه بزرگ به ازای هر یک از زوایای متغیر چرخش فازی، بردار کشیدگی با ابعاد داده ورودی حاصل شود. اکنون با بیشینه‌سازی بردار کشیدگی در محل هر نمونه زمانی از داده ورودی، می‌توان مقادیر فاز ناپایا را در غالب یک مقطع دوبعدی به سهولت تخمین زد. با تخمین مقطع دوبعدی فاز و چرخش آن با مقطع داده ورودی، مقطع لرزه‌ای تصحیح شده به دست می‌آید.

برای نمایش مدل‌های دوبعدی از سه مدل مصنوعی استفاده شده است. در شکل (۹-ب) سه رخداد توسط مقطع فاز اولیه (شکل ۹-الف) تحت چرخش فاز قرار گرفته‌اند؛ که به دلیل چرخش رخداد دوم با دو فاز متفاوت، ناهمسانی فازی ایجاد شده (با نماد بیضی نشان



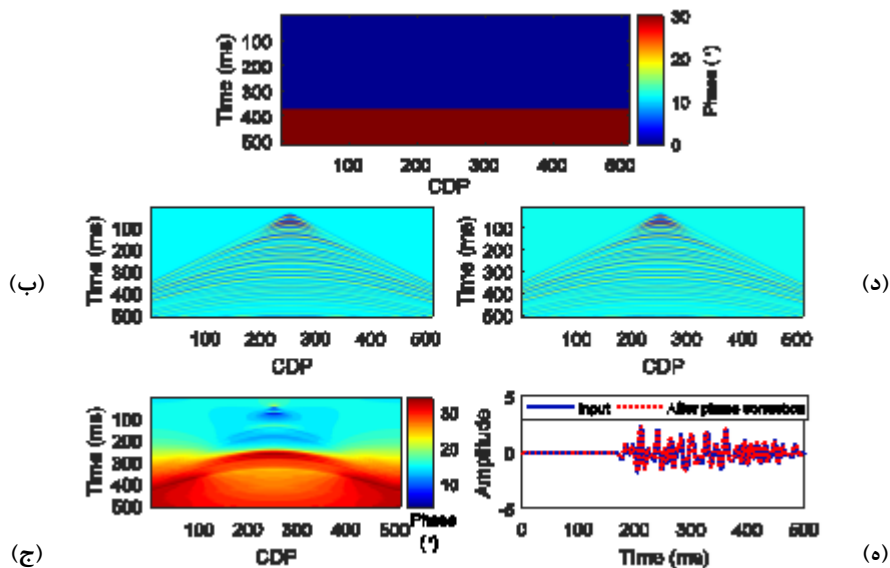
شکل ۹: نتایج تصحیح فاز مدل مصنوعی. (الف) مقطع اولیه فاز، (ب) داده ورودی، (ج) مقطع فاز متغیر با زمان - مکان تخمین زده شده، (د) خروجی تصحیح شده پس از اعمال مرحله تصحیح فاز، (ه) ناهمسانی فاز تک تریس لرزه‌ای شماره ۹۰، قبل و بعد از اعمال مرحله تصحیح فاز.

(الف)



شکل ۱۰: نتایج تصحیح فاز مدل مصنوعی. (الف) مقطع اولیه فاز، (ب) داده ورودی، (ج) مقطع فاز متغیر با زمان - مکان تخمین زده شده، (د) خروجی تصحیح شده پس از اعمال مرحله تصحیح فاز، (ه) ناهمسانی فاز تک تریس لرزه‌ای شماره ۲۵۰، قبل و بعد از اعمال مرحله تصحیح فاز.

(الف)



شکل ۱۱: نتایج تصحیح فاز مدل واقعی. (الف) مقطع اولیه فاز، (ب) داده ورودی، (ج) مقطع فاز متغیر با زمان - مکان تخمین زده شده، (د) خروجی تصحیح شده پس از اعمال مرحله تصحیح فاز، (ه) ناهمسانی فاز تک تریس لرزه‌ای شماره ۱۵۰، قبل و بعد از اعمال مرحله تصحیح فاز.

۴-۳- داده‌های واقعی

تصحیح فازی در شکل (۱۲-د) بر روی هم قرار داده شده‌اند. مشاهده و مقایسه مقاطع لرزه‌ای اولیه و تصحیح شده و همچنین دنبال نمودن روند پیوستگی و جایجایی برخی از بازتابنده‌ها، به خوبی گویای این مطلب می‌باشند که تخمین و تصحیح فاز این مدل با تقریب خوبی انجام شده است.

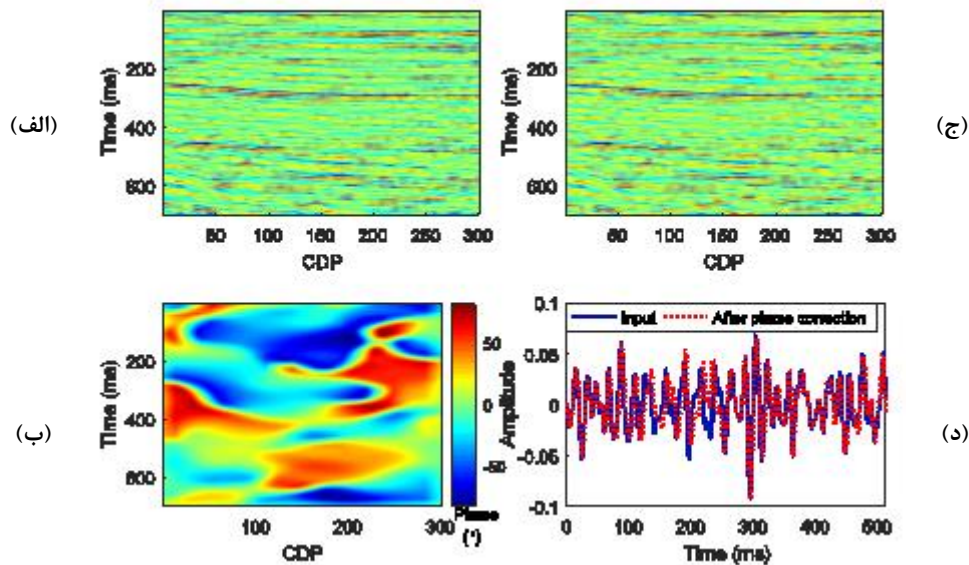
برای تصدیق میزان صحت بیان مذکور نیز دو ناحیه از مدل اولیه در شکل ۱۳ انتخاب شده است؛ تا روند تخمین و تصحیح فاز بازتابنده‌ها با دقت بیشتری مورد بررسی قرار گیرد. لذا نمایش

عملکرد روش بر روی یک مدل واقعی بعد از برانبارش نیز بررسی شده است. شکل (۱۲-الف) معرف داده واقعی ورودی است. برای این مدل نیز همچون مدل‌های دوبعدی، پس از تخمین فازهای تخمینی در شکل (۱۲-ب) و چرخش آن‌ها با داده ورودی، مقطع تصحیح شده فازی در شکل (۱۲-ج) حاصل شده است؛ که برای مشاهده میزان تصحیح فازی، دو تک ردلرزه از داده قبل و بعد از اعمال مرحله

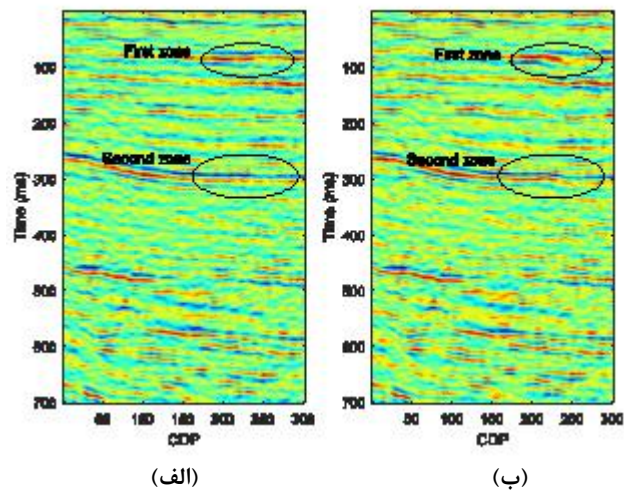
نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، مقاله تحت چاپ.

که پس از اعمال مراحل تصحیح فازی بر روی داده‌های ورودی، برخی از بازتابنده‌ها به محل صحیح خود منتقل شده‌اند؛ که این امر روند پیوستگی آن‌ها را به میزان قابل توجهی بهبود بخشیده است.

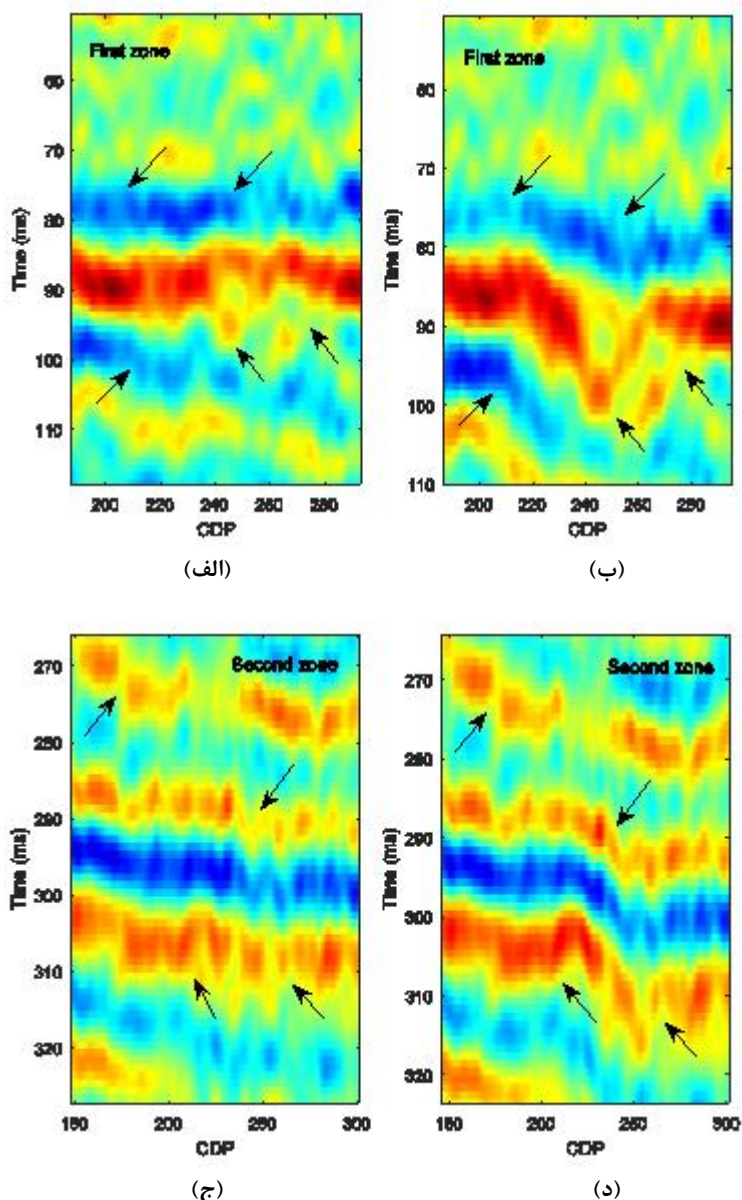
بزرگ‌تر آن نواحی را می‌توان در شکل ۱۴ مشاهده نمود. در شکل (۱۴-الف و ۱۴-ب)، ناحیه اول و در شکل (۱۴-ج و ۱۴-د)، ناحیه دوم تصحیح شده است؛ در هر دو شکل به خوبی مشاهده می‌گردد



شکل ۱۲: نتایج تصحیح فاز داده واقعی. (الف) داده ورودی، (ب) مقطع فاز متغیر با زمان - مکان تخمین زده شده، (ج) خروجی تصحیح شده پس از اعمال مرحله تصحیح فاز، (د) ناهمسانی فاز تک تریس لرزه‌ای شماره ۱۵۰، قبل و بعد از اعمال مرحله تصحیح فاز.



شکل ۱۳: نمایش دو ناحیه انتخاب شده از داده واقعی. (الف) نواحی انتخاب شده قبل از تصحیح فاز، (ب) نواحی انتخاب شده بعد از تصحیح فاز.



شکل ۱۴: نمایش دو ناحیه انتخاب شده از داده واقعی در نمایی بزرگ‌تر. اولین ناحیه تصحیح شده - (الف) قبل از تصحیح فاز، (ب) بعد از تصحیح فاز. دومین ناحیه تصحیح شده - (ج) قبل از تصحیح فاز، (د) بعد از تصحیح فاز. فلش‌ها روند پیوستگی و جابجایی تصحیح شده بازتابنده‌ها را قبل و بعد از اعمال مرحله تصحیح فاز نشان می‌دهند.

۴- نتیجه‌گیری

ناهمسانی‌های فازی موجود بین مقاطع لرزه‌ای و ردلرزه‌های مصنوعی حاصل از چاه‌ها همیشه خود را به صورت یک ناپیوستگی نشان می‌دهند. متأسفانه، این مشکل علی‌رغم تلاش‌های بسیار زیادی که برای کنترل فاز حین مراحل برداشت و پردازش لرزه‌ای انجام می‌شود، مکرراً اتفاق می‌افتد؛ بنابراین، یکی از تصحیحات مناسب در طی مراحل پردازش لرزه‌ای بعد از برانبارش، تصحیح فاز باقی مانده است.

در این مقاله، از روشی جدید برای تخمین فاز ناپایا در داده‌های لرزه‌ای استفاده شد و مسئله بیشینه‌سازی کشیدگی به صورت یک

تابع منظم‌ساز جدید مطرح گردید. روش پیشنهادی به دلیل حجم محاسبات و تعداد پارامترهای آزاد کمتر نسبت به روش مشابه منظم‌سازی، عملکرد مؤثرتری داشت. در نهایت نیز فاز ناپایا در محل قرارگیری هر نمونه زمانی از ردلرزه تخمین زده شد؛ که طی چرخش سیگنال با این فازها، تقریبی از سیگنال با فاز صفر در محل هر نمونه زمانی ممکن گردید.

سیگنال با فاز صفر را می‌توان برای تفسیر مقاطع لرزه‌ای با تفکیک‌پذیری بالا، تشخیص صحیح‌تر محل تغییر امپدانس لایه‌های لرزه‌ای و یا به عنوان یک ابزار تفسیری مناسب برای شناسایی دقیق مناطق با تغییرات محلی زمین‌شناسی، در تحلیل‌های تفسیری مورد استفاده قرار داد.

- Schoenberger, M., 1974, Resolution comparison of minimum-phase and zero-phase signals, *Geophysics*, 39, 826-833.
- Trantham, E.C., 1994, Controlled-phase acquisition and processing, 64th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, pp. 890-894.
- Tygel, M. and Bleistein, N., 2000, An introduction to this special section: wavelet estimation. *The Leading Edge* 19 (1), 37.
- Van der Baan, M. and Fomel, S., 2009, Nonstationary phase estimation using regularized local kurtosis maximization, *Geophysics*, 74, A75-A80.
- Van der Baan, M. and Pham, D., 2008, Robust wavelet estimation and blind deconvolution of noisy surface seismics, *Geophysics*, 73, V37-V46.
- Van der Baan, M., Fomel, S. and Perz, M., 2010 a, Nonstationary phase estimation: A tool for seismic interpretation?, *The Leading Edge*, 29, 1020-1026.
- Van der Baan, M., Perz, M. and Fomel, S., 2010 b, Nonstationary phase estimation for analysis of wavelet character, 72nd Annual International Conference and Exhibition, EAGE, Extended Abstracts, D020.
- Van der Baan, M., 2008, Time-varying wavelet estimation and deconvolution by kurtosis maximization, *Geophysics*, 73, V11-V18.
- Wang, Z., Zhang, B. and Gao, J., 2014. The residual phase estimation of a seismic wavelet using a Rényi divergence-based criterion, *Journal of Applied Geophysics*, 106, 96-105.
- White, R.E., 1988, Maximum kurtosis phase correction, *Geophys. J. Int*, 95, 371-389.
- Wiggins, R., 1978, Minimum entropy deconvolution, *Geoprospection*, 16, 21-35.
- Yu, Y.C., Wang, S.X., Yuan, S.Y. and Qi, P.F., 2012, Phase spectrum estimation of the seismic wavelet based on a criterion function., *Pet. Sci.*, 9, 170-181.
- Arons, A.B. and Yennie, D.R., 1950, Phase distortion of acoustic pulses obliquely reflected from a medium of higher sound velocity, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 22 (2), 231-237.
- Berkhout, A.J., 1977, Least-squares inverse filtering and wavelet deconvolution, *Geophysics*, 42, 1369-1383.
- Brown, A.R., 1999, Interpretation of three-dimensional seismic data: AAPG and SEG.
- Donoho, D., 1981, On minimum entropy deconvolution. in D. F. Findley, ed., *Applied time series analysis II: Academic Press*, pp. 565-608.
- Edgar, J. and van der Baan, M., 2011, How reliable is statistical wavelet estimation?, *Geophysics*, 76, V59-V68.
- Fomel, S. and van der Baan, M., 2010, Local similarity with the envelope as a seismic phase detector, 80th Annual International Meeting, SEG, pp. 1555-1559.
- Fomel, S. and van der Baan, M., 2014, Local skewness attribute as a seismic phase detector, *Interpretation*, 2 (1), SA49-SA56.
- Fomel, S., 2007 a, Local seismic attributes, *Geophysics*, 72 (3), A29-A33.
- Fomel, S., 2007 b, Shaping regularization in geophysical-estimation problems, *Geophysics*, 72 (2), R29-R36.
- Fomel, S., Landa, E. and Taner, M.T., 2007, Post-stack velocity analysis by separation and imaging of seismic diffractions, *Geophysics*, 72 (6), U89-U94.
- Levy, S. and Oldenburg, D.W., 1987, Automatic phase correction of common-midpoint stacked data, *Geophysics*, 52, 51-59.
- Liu, G., Fomel, S., Jin, L. and Chen, X., 2009, Stacking seismic data using local correlation, *Geophysics*, 74 (3), V43-V48.
- Longbottom, J., Walden, A.T. and White, R.E., 1988, Principles and application of maximum kurtosis phase estimation, *Geophys. Prospect*, 36, 115-138.

۶- پیوست

همان‌گونه که در متن مقاله نیز اشاره شد، اثبات روابط به شرح زیر است. برای اثبات رابطه (۴) داریم:

$$\frac{\partial}{\partial b} \left(\sum_i \left(\frac{1}{x_i} - x_i b \right)^2 \right) = -2 \sum_i x_i \left(\frac{1}{x_i} - x_i b \right) \quad (3-پ)$$

$$= -2N + 2b \sum_i x_i^2$$

که با مساوی صفر قرار دادن رابطه فوق به ثابت p در رابطه (۱۲) می‌رسیم. همچنین با مشتق‌گیری از رابطه (۱۳) نسبت به ثابت q داریم:

$$\frac{\partial}{\partial d} \left(\sum_i (x_i^3 - x_i d)^2 \right) = -2 \sum_i x_i (x_i^3 - x_i d) \quad (4-پ)$$

$$= -2 \sum_i x_i^4 + 2d \sum_i x_i^2$$

و با مساوی صفر قرار دادن آن برای ثابت q به نتیجه ارائه شده در رابطه (۱۳) می‌رسیم.

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(\sum_i (x_i^2 - p)^2 \right) = -2 \sum_i (x_i^2 - p) \quad (1-پ)$$

$$= 2Np + 2 \sum_i x_i^2$$

که با مساوی صفر قرار دادن رابطه فوق به ثابت p در رابطه (۴) می‌رسیم. همچنین با مشتق‌گیری از رابطه (۵) نسبت به ثابت q داریم:

$$\frac{\partial}{\partial q} \left(\sum_i (1 - qx_i^2)^2 \right) = 2 \sum_i x_i^2 (1 - qx_i^2) \quad (2-پ)$$

$$= 2 \sum_i x_i^2 - 2q \sum_i x_i^4$$

و با مساوی صفر قرار دادن آن برای ثابت q به نتیجه ارائه شده در رابطه (۵) می‌رسیم. برای اثبات رابطه (۱۲) داریم:

where, λ is the regularization parameter.

Finally, the local kurtosis maximization $k_{\lambda, C}$ is given by $k_{\lambda, C} = b_i d_i^{-1/3}$.

Results and Conclusions

We proposed a novel approach that can reveal the optimum non-stationary phase of a wavelet by casting the problem into the framework of local kurtosis maximization. By applying the proposed algorithm on synthetic and real data examples, more stable behavior of the new approach was observed in comparison with similar methods. The developed technique can be used as an interpretational tool to detect the correct location and exact acoustic impedance of seismic layers in the high-resolution seismic sections.
