



وارون سازی سه بعدی داده های گرانی سایت معدنی منگنز صفو با استفاده از برنامه ریزی خطی و الگوریتم سیمپلکس

رضوان سلطان آبادی^{۱*} و وحید ابراهیم زاده اردستانی^۲

۱- کارشناسی ارشد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

۲- استاد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران / قطب علمی مهندسی نقشه برداری و مقابله با سوانح طبیعی، تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۷/۱۸؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۲۴

* نویسنده مسئول مکاتبات: rezvan.soltanabadi@gmail.com

چکیده

در این مقاله از روش برنامه ریزی خطی برای وارون سازی سه بعدی داده های گرانی به منظور تعیین شکل توده زیرسطحی و به دست آوردن چگالی آن استفاده شده است. سطح زیرین ناحیه برداشت داده های گرانی به تعداد زیادی مکعب با ابعاد و موقعیت معلوم تقسیم شده است. هدف تخمین تباین چگالی مجهول هر یک از این مکعبها است، در حالی که چگالی پیشینه ای برای منطقه مورد بررسی در نظر گرفته شده است. به عبارتی وارون سازی ساختمانی ضمنی با به کارگیری روش برنامه ریزی خطی برای ترسیم نقشه های زیرسطحی که مرزهایی تیز با محیط اطراف دارند، صورت گرفته است. تابع هدف استفاده شده، نرم یک اختلاف بین داده های مشاهده شده و داده های حاصل از مدل است که هدف کمینه سازی این تابع با توجه به قیودی خطی شامل تساوی و عدم تساوی ها است. قیود در اینجا شامل قید روی چگالی پیشینه و داشتن عمق کمینه به عنوان اطلاعات اولیه است. به طور معمول دسترسی به قیود مذکور از اطلاعات زمین شناسی و یا دیگر روش های ژئوفیزیکی همچون اویلر، به راحتی امکان پذیر است. هرچه این قیود به واقعیت نزدیک تر باشند نتایج وارون سازی به شکل واقعی توده نزدیک تر خواهند بود. با انجام این بهینه سازی مقید می توان به تخمینی از پارامترهای مدل (چگالی های مکعب های زیرسطحی) رسید. برنامه کامپیوتری به زبان متلب نوشته شده است و روی دو مدل مکعب مستطیلی به عنوان مدل مصنوعی آزمایش شده است. نتایج از جهت چگالی و موقعیت مطابقت خوبی با مدل مکعب مستطیلی دارد. در پایان داده های گرانی برداشت شده روی معدن منگنز صفو واقع در شمال غرب ایران با استفاده از برنامه وارون سازی مذکور مدل سازی شده اند. نتایج وارون سازی توزیع ماده معدنی با گسترش عمقی ۵ تا حدود ۳۵ متری را نشان می دهد؛ که با نتایج حاصل از حفاری انطباق دارد.

واژگان کلیدی

گرانی سنجی
وارون سازی سه بعدی
برنامه ریزی خطی
روش تخمین عمق اویلر
بهینه سازی مقید
وارون سازی ساختمانی
الگوریتم سیمپلکس
معدن منگنز صفو

۱- مقدمه

در موقعیت های اکتشافی ژئوفیزیکی همچون اکتشاف کنسارهایی که تباین چگالی زیادی با زمینه ی خود دارند نیاز به تصاویر زیرسطحی است که دارای مرزهای مشخص با محیط اطراف هستند. بدین منظور می توان از وارون سازی ساختمانی داده های گرانی استفاده کرد. استفاده از یک گسسته سازی مناسب بخش مهمی از استراتژی وارون است. زیر سطح به وسیله ی مکعب هایی با چگالی ثابت اما نامعلوم و موقعیت مشخص پارامتر بندی می شود. هدف تخمین پارامترهای مدل یعنی چگالی مکعب هاست.

در مسائل وارون با مسائلی از قبیل عدم یکتایی و عدم پایداری جواب ها روبرو هستیم. عدم یکتایی به علت ماهیت تئوری میدان پتانسیل و نوع تقسیم بندی سطح زیرین اتفاق می افتد. در حالت اول عدم یکتایی ناشی از این قضیه است که چشمه های معادل بسیاری در زیر سطح می توانند داده ای مشابه در سطح را باعث شوند و حالت دوم حاصل چگونگی تقسیم بندی سطح زیرین است؛ یعنی تعداد پارامترهای مدل (M) بسیار بیشتر از تعداد داده ها در سطح (N) است؛ که ما را با مسئله ای فرومعین (Underdetermined) مواجه می سازد. پس از نظر جبری بی نهایت جواب برای مسئله وجود خواهد داشت. عدم پایداری ناشی از بد شرط بودن (Ill-condition) ماتریس کرنل و وجود نوفه در داده های گرانی است.

پس برای رفع این مسائل و محدود کردن فضای پاسخ به جواب هایی که هم به نوفه حساسیت کمی داشته باشد هم از نظر زمین شناسی مورد قبول باشد، قید هایی به مسئله اضافه شده است.

وارون سازی ساختمانی صریح توسط جاپ و وزوف (۱۹۷۵) و دیتمر (۲۰۰۲) به کار گرفته شد. همچنین چندین نویسنده از قبیل لاست و کوپیک (۱۹۸۳)، گوپیلن و منیچتی (۱۹۸۴)، آکار و وگل (۱۹۹۴)، لی و اولدنبرگ (۱۹۹۸)، ژادائف و هورسن (۲۰۰۰)، پورتیئاگووین و ژادائف (۲۰۰۲) و فارکوهارسن و اولدنبرگ (۲۰۰۳) برای رسیدن به مدل های ناهموار از انواع مختلف داده های ژئوفیزیکی استفاده کرده اند. مثالی از وارون سازی ساختمانی ضمنی کار پورتیئاگووین و ژادائف (۱۹۹۹) و برت آگوییر و همکاران (۲۰۰۲) است. اکثر روش های بالا از نرم دو استفاده می کنند؛ اما روش هایی که نرم یک را به کار گرفته اند نیز بررسی شده است. اولدنبرگ و الیس (۱۹۹۱) طرحی برای وارون سازی ساختمانی ضمنی با به کارگیری برنامه نویسی خطی ارائه دادند. برنامه نویسی خطی یک روش ریاضی است؛ که برای بهینه سازی تابع هدف خطی استفاده می شود؛ در حالی که باید قیود خطی روی متغیرها را برآورده سازد. آن ها از برنامه نویسی خطی برای بهینه سازی نرم یک عدم انطباق داده های مگنتوتلوریک یک بعدی استفاده کردند.

در اینجا از روش برنامه ریزی خطی یا LP برای وارون سازی ساختمانی ضمنی داده های گرانی استفاده شده است. بدین جهت باید یک تابع هدف خطی تعریف و قیود مشخصی اعمال شود.

در ادامه ابتدا تئوری روش شرح داده می شود و سپس نتایج وارون سازی داده های حاصل از مدل مصنوعی نشان داده می شود. در انتها نیز به مدل سازی داده های گرانی برداشت شده در ناحیه معدن منگنز صفو پرداخته خواهد شد.

۲- تئوری روش

۲-۱- فرمول بندی مسئله وارون

اولین گام برای فرمول بندی مسئله ی وارون توصیف داده هاست؛ که معمولاً به صورت بردار d نمایش داده می شود. تعداد مؤلفه های بردار d برابر تعداد اندازه گیری های از یک کمیت قابل مشاهده است و با N نمایش داده می شود. به طور مشابه پارامترهای مدل که مقادیر عددی توصیف کننده ی یک مدل خاص است نیز می تواند به صورت بردار m با طول M نمایش داده شوند (منکه، ۱۹۸۹):

$$d = [d_1, d_2, d_3, \dots, d_N]^T \quad \text{داده ها} \quad (1)$$

$$m = [m_1, m_2, m_3, \dots, m_M]^T \quad \text{پارامترهای مدل} \quad (2)$$

رابطه ی بین داده ها و پارامترهای مدل را مدل می نامند. اغلب، مدل به شکل یک یا چند فرمول است که انتظار می رود داده ها و پارامترهای مدل از این فرمول تبعیت کنند:

$$d = G * m \quad (3)$$

که در آن d بردار داده، m پارامتر و G ماتریس کرنل است. زیر سطح با منشور هایی پارامتر بندی می شود که تباین چگالی آن ها مجهول و مورد جستجو است. هر (۱۹۵۳) فرمولی به صورت زیر، برای نیروی گرانشی منشور زیرسطحی b_j با چگالی ρ_j در هر ایستگاه اندازه گیری (x_0, y_0, z_0) ارائه داد:

$$G_{ij}(x_0, y_0, z_0) = -\rho_j G \sum_{l=1}^2 \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ilk} \left[\frac{x_i \ln(y_l + r_{ilk})}{y_l \ln(x_i + r_{ilk}) - z_k \arctan\left(\frac{x_i y_l}{z_k r_{ilk}}\right)} \right] \quad (4)$$

که در آن G ثابت جهانی گرانش است و r_{ilk} به شکل زیر تعریف می شود:

$$r_{ilk} = \sqrt{x_i^2 + y_l^2 + z_k^2} \quad (5)$$

همچنین:

$$x_i = x_0 - \xi_i \quad (6)$$

$$y_l = y_0 - \eta_l \quad (7)$$

می‌شود.

موضوع برنامه‌ریزی خطی، به شکل زیر برای N متغیر مستقل x_1 تا x_N بیان می‌شود (پرس، ۱۹۹۲).

$$\max(\min) \rightarrow z = a_{01}x_1 + a_{02}x_2 + \dots + a_{0N}x_N \quad (15)$$

که در آن z همان تابع هدف است؛ که باید با توجه به قیدهای زیر بهینه‌سازی شود:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_N \geq 0 \quad (16)$$

و M قید اضافی به صورت $M = m_1 + m_2 + m_3$ است؛ که

m_1 تای آن به شکل زیر:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{iN}x_N \leq b_i \quad (17)$$

$$(b_i \geq 0) \& (i = 1, 2, \dots, m_1)$$

و m_2 تای آن‌ها به شکل زیر:

$$a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \dots + a_{jN}x_N \geq b_j \quad (18)$$

$$(b_j \geq 0) \& (j = m_1 + 1, m_1 + 2, \dots, m_1 + m_2)$$

و m_3 تای آن‌ها به شکل زیر:

$$a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kN}x_N = b_k \quad (19)$$

$$(b_k \geq 0) \& (k = m_1 + m_2 + 1, m_1 + m_2 + 2, \dots, m_1 + m_2 + m_3)$$

ضرایب معلوم a_{ij} که ضرایب فنی (Technological coefficients) نامیده می‌شوند؛ هم می‌توانند علامت داشته باشند و هم می‌توانند صفر باشند. این ضرایب ماتریس A را تشکیل می‌دهند:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1} & a_{M2} & \dots & a_{MN} \end{bmatrix} \quad (20)$$

توجه شود که همه‌ی مؤلفه‌های بردار ستونی b که بردار سمت راست نامیده می‌شود؛ اعداد نامنفی هستند و حداقل مقدار مورد نیاز برای برقراری تساوی را نشان می‌دهد. همچنین هیچ ارتباط مشخصی بین M (تعداد قیود) و N (تعداد مجهولات) اعم از کوچک‌تری، بزرگ‌تری و یا برابری وجود ندارد.

مجموعه x هایی که تمام قیود را برآورده می‌سازند، نقطه یا بردار شدنی (feasible vector) و مجموعه‌ی این نقاط، فضای شدنی نامیده می‌شود. به طور کلی وقتی مجموعه‌ای از عدم تساوی‌ها موجود باشد؛ این مجموعه یا پاسخی نخواهد داشت، یا تنها یک پاسخ دارد و یا دارای بیشتر از یک پاسخ (مجموعه‌ای از پاسخ‌ها) است. به عنوان مثال اگر دو قید به صورت $x \geq 3, x \leq 0$ داشته باشیم، برای x پاسخی وجود نخواهد داشت. معمولاً تعدادی ترکیب از متغیرها وجود دارد که تمام قیود را برآورده سازد. به مجموعه‌ی این ترکیبات،

$$z_k = z_0 - \zeta_k \quad (8)$$

که ζ_k ، η و ζ_k هشت‌گوشه‌ی منشور b_j است. اگر با توجه به معادله‌ی (۴) سهم z آمین منشور چگالی واحد در i آمین ایستگاه G_{ij} در نظر گرفته شود، نیروی گرانی کل d_i خواهد بود:

$$d_i = \sum_{j=1}^M G_{ij} m_j \quad (9)$$

که m_j ها چگالی منشورهاست. اگر معادله‌ی بالا به صورت ماتریسی نوشته شود، معادله‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$Gm = d \quad (10)$$

بردار ستونی m به طول M شامل چگالی منشورهاست. داده‌ها در بردار ستونی d به طول N واقع شده‌اند. باقیمانده (اختلاف داده‌ی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای) برای داده‌ی i ام به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$r_i = G_{ij} m_j - d_i \quad (11)$$

که این مقدار باقیمانده باید از یک خطای مشخصی کمتر باشد:

$$r_i \leq \varepsilon_i \quad (12)$$

پس با استفاده از فرم ماتریسی معادله‌ی (۱۰) و قرار دادن در معادله‌ی (۱۱) می‌رسیم به:

$$Gm \leq d + \varepsilon \quad (13)$$

که در آن بردار ε دارای مؤلفه‌های مثبتی است که نیاز است به درستی انتخاب شوند. به عنوان مثال می‌توان این مؤلفه‌ها را بر اساس مشخصه‌های نوفه انتخاب کرد. هر دو طرف معادله بردارهای ستونی هم‌اندازه هستند. عدم تساوی موجود در این رابطه برای تک تک سطرها صادق است.

به طور مشابه می‌توان معادلات قیدی به نام «بزرگ‌تر-از» به صورت زیر داشت:

$$Gm \geq d - \varepsilon, m \geq 0 \quad (14)$$

۲-۲- حل به روش برنامه‌ریزی خطی

برنامه‌ریزی خطی که هم‌چنین بهینه‌سازی خطی (Linear optimization) نامیده می‌شود، روشی برای بهینه‌سازی مقید است. این روش برای حصول بهترین نتیجه (مانند بهترین برآزش یا کمترین اختلاف) در یک مدل ریاضی استفاده می‌شود؛ که در آن روابط به صورت خطی هستند و یک نوع خاص از بهینه‌سازی ریاضی است. یا می‌توان گفت LP روشی است که برای بهینه‌سازی یک تابع هدف خطی که شامل مجموعه‌ای از عدم تساوی‌های خطی (که در اینجا همان قیود هستند) و معادلات خطی از متغیرهاست؛ استفاده

$$x + 2y \leq 30 \quad (22)$$

$$5x + y \leq 60 \quad (23)$$

$$x, y \geq 0 \quad (24)$$

ابتدا معادله ی (۲۱) و نامساوی های (۲۲) و (۲۳) با اضافه کردن متغیرهای اضافی (slack variables) u و v به شکل معادلات آتی در می آیند:

$$f - 3x - 2y = 0 \quad (25)$$

$$x + 2y + u = 30 \quad (26)$$

$$5x + y + v = 60 \quad (27)$$

ضرایب و جوابها در ماتریسی به شکل زیر قرار می گیرند که در اصلاح به آن جدول سیمپلکس (simplex tableau) گفته می شود (معادله ی مربوط به تابع هدف در سطر آخر و متغیر اضافی مربوط به آن در ستون یکی مانده به آخر، قبل از ستون جوابها جای می گیرد)؛ سپس بزرگترین عدد منفی موجود در سطر آخر را یافته و ستون مربوط به آن را ستون پیوت (pivot) می نامند. همچنین بزرگترین عدد موجود در این ستون، نقطه ی پیوت نامیده می شود.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 30 \\ 5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 60 \\ \boxed{-3} & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

تمام اعداد ستون آخر، سطر به سطر به اعداد ستون پیوت و متناظر همان سطر تقسیم می شوند:

$$\begin{aligned} \text{row } 1 &\rightarrow 30/1 = 30 \\ \text{row } 2 &\rightarrow 60/5 = 12 \end{aligned} \quad (29)$$

کوچکترین عدد حاصله راهنمای ادامه مراحل خواهد بود. در اینجا حاصل تقسیم در سطر دوم کوچکتر است؛ پس تغییرات از سطر دوم شروع به اعمال شدن می شود. نقطه ی پیوت به عدد ۱ باید تبدیل شود؛ بدین جهت تمام اعداد سطر دوم به نقطه ی پیوت یعنی ۵ تقسیم می شوند:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 30 \\ 1 & 1/5 & 0 & 1/5 & 0 & 12 \\ -3 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

نقاط بالا و پایین نقطه ی پیوت به صفر تبدیل می شوند. برای این مقصود سطر اول را منهای سطر دوم و سطر سوم را به سه برابر سطر دوم اضافه می کنند:

مجموعه ی ممکن یا محتمل (feasible set) گویند. محل اکستریم (کمینه یا بیشینه) تابع هدف خطی به طور معمول روی گوشه ی مجموعه ی ممکن است. بردار محتملی که تابع هدف را بیشینه یا کمینه می کند، بردار محتمل بهینه (Optimal feasible vector) نامیده می شود.

دو مزیت عمده ی استفاده از روش LP برای وارون سازی ساختمانی داده های گرانی اولاً امکان ورود اطلاعات اولیه در مورد پارامترهای مدل، به صورت مستقیم، ثانیاً ارائه ی تصویرهای زیرسطحی با مرزهای مشخص است. در اینجا عمق کمینه توده با استفاده روش اوپلر به دست آمده و به عنوان اطلاعات اولیه وارد مسئله شده است.

یک مسئله ی LP می تواند با یک الگوریتم ریاضی به نام روش سیمپلکس (simplex method) که در ادامه توضیح داده می شود، حل شود (پرس، ۱۹۹۲). مبنای الگوریتم سیمپلکس بر این است که اگر یک جواب پایه آغازین شدنی برای مسئله وجود داشته باشد، می توان بر اساس آن به جواب بهینه نهایی دست یافت. در ابتدا باید عدم تساوی ها را با افزودن متغیرهای اضافی (slack variables) به شکل تساوی در آورده، سپس حل با بهبود جواب شدنی آغازین تا حصول جواب بهینه ادامه داده می شود.

۲-۳- الگوریتم سیمپلکس

اولین بار روش سیمپلکس را دانتریک با هدف حل مسائل برنامه ریزی خطی در سال ۱۹۴۷ ابداع کرد. روش سیمپلکس بر این مبنا قرار گرفته است که مقدار بهینه یک تابع هدف خطی، در صورت کراندار بودن، همیشه از یک مجموعه پاسخ ممکن پایه به دست می آید و برای حل برنامه های خطی که متغیرهای نامنفی دارند، طراحی شده است.

این الگوریتم با یک جواب شدنی پایه شروع می شود و به طرف یک جواب شدنی پایه بهبودیافته، حرکت می کند تا اینکه به نقطه ی بهینه برسد یا نامتناهی بودن تابع هدف نتیجه شود. می توان با فرض معلوم بودن جواب شدنی پایه آغازین، روش سیمپلکس را شروع کرد. در اکثر موارد چنین جوابی در واقع معلوم نیست و برای شروع روش سیمپلکس باید تغییراتی روی مسئله انجام داد. این تغییرات برای رسیدن به جواب شدنی پایه آغازین شامل اضافه کردن متغیرهای مصنوعی به مجموعه محدودیت هایی است که تا حدودی آن ها را تغییر داده ایم. روش سیمپلکس جهت حذف متغیرهای مصنوعی و حل مسئله ی اصلی مورد استفاده قرار می گیرد. در ادامه برای درک بیشتر این مطلب مثالی عددی از حل یک مسئله ی بهینه سازی با الگوریتم سیمپلکس آورده خواهد شد. فرض می شود که هدف یافتن بیشینه ی معادله ی (۲۱) با توجه به مجموعه قیود (۲۲) تا (۲۴) است.

$$f = 3x + 2y \quad (21)$$

به عنوان اطلاعات اولیه مفروض در نظر گرفته می‌شود. یکی از قیدها عبارت است از:

$$0 \leq m \leq \rho_{\max} \quad (37)$$

که $\rho_{\max}$ با توجه به اطلاعات اولیه معلوم فرض می‌شود. در اینجا همه‌ی مؤلفه‌های $\rho_{\max}$ یکسان هستند؛ یعنی می‌توان نوشت:

$$0 \leq m_j \leq \rho_{\max} \quad (38)$$

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد؛ معمولاً برای حل یک مسئله‌ی LP چند متغیر جدید و قیود اضافی معرفی می‌شود. برای این کار دو بردار ستونی z و y هرکدام به طول N به عنوان متغیرهای اضافی ساختگی معرفی می‌شوند. سپس مسئله کمینه کردن تابع هدف جدید به شکل زیر خواهد بود (ون زون، ۲۰۰۶):

$$\phi = \sum_{i=1}^N (y_i + z_i) \quad (39)$$

همراه با مجموعه قیودی که به شکل آتی هستند:

$$\begin{aligned} y &\geq Gm - d \\ z &\geq d - Gm \\ y, z &\geq 0 \\ 0 &\leq m \leq \rho_{\max} \end{aligned} \quad (40)$$

تمام قیود به صورت زیر بازنویسی شده‌اند:

$$\begin{aligned} -y_i + G_{ij} m_j &\leq d_i \\ z_i + G_{ij} m_j &\leq -d_i \\ -y_i, -z_i &\leq 0 \\ 0 &\leq m_j \leq \rho_{\max} \end{aligned} \quad (41)$$

در اینجا برای حل مسئله LP با استفاده از روش سیمپلکس از نرم‌افزار متلب استفاده شده است.

۳- به کارگیری روش روی مدل مصنوعی

مدل اول

برای آزمون روش برنامه‌ریزی خطی یک مدل مکعب مستطیلی با ابعاد $20 \times 20 \times 80$ متر و با تباین چگالی ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب به کار گرفته شده است. ابعاد منطقه $30 \times 100 \times 100$ متر و این مکعب در موقعیت $20 \leq x \leq 80$ ، $40 \leq y \leq 60$ و $10 \leq z \leq 20$ واقع است. ابعاد منشور مورد استفاده برای پارامتربندی سطح زیرین است. ابعاد منشور $5 \times 5 \times 2/5$ متر است؛ بنابراین تعداد منشورها (پارامترها) ۴۸۰۰ و تعداد نقاط مشاهده‌ای ۴۰۰ است. بازه مقادیر گرانی از ۰/۰۲ تا ۰/۱۲ میلی‌گال است. نوفه‌های گوسی ۲ درصد و ۵ درصد به داده‌ها افزوده شده است (شکل ۱).

همچنین از عمق کمینه توده که در اینجا ۱۰ متر است؛ در

$$\begin{bmatrix} 0 & 9/5 & 1 & -1/5 & 0 & 18 \\ 1 & 1/5 & 0 & 1/5 & 0 & 12 \\ 0 & -7/5 & 0 & 3/5 & 1 & 36 \end{bmatrix} \quad (31)$$

در این مرحله سطر آخر چک می‌شود. اگر عدد منفی در آن موجود نبود، تغییر دیگری نیاز نیست و با توجه به جدول حاصله معادلات جدید را تشکیل داده و مسئله را حل می‌نمایند؛ اما اگر عدد منفی وجود داشت؛ مراحل گفته شده مجدداً باید تکرار شوند. در ادامه بزرگ‌ترین عدد منفی در سطر آخر که $-7/5$ را یافته و ستون مربوطه ستون پیوت خواهد بود و بزرگ‌ترین عدد موجود در آن یعنی $9/5$ نقطه‌ی پیوت جدید خواهد بود و همین‌طور الی آخر. تا در نهایت ماتریس آتی حاصل خواهد شد؛ که دیگر در ردیف آخر آن عدد منفی مشاهده نمی‌شود:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 5/9 & -1/9 & 0 & 10 \\ 1 & 0 & -1/9 & 8/45 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 7/9 & 20/45 & 1 & 50 \end{bmatrix} \quad (32)$$

حال معادلات جدید را تشکیل داده و می‌توان با برابر صفر قرار دادن متغیرهای اضافی به بیشینه f که همان تابع هدف است و x و y مربوط به آن، رسید:

$$y + \frac{5}{9}u - \frac{1}{9}v = 10 \rightarrow y = 10 \quad (33)$$

$$x - \frac{1}{9}u - \frac{8}{45}v = 10 \rightarrow x = 10 \quad (34)$$

$$\frac{7}{9}u - \frac{20}{45}v + f = 50 \rightarrow f = 50 \quad (35)$$

۲-۴- فرمول‌بندی تابع هدف نرم برای روش LP

در این بخش مشابه اولدنبرگ و الیس (۱۹۹۱) مقدار مطلق عدم انطباق داده‌ها کمینه شده است؛ یعنی کمینه کردن نرم یک اختلاف بین داده‌های واقعی و پاسخ مدل‌سازی مستقیم. علاوه بر این بیشینه‌ای برای اختلاف چگالی بین زمینه و جسم ناهنجار در نظر گرفته شده است. با توجه به تمام موارد ذکر شده، حال می‌توان تابع هدف نرم یکی که باید کمینه شود را به صورت زیر تعریف کرد (ون زون، ۲۰۰۶):

$$\Phi = \sum_{i=1}^N |G_{ij} m_j - d_i| \quad (36)$$

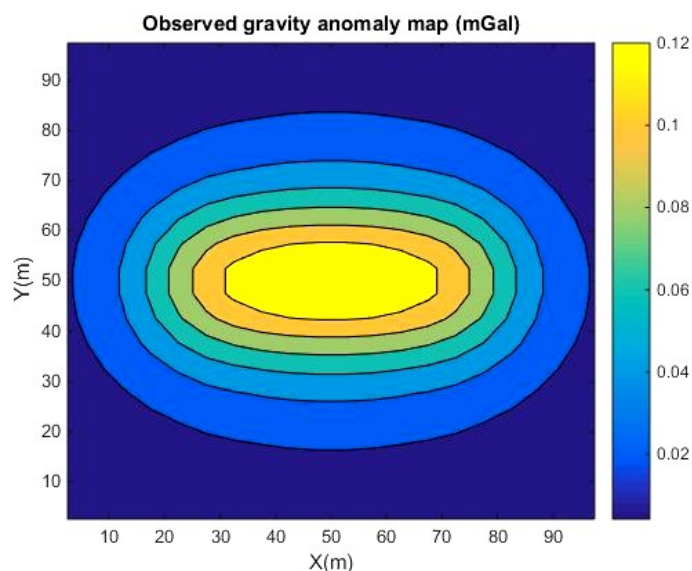
که G_{ij} ها ضرایب‌های عملگر LP هستند. مقصود کمینه کردن این تابع هدف است. مدل m دارای M مؤلفه‌ی مجهول یعنی تباین چگالی منشورهای همگن نسبت به زمینه است. چگالی زمینه

است. حدود ابعاد افقی و کشیدگی توده نیز به مدل منظور شده نزدیک است. همچنین محل افقی حاصل از وارون سازی توده نیز دقیقاً با توجه به محل ذکر شده برای مدل، در حدود $20 \leq x \leq 80$ و $40 \leq y \leq 60$ است؛ اما نکته ای که باید به آن توجه داشت این است که گسترش عمودی توده در حالت بدون نوفه تا بیش از $17/5$ متر ادامه نیافته است. برای حالت های نوفه ۲ درصد تا حدود ۱۷ تا ۱۸ متر ادامه دارد و در ۲۰ هاله ی بسیار ضعیفی از توده قابل رؤیت است. در مورد نوفه ۵ درصد تا حدود ۱۶ متر عمق توده امتداد یافته است؛ اما هاله های آن در حدود ۱۷ تا ۱۸ متر در حال محو شدن است.

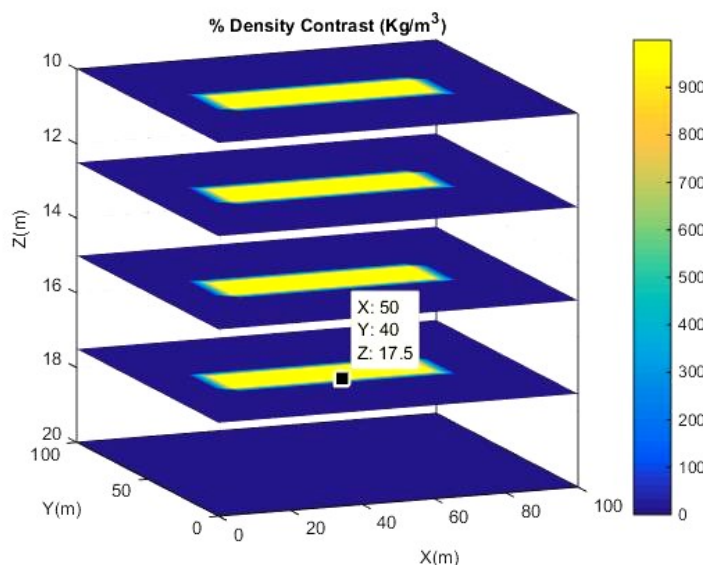
مراحل وارون سازی به عنوان اطلاعات اولیه استفاده شده است. نکته قابل توجه این است که هرچه این عمق کمینه ی تخمینی، دقیق تر وارد شود؛ نتایج وارون سازی به واقعیت نزدیک تر می شود (ون زون، ۲۰۰۶).

نتایج وارون سازی در شکل های ۲ و ۳ به ترتیب برای وضعیت های بدون نوفه در مقاطع عمودی و افقی آورده شده است. همچنین آنومالی مشاهده شده با وجود نوفه ۵ درصدی در شکل ۴ و نتایج وارون سازی مربوط به آن در همان مقاطع در شکل های ۵ و ۶ نشان داده شده است.

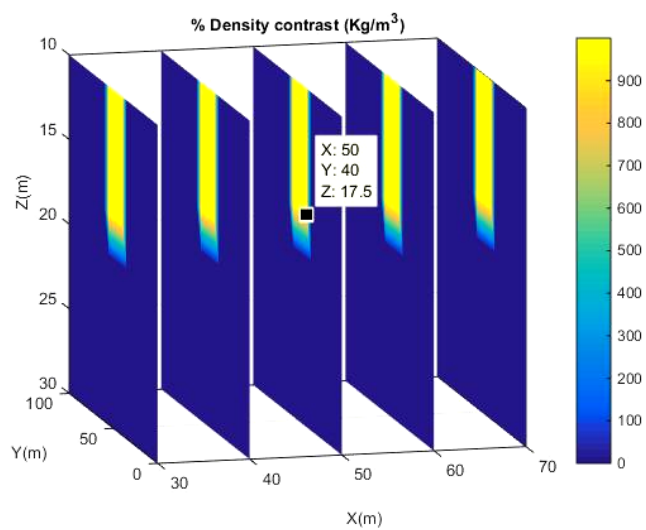
همان طور که مشاهده می شود، بیشینه ی چگالی مدل مورد نظر چه در حالت بدون نوفه چه با نوفه، همان ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است؛ که نشان می دهد چگالی به خوبی بازسازی شده



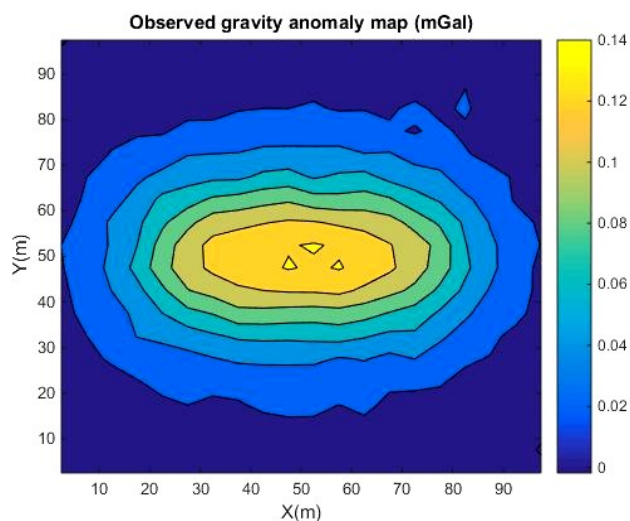
شکل ۱: نقشه آنومالی گرانی مدل مکعب مستطیل.



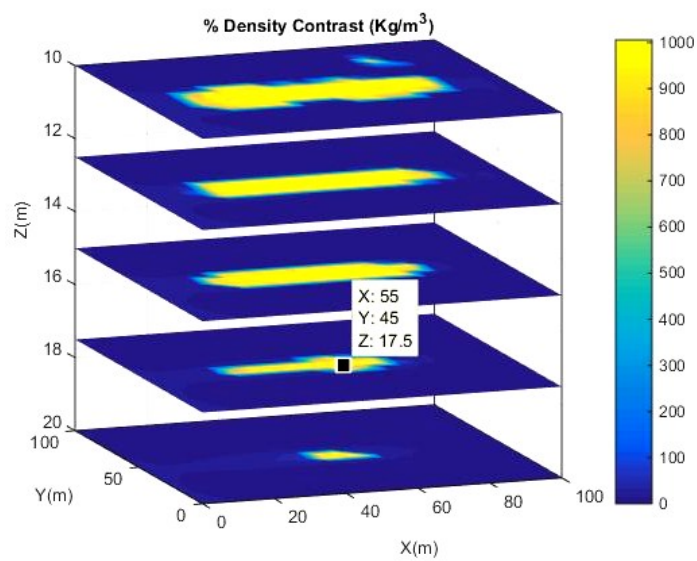
شکل ۲: نتایج وارون سازی مدل مکعب مستطیل به روش LP بدون حضور نوفه (برش z).



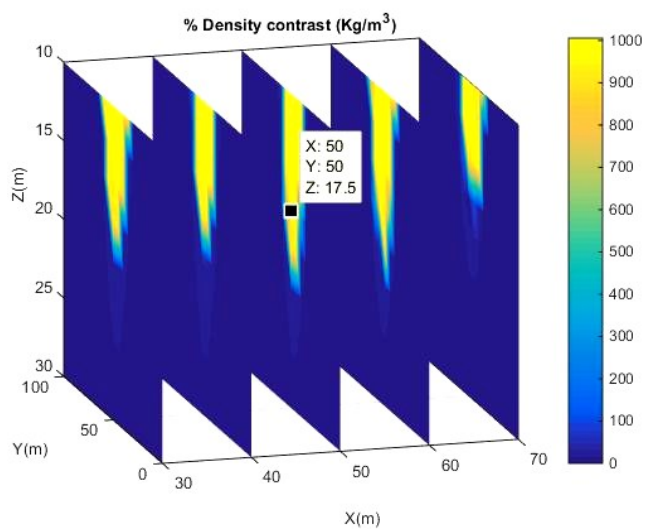
شکل ۳: نتایج وارون‌سازی مدل مکعب مستطیل به روش LP بدون حضور نوفه (برش x).



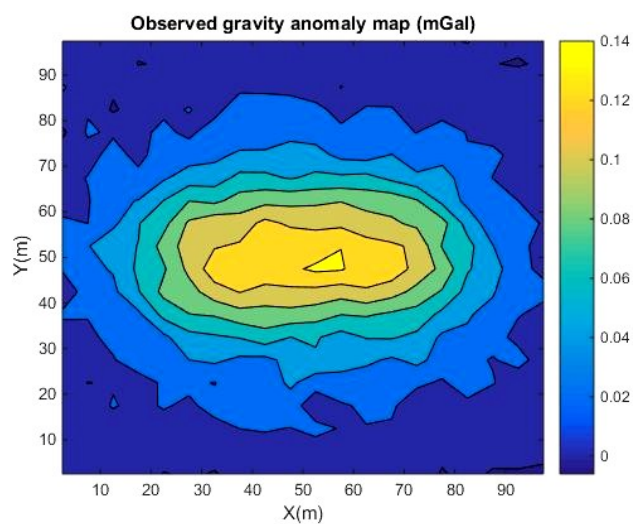
شکل ۴: آنومالی مشاهده شده حاصل از مکعب مستطیل در حضور نوفه ۲ درصد.



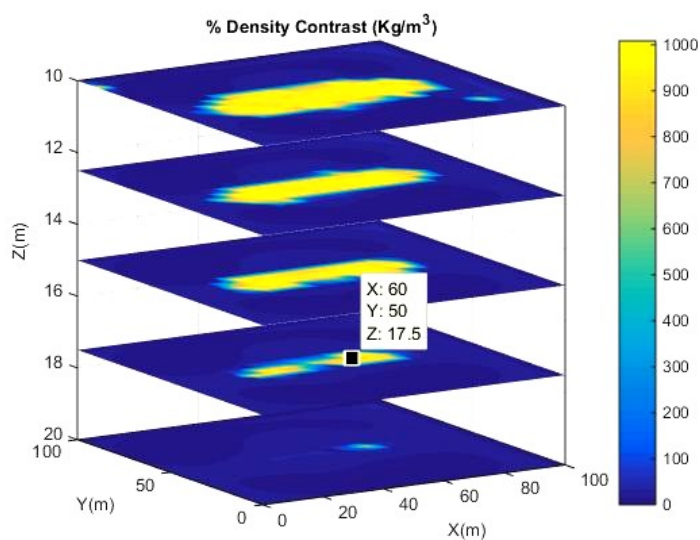
سلطان آبادی و ابراهیمزاده اردستانی، وارون سازی سه بعدی داده های گرانی سایت معدنی منگنز صفو با استفاده از برنامه ریزی خطی و الگوریتم ...، صفحات ۱۵۵-۱۳۷.
 شکل ۵: نتایج وارون سازی مدل مکعب مستطیل به روش LP در حضور نوفه ۲ درصد (برش z).



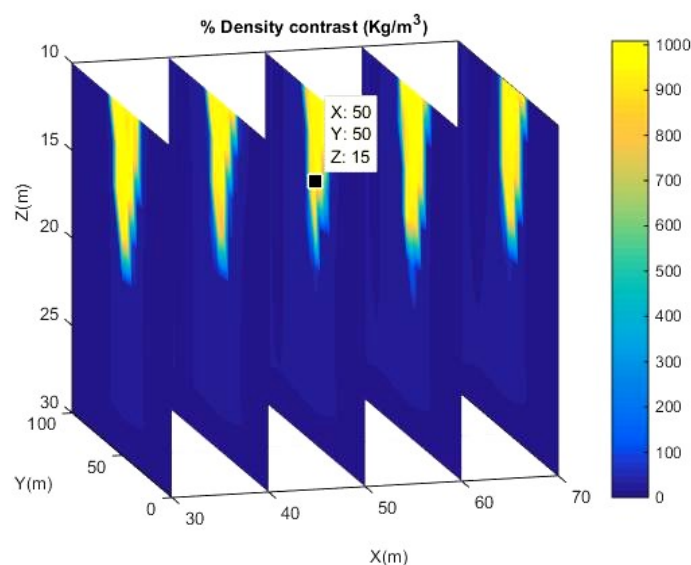
شکل ۶: نتایج وارون سازی مدل مکعب مستطیل به روش LP در حضور نوفه ۲ درصد (برش x).



شکل ۷: آنومالی مشاهده شده حاصل از مکعب مستطیل در حضور نوفه ۵ درصد.



شکل ۸: نتایج وارون‌سازی مدل مکعب مستطیل به روش LP در حضور نوفه ۵ درصد (برش z).



شکل ۹: نتایج وارون‌سازی مدل مکعب مستطیل به روش LP در حضور نوفه ۵ درصد (برش x).

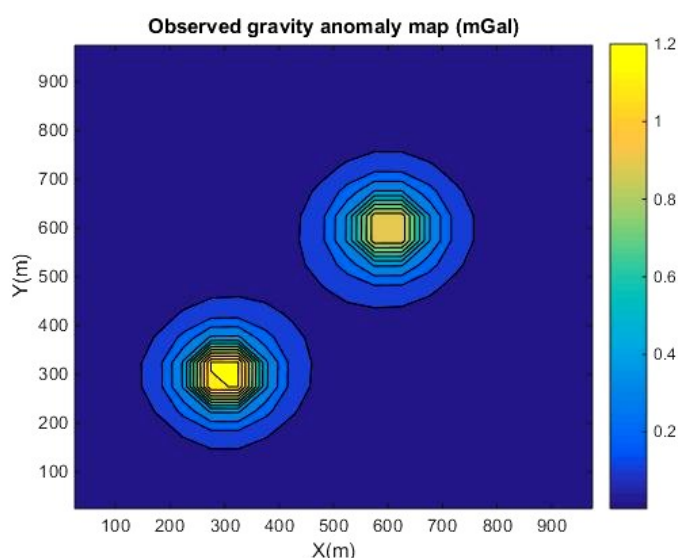
مدل دوم

همچنین روش بر روی مدل دیگری شامل دو مکعب بررسی شده است. برای این منظور دو مکعب در نظر گرفته می‌شود. ابعاد منطقه $200 \times 1000 \times 1000$ متر و فاصله نمونه‌برداری در دو جهت ۵۰ متر است؛ بنابراین یک شبکه مربعی در اختیار است. مکعب اول در موقعیت $250 \leq x, y \leq 350$ و $10 \leq z \leq 110$ و مکعب دوم در $550 \leq x, y \leq 650$ واقع است. تعداد منشورها (پارامترها) ۸۰۰۰ و تعداد نقاط مشاهده‌ای ۴۰۰ است. بازه مقادیر گرانی (شکل ۱۰) از ۰/۲ تا ۱/۲ میلی‌گال است.

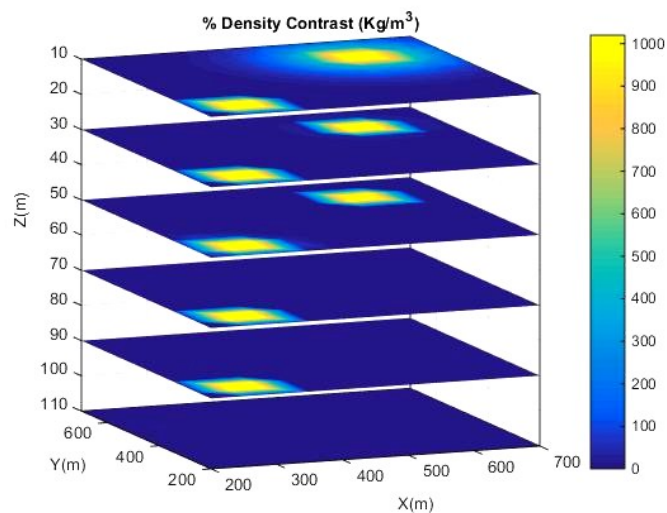
نتایج وارون‌سازی به روش LP بدون حضور نوفه در شکل‌های

۱۱ و ۱۲، در حضور نوفه ۲ درصد در شکل‌های ۱۳ تا ۱۵ و در حضور نوفه ۵ درصد در شکل‌های ۱۶ تا ۱۸ نمایش داده شده است.

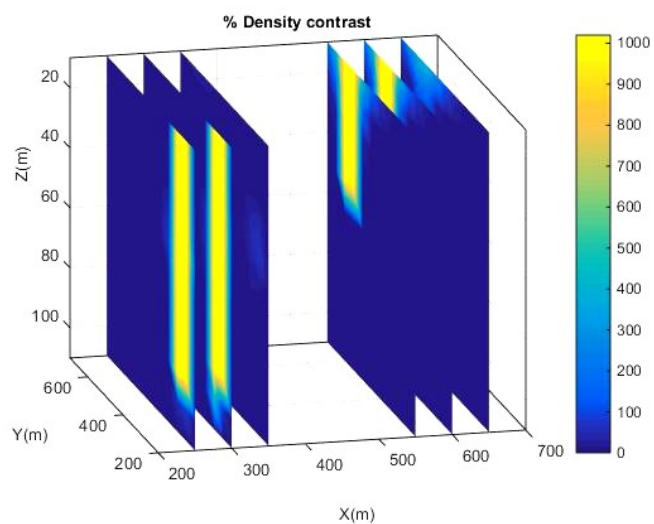
به طور کلی بسیاری از روش‌های وارون‌سازی در بازسازی قسمت‌های عمیق توده و عمق ماکزیمم به دلیل افزایش خطا دچار اشکالاتی می‌شوند و این روش نیز از این قاعده مستثنا نبوده و با افزایش عمق و نزدیک شدن به عمق بیشینه تا حدودی بازسازی شکل توده با اشکال روبرو می‌شود و تصویر دقیق توده را نمی‌توان دید.



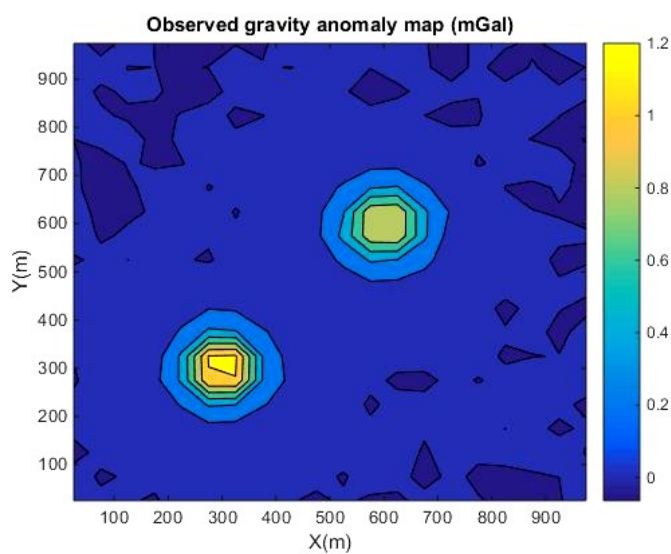
شکل ۱۰: نقشه آنومالی بوگه مدل دو مکعب با عمق‌های متفاوت.



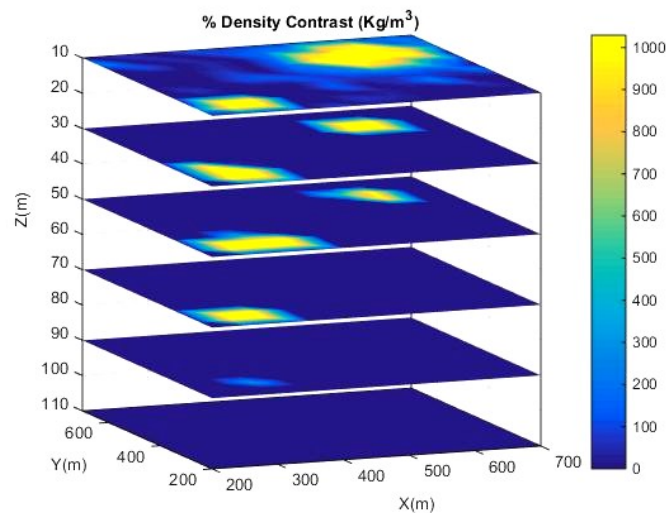
شکل ۱۱: نتایج وارون سازی به روش LP بدون حضور نوفه (برش z).



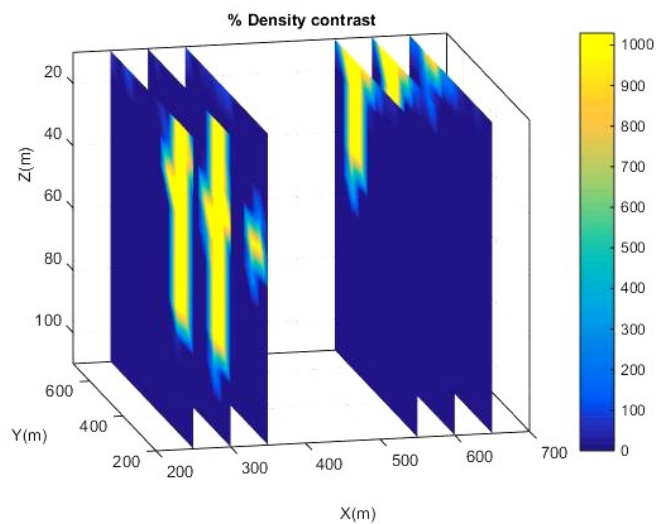
شکل ۱۲: نتایج وارون سازی به روش LP بدون حضور نوفه (برش x).



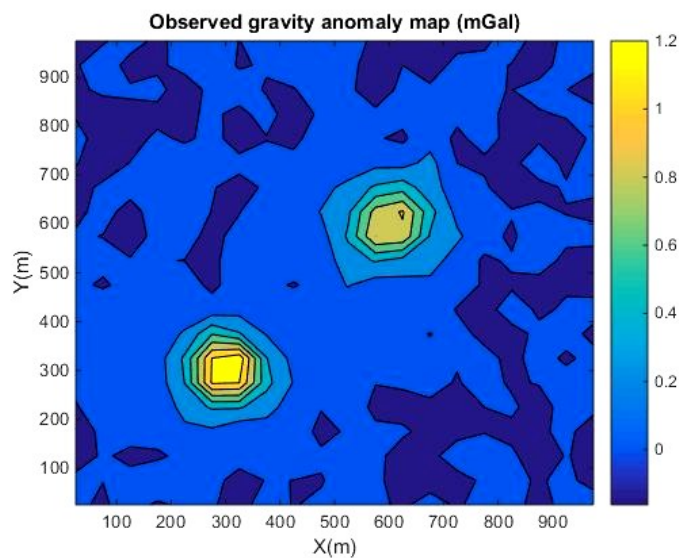
شکل ۱۳: آنومالی مشاهده شده در حضور نوفه ۲ درصد.



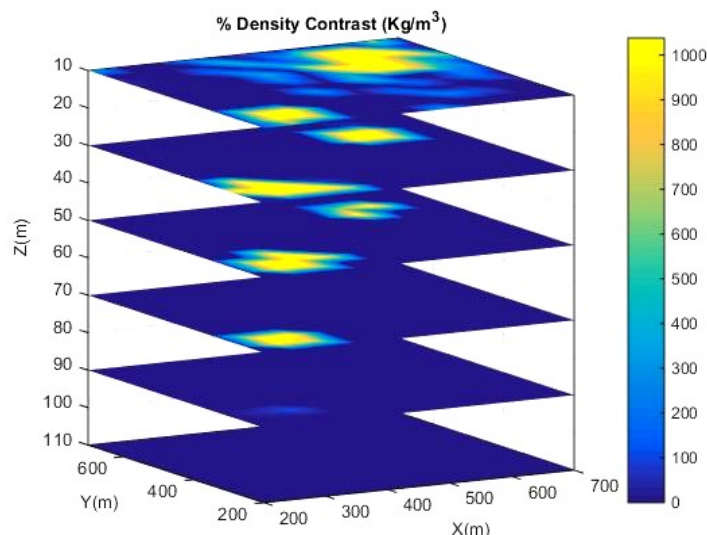
شکل ۱۴: نتایج وارون‌سازی به روش LP در حضور نوفه ۲ درصد (برش z).



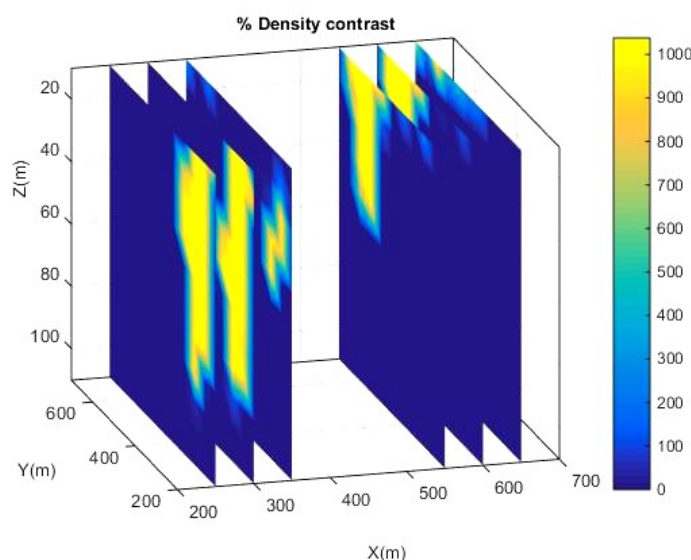
شکل ۱۵: نتایج وارون‌سازی به روش LP در حضور نوفه ۲ درصد (برش x).



شکل ۱۶: آنومالی مشاهده شده در حضور نوفه ۵ درصد.



شکل ۱۷: نتایج وارون سازی به روش LP در حضور نوفه ۵ درصد (برش Z).



شکل ۱۸: نتایج وارون سازی به روش LP در حضور نوفه ۵ درصد (برش X).

معدن منگنز صفو انجام شده است. عملیات برداشت، پردازش و تفسیر این داده ها توسط بخش گرانی سنجی موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران در سال ۱۳۸۸ انجام شده است.

۴-۱- زمین شناسی منطقه

کانسار منگنز صفو در شمال غرب ایران و در فاصله حدود ۲۵ کیلومتری شمال شهر چالدران واقع شده است. وضعیت راه های ارتباطی منتهی به محدوده مطالعاتی در شکل ۱۹ و موقعیت طبیعی محدوده نسبت به شهر ماکو در شکل ۲۰ نشان داده شده است.

محدوده مطالعاتی صفو در بسیاری از تقسیم بندی های ارائه شده برای نواحی ساختاری ایران، جزو زون افیولیت ملانژ (آمیزه رنگین) خوی-ماکو (به عنوان بخشی از زون های افیولیتی، در شمال غرب روراندگی اصلی زاگرس) فرض شده است. از این رو باید سکانس

همان طور که در شکل ها دیده می شود، بیشینه ی چگالی مدل مورد نظر چه در حالت بدون نوفه چه با نوفه، همان ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است؛ که نشان می دهد چگالی به خوبی بازسازی شده است. حدود ابعاد افقی و کشیدگی توده نیز به مدل منظور شده نزدیک است. همچنین محل افقی حاصل از وارون سازی توده ها نیز دقیقاً با توجه به محل ذکر شده برای مدل ها منطبق است. در تمام حالات گسترش عمودی توده ی سطحی تر در حالت تا حدود ۹۰ متر و برای مکعب عمیق تر تا حدود ۵۰ متر ادامه دارد.

۴- داده های واقعی

در این قسمت وارون سازی روی داده های گرانی برداشت شده روی

نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۴، شماره ۱، ۱۳۹۷.

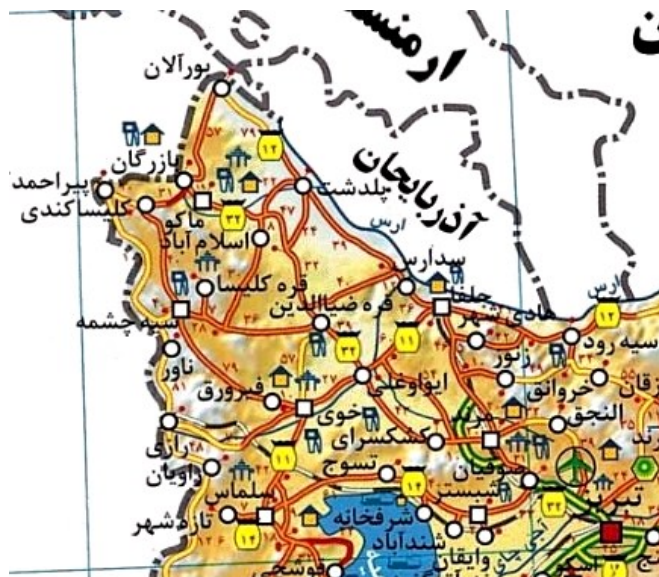
هستند. با توجه به سکانس مجموعه افیولیتی و تنوعات سنگی موجود در منطقه، می‌توان ترتیب سنی شکل ۲۲ را برای مجموعه‌های یادشده از قدیم به جدید در منطقه مطالعه شده پیشنهاد کرد. در این توالی سنگ‌های سیلیسی شده و حاوی کانسنگ منگنز نیز در نظر گرفته شده‌اند.

۱۰ ترانشه و ۱۰ چاهک با مترآژ کلی ۳۵۷ و ۲۱ مترمکعب حفاری در این معدن انجام شده است. بر اساس مطالعات انجام شده بر روی نمونه‌های مقاطع صیقلی، کانی‌های اکسید منگنز به خصوص کانی پیرولولزیت، کانی اصلی در مناطق کانه‌زا است. مقدار اکسید منگنز در بخش‌های مختلف نهشته صفو بین ۷/۴ تا ۶۹/۱ درصد است.

افیولیتی را به عنوان لیتولوژی غالب در محدوده در نظر گرفت.

افیولیت‌های ایران به دو گروه عمده حلقوی و خطی تقسیم می‌شوند. افیولیت‌های حلقوی احاطه‌کننده زون ساختاری ایران مرکزی بوده و افیولیت‌های خطی (یا نوار رادیولاریت-افیولیت زاگرس) به موازات خط تراست زاگرس قرار دارند.

ملانژهای شمال غرب ایران (ماکو-خوی) به صورت کمپلکس نامنظم افیولیت-رادیولاریت با روند عمومی شمال-جنوب رخنمون دارند؛ که از غرب دریاچه ارومیه تا فلات آناتولی ترکیه امتداد دارند. شباهت‌های ساختاری این افیولیت‌ها با گروه افیولیت‌های حلقوی، موجب دسته‌بندی آن‌ها در این رده شده است. هر چند در خارج از محدوده آن‌ها قرار دارند. بخشی از نقشه زمین‌شناسی ۱:۲۵۰۰۰۰ ماکو در شکل ۲۱ قابل مشاهده است. در افیولیت خوی کانه‌زایی عموماً از نوع نهشته‌های منگنز، منگنز-آهن، آهن و منگنز-آهن-مس

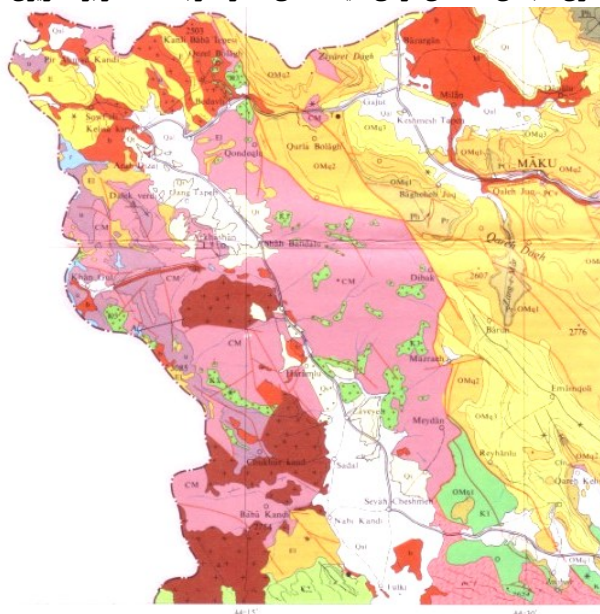


شکل ۱۹: راه‌های دسترسی به محدوده اکتشافی و موقعیت آن نسبت به تبریز و ماکو (گزارش نهایی زمین‌شناسی معدن منگنز صفو).

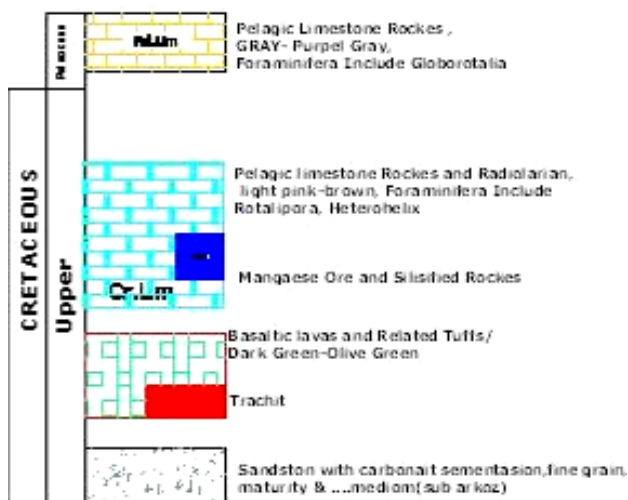
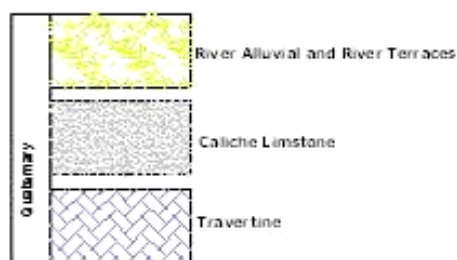


شکل ۲۰: موقعیت طبیعی محدوده نسبت به شهر ماکو (Google Earth).

سلطان آبادی و ابراهیمزاده اردستانی، وارون سازی سه بعدی داده های گرانی سایت معدنی منگنز صفو با استفاده از برنامه ریزی خطی و الگوریتم ...، صفحات ۱۵۵-۱۳۷.



شکل ۲۱: موقعیت محدوده اکتشافی بر روی نقشه زمین شناسی ۱:۲۵۰۰۰۰ ماکو (گزارش نهایی زمین شناسی معدن منگنز صفو).



شکل ۲۲: راهنمای تهیه شده بر اساس برداشت های صحرایی و مطالعات مقاطع نازک برای محدوده اکتشافی منگنز صفو (گزارش نهایی زمین شناسی معدن منگنز صفو).

۴-۲- پردازش و آماده سازی داده ها

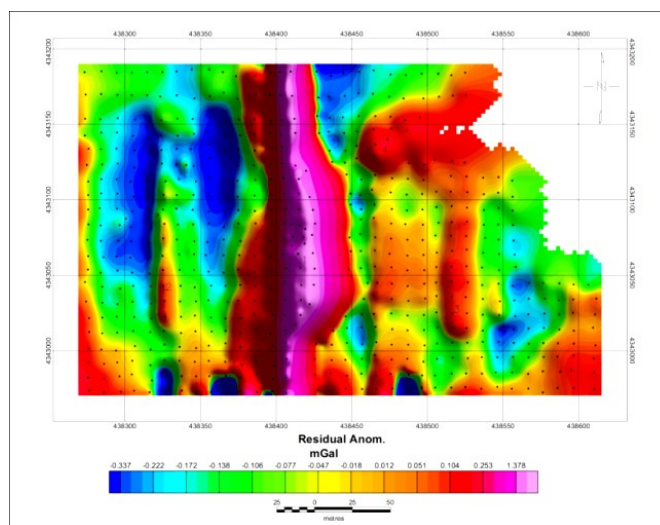
محل مورد نظر پیرامون یکی از بیرون زدگی های معادن منگنز صفو و در مستطیلی که گوشه منتهی الیه جنوب غربی آن به مختصات ۴۳۸۲۷۶ و ۴۳۴۲۹۷۱ و گوشه شمال شرقی آن به مختصات

۴۳۸۶۰۹ و ۴۳۴۳۱۸۷ در سیستم تصویر UTM هستند، قرار دارد. البته در این محدوده در گوشه شمال شرقی شبکه به علت عوارض توپوگرافی خشن، داده های گرانی کمتری برداشت شده است. در این پیمایش از دستگاه CG3 با دقت ۵ میکروگال استفاده شده است. ارتفاع نقاط ایستگاهی توسط گروه نقشه بردار و با استفاده از دوربین

نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۴، شماره ۱، ۱۳۹۷.

شکل ۲۳ نقشه بی‌هنجاری باقیمانده را برای این ناحیه نشان می‌دهد؛ که یک کشیدگی در راستای شمالی-جنوبی با شدت بالا مربوط به توزیع ماده معدنی در آن آشکار است.

توتال استیشن با دقت ۵-۱ میلی‌متر در مختصات افقی و قائم اندازه‌گیری شده‌اند. عملیات گرانی‌سنجی روی شبکه‌ای شامل ۶۰۴ نقطه برداشت با فاصله ایستگاهی بین ۵ تا ۱۰ متر انجام شده است.



شکل ۲۳: نقشه بی‌هنجاری باقیمانده سایت معدنی صفو (اردستانی، ۱۳۸۹).

برای مجهولات x_0 ، y_0 و z_0 حل می‌شود. پس از این روش می‌توان برای تعیین عمق کمینه تا متوسط آنومالی‌های متفاوت استفاده کرد.

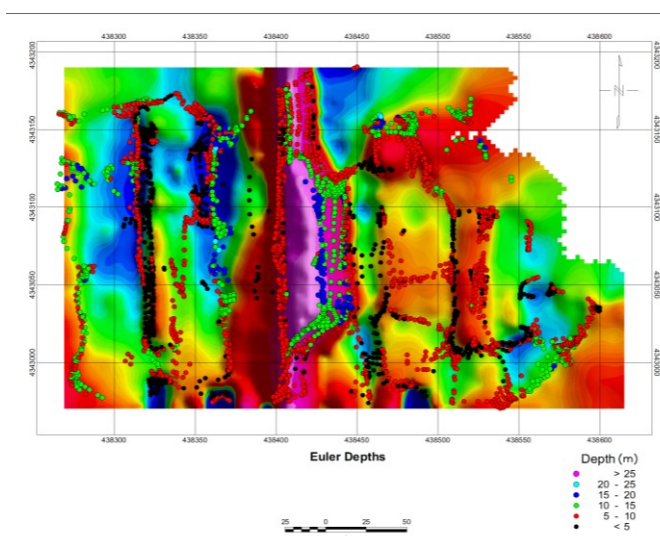
در سایت معدنی صفو برای پیش‌بینی عمق کمینه از روش اوایلر استفاده شد؛ که نتایج آن در شکل ۲۴ مشهود هستند. در این شکل مشاهده می‌شود که دیواره‌ی غرب و مرکزی آنومالی حدوداً در عمقی بین ۵ تا ۱۰ متر و دیواره‌ی شرقی و مرکزی آن در عمق بین ۱۰ تا ۲۰ متر واقع شده است. پس می‌توان عمقی در حدود ۵ متر را به عنوان عمق کمینه توده در نظر گرفت. از این تخمین عمق به عنوان اطلاعات اولیه برای وارون‌سازی استفاده شده است.

۴-۳- تخمین عمق اوایلر

این روش اولین بار توسط تامپسون (۱۹۸۲) برای تخمین عمق آنومالی‌های مغناطیس بر اساس معادله همگن اوایلر شرح داده شد. این رابطه در حالت سه‌بعدی به شکل زیر است (اردستانی، ۱۳۸۹):

$$(x - x_0) \frac{\partial g}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial g}{\partial y} + (z - z_0) \frac{\partial g}{\partial z} = -Ng(x, y) \quad (42)$$

که با حل عددی آن برای تعداد مناسبی نقطه از پروفیل، می‌توان به سادگی x_0 و y_0 و z_0 یعنی مختصات یک نقطه از آنومالی گرانی را تعیین کرد. در اینجا فرض می‌شود N که ضریب ساختاری نامیده می‌شود، مقداری بین ۰ تا ۲ دارد و معادلات تنها

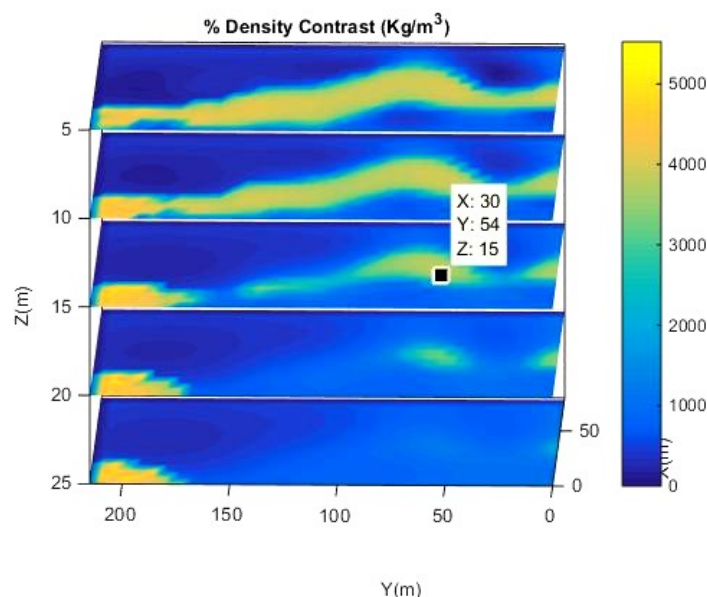


شکل ۲۴: نقشه تخمین عمق با استفاده از روش اوایلر (اردستانی، ۱۳۸۹).

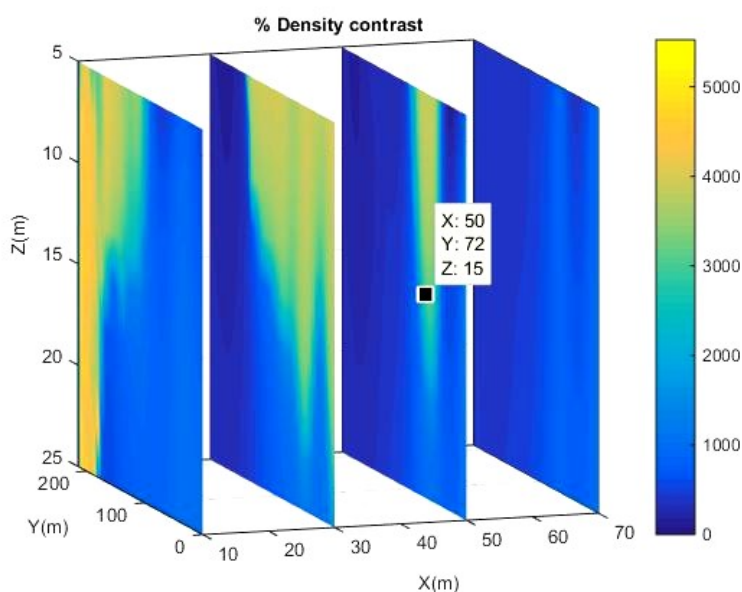
۴-۴- وارون سازی داده ها

با توجه به شبکه گرانی در اختیار، از یک شبکه مستطیلی به ابعاد 78×216 مترمربع با فاصله نمونه برداری ۶ متر و تا عمق ۵۰ متری استفاده شده است؛ زیرا با توجه به نقشه ی اوپلر در شکل ۲۴ آنومالی به ندرت بیش از عمق حدود ۲۰ الی ۲۵ متر امتداد یافته است. منشور پارامتر بندی دارای ابعاد $6 \times 6 \times 2/5$ مترمکعب است در نتیجه تعداد نقاط گرانی ۴۶۸ و تعداد پارامترهای مدل ۹۳۶۰ است. از طرفی با توجه به اطلاعات اولیه حاصل از گزارش های زمین شناسی موجود، توده ی مورد نظر کانسار منگنز است و تباین چگالی بیشینه ی آن در حدود ۴۵۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب فرض می شود. مقدار

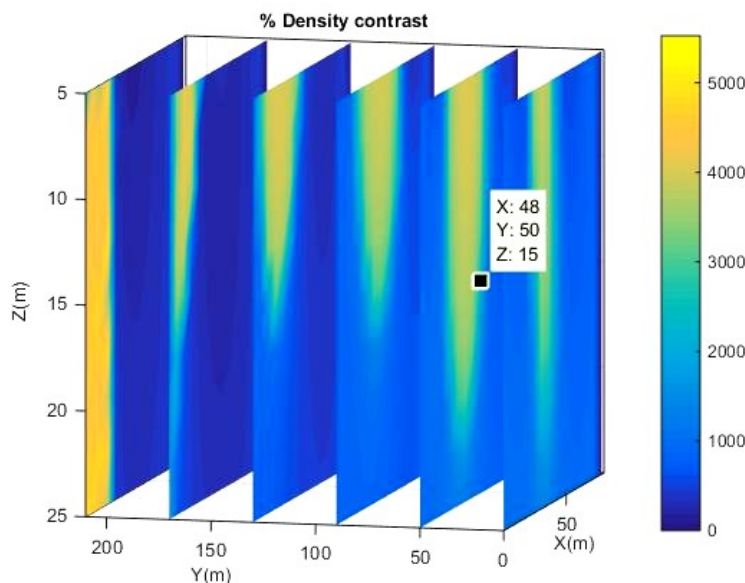
خطای داده های گرانی ۵ درصد در نظر گرفته شده است. نتایج وارون سازی در شکل های ۲۵ تا ۲۷ نشان داده شده است. بازسازی مدل حکایت از آن دارد که محل توده از ۵ متری شروع می شود؛ که این نتایج با اطلاعات ارائه شده در گزارش های زمین شناسی منطقه نیز انطباق قابل قبولی دارد. بر اساس این گزارش ها و نتایج حفاری های انجام شده توده معدنی مورد نظر در اعماق حدود ۵ الی ۱۰ متری قرار گرفته است. همچنین حدود عمق بیشینه نیز با استفاده از تصاویر و نتایج حاصل قابل تخمین است؛ که مقدار آن را در بیشتر موارد تا عمق حدود ۱۵ متر و در برخی نواحی تا ۲۰ متر نشان می دهد.



شکل ۲۵: نتایج وارون سازی به روش LP روی سایت معدنی صفو (برش Z).



شکل ۲۶: نتایج وارون سازی به روش LP روی سایت معدنی صفو (برش X).



شکل ۲۷: نتایج وارون سازی به روش LP روی سایت معدنی صفو (برش y).

دانشگاه تهران.

۵- نتیجه گیری

بررسی نتایج حاصل از مطالعات در این مقاله به طور خلاصه به شرح ذیل است:

روش LP روی مدل مکعب مستطیل در وضعیت بدون اعمال نوفه تصادفی به نتایج بسیار خوبی در مورد چگالی تخمینی رسید و گسترش افقی توده به خوبی قابل مشاهده است.

نتایج روش LP روی مدل مکعب مستطیل در وضعیت اعمال نوفه تصادفی به خوبی توانست چگالی بیشینه را تخمین بزند. کشیدگی مدل در تصاویر حاصل از وارون سازی کاملاً مشهود است. تنها با افزایش عمق بازسازی شکل ساختاری و افقی توده با اشکال مواجه می شود.

با اعمال روش LP روی داده های واقعی سایت معدن منگنز صفو مشاهده می شود که چگالی بیشینه منطقه به درستی تخمین زده شده است. همچنین کشیدگی توده و شکل ساختاری آن را نیز می توان مشاهده نمود.

دیگر این که پیشنهاد می شود به دلیل شباهت های پایه ای روش های مغناطیس سنجی و گرانی سنجی به یکدیگر، روش مورد مطالعه در این مقاله بر روی داده های مغناطیسی هم بررسی شود. همچنین از آنجا که این روش شکل های ساختاری مناسبی از توده ارائه می دهد؛ می توان از آن برای محیط هایی که توده های مورد مطالعه دارای مرزهایی تیز با محیط اطرافش است (مانند گنبد های نمکی، توده های معدنی، دایک ها و ...) استفاده نمود.

۶- مراجع

ابراهیم زاده اردستانی، و.، ۱۳۸۹، گرانی سنجی کاربردی، انتشارات

گزارش نهایی زمین شناسی معدن منگنز صفو، ۱۳۸۸، شرکت خدمات معدنکاری اسپیر و شرکت معدن چالدوران منگنز صفو.

Bazaraa, M.S., 2010, Linear Programming and Network Flows, John Wiley & Sons, Canada.

Blakely, R.J., Tekolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P., 1996, Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications, Cambridge University Press, Cambridge.

Last, B.J. and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion, Geophysics, 48, 713-721.

Luenerger, D.G. and Yinyu, Y., 2003, Linear and nonlinear programming, Springer.

Matousek, J. and Gartner, B., 2000, Understanding and Using Linear Programming, Springer.

Portniaguine, O. and Zhdanov, M.S., 1999, Focusing geophysical inversion images, Geophysics, 64, 874-887.

Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P., 1986, Numerical Recipes in FORTRAN 77, Cambridge University Press, Cambridge.

Safon, C., Vasseur, G. and Cueur, M., 1977, Some applications of linear programming to the inverse gravity problem, Geophysics, 42, 1215-1229.

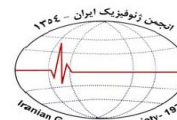
Tarantola, A., 2005, Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation, Society for Industrial and Applied Mathematics, U.S.A.

Telford, W.M., Geldart, L.P., Sherrif, R.E. and Keys, D.A., 1989, Applied Geophysics, Vol. 1,

- سلطان آبادی و ابراهیمزاده اردستانی، وارون سازی سه بعدی داده های گرانی سایت معدنی منگنز صفو با استفاده از برنامه ریزی خطی و الگوریتم ...، صفحات ۱۵۵-۱۳۷.
- Walters, H.F, Parker, L.R., Morgan, S.L. and Deming, S.N., 1991, Sequential simplex optimization, Press LLC, Florida.
- Zhdanov, M.S., 2002, Geophysical Inverse Theory and Regularization Problem, Elsevier.
- Cambridge University Press, Cambridge.
- Van Zon, T. and Roy-Chowdhury, K., 2006, Structural inversion of gravity data using linear programming, Geophysics, 71, J41-J50.



Shahrood University of Technology



3D inversion of gravity data of Safo mining site using linear programming and simplex algorithm

Rezvan Soltanabadi^{1*} and Vahid Ebrahimzadeh Ardestani²

1- M.Sc., Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran/ Center of Excellence in Survey Engineering and Disaster Management, Tehran, Iran

Received: 9 October 2016; Accepted: 14 March 2017

Corresponding author: rezvan.soltanabadi@gmail.com

Keywords

Gravimetry
3D Inversion
Linear Programming
Euler Method
Constrained Optimization
Structural Inversion
Simplex Algorithm
Safo Mine

Extended Abstract

Summary

The aim of this research is to develop methods to derive sharp images of subsurface, which show the geometry of the structures in the region of interest. Structural inversion of gravity data -deriving robust images of the subsurface by delineating litho-type boundaries using density anomalies- is an important goal in a range of exploration settings (e.g., ore bodies, salt flanks). In this paper, an L_1 -norm based inversion approach is investigated. The density distribution of the subsurface is modeled on a uniform grid of cells. The model parameters are the density of each cell that is inverted by minimizing the L_1 -norm objective function using linear programming (LP) while satisfying a priori density

constraints. LP method for structural inversion has two advantages: 1. It offers a natural way to incorporate a priori information regarding the model parameters. 2. It gives a subsurface image with sharp boundaries (structure). The inversion quality depends on a good priori estimation of the minimum depth of the anomalous body.

Introduction

LP is used as a method for performing constrained optimization. The constraints consist of linear inequalities in the variables, and the objective function is also a linear function of variables. LP can also be used to perform an implicit structural inversion. As we know, a set of inequalities has no solution, one solution or more than one solution. However, there are usually many combinations of the variables that satisfy all the constraints. The set of all these combination is called feasible set. A LP problem can be solved using simplex method.

Methodology and Approaches

To apply linear programming to exploration geophysics, an objective function should be defined, and some constraints should be set. In the case of gravity anomalies, the model vector $\mathbf{m}$ contains the density contrasts of the prisms with respect to some background values. First, subsurface should be parameterized with prisms for which density contrasts are sought. The unknowns are the density contrast of each homogenous prism relative to the background. Next, we use a L_1 -norm objective function to be minimized. The first constraint, which should be assumed, is an upper limit for density contrast as a priori. Then, we introduce some new variables and add additional constraints. The LP problem can be solved using simplex method. This method is based on that if an optimal solution exists, then an optimal extreme point also exists. Extreme points are then characterized in terms of basic feasible solutions.

The LP method is first applied on free-noise synthetic gravity data, then, we test the method further by perturbing the synthetic data with low levels of noise and performing the inversion of all perturbed data sets. At the end, we perform the algorithm on real gravity data acquired from Safo mine. All the results have been given and discussed in this paper.

Results and Conclusions

The inversion method, proposed in this paper, gives us a well shaped model even in the presence of substantial noise. This method can be used in exploration situation with sharp boundaries (density contrast) such as salt flank, ore bodies, dikes, etc. The need to know the top of the anomalous body, at first, appears to be a serious shortcoming of our approach, but here we use another method such as Euler method to extract the minimum depth of the anomalous body. However, our focus is on delineating the structure laterally (sides of dikes, flanks...). Information regarding the tops of such structures may often be available from other geophysical techniques or from geologic considerations.