





#### دوره ۳، شماره ۱، ۱۳۹۶، صفحات ۹۷-۸۷

(DOI): 10.22044/JRAG.2017.884

## وارونسازی سهبعدی گرانی با استفاده از الگوریتم تصادفی کوکریجینگ، کاربرد روش روی دادههای سایت معدنی صفو

منصوره خالقی یله گنبدی ۱۰ و وحید ابراهیمزاده اردستانی ۲

۱ - دانشجوی کارشناسی ارشد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران ۲- استاد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران/ قطب علمی مهندسی نقشهبرداری و مقابله با سوانح طبیعی، تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۲۶؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۰۹

\* نویسنده مسئول مکاتبات: khaleghi.m90@gmail.com

## واژگان کلیدی چکید

در این مقاله وارونسازی سهبعدی دادههای گرانی برای تعیین توده زیرسطحی به روش زمینآماری کوکریجینگ بررسی شده است. سطح زیرین در ناحیه برداشت دادههای گرانی، به تعداد زیادی مکعب با ابعاد و موقعیت معلوم تقسیم شده است. تباین چگالی مجهول هر یک از این مکعبها (به عنوان پارامتری که باید تخمین زده شود)، در نظر گرفته شده است. از آنجا که این نوع وارونسازی از نوع تصادفی به شمار میآید؛ تابع هدف شامل ماتریس کواریانس گرانی و ماتریس کواریانس چگالی برای در نظر گرفتن عدم قطعیت به ترتیب در دادهها و پارامترهاست. علاوه بر آن از رابله وارون از روش گرادیان منظور جلوگیری از انقباض توده به سمت سطح نیز استفاده شده است. برای وارونسازی رابطه وارون از روش گرادیان مزدوج پیش شرط (PCG) استفاده شده است. برنامه کامپیوتری به زبان متلب نوشته شده است و این برنامه روی یک مدل مکعبی به عنوان مدل مصنوعی آزمایش شده است. نتایج از نظر چگالی و موقعیت در تطابق خوبی با مدل مکعبی است. در انتها دادههای گرانی برداشت شده روی معدن منگنز صفو واقع در شمال غرب ایران با استفاده از برنامه وارونسازی مذکور برگردان و مدلسازی شدهاند. نتایج وارونسازی توزیع ماده معدنی توده ی با گسترش عمقی ۵ تا حدود ۳۵ متری را نشان میدهد؛ که با نتایج حاصل از حفاری انطباق دارد.

گرانیسنجی وارون سازی سهبعدی کوکریجینگ زمین آمار واریوگرام معدن صفو

#### خالقي يله كنبدي و ابراهيمزاده اردستاني، وارونسازي سهبعدي كراني با استفاده از الكوريتم تصادفي كوكر يجينك، كاربرد ...، صفحات 97-80.

#### ۱ – مقدمه

هدف از وارونسازی دادههای گرانی تخمین پارامترهایی نظیر چگالی و هندسه جسم زیرسطحی با استفاده از دادههای گرانی مشاهدهای در سطح از طریق یک مدل پیشرو است. یک روش انعطافپذیر برای تشریح مدل، تقسیم زیر سطح به تعدادی سلول منشوری است؛ که اندازه و موقعیت معلومی دارند. تباین چگالیها درون هر سلول ثابت فرض میشوند. در این صورت پارامترهایی که باید تخمین زده شوند، چگالی سلولها هستند.

وارونسازی دادههای گرانی با دو مسئله اساسی یعنی عدم یکتایی (non-uniqueness) جوابها و ناپایداری (non-stability) آنها همراه است. مسئله اول به دو دليل اتفاق مىافتد. دليل اول كه تحت عنوان ابهام نظری شناخته می شود؛ از ماهیت تئوری پتانسیل (بلیکلی، ۱۹۹۵) ناشی میشود؛ که فرضی در مورد شکل منبعها یا توزیع چگالیها در نظر نمیگیرد. به طوری که تعداد زیادی از توزیعهای چگالی هم ارز زیر سطح، میدان مشخصی را در سطح تولید خواهند کرد. دلیل دوم که تحت عنوان ابهام جبری در نظر گرفته میشود، زمانی به وجود میآید که تعداد پارامترها (که در اینجا چگالی سلولهاست) بیشتر از تعداد مشاهدات در سطح زمین (که همان گرانی مشاهده شده در ایستگاههای گرانی است) باشد. در نتیجه سیستم اطلاعات کافی برای تعیین یکتای همه پارامترهای مدل فراهم نمی کند. مسئله دوم نیز ناشی از دو دلیل است: دلیل اول بد شرط (ill-condition) بودن ماتریس کرنل و دلیل دوم ناشی از وجود نوفه در دادههای گرانی است. به منظور حصول جوابهایی که هم یکتا باشند و هم از پایداری لازم برخوردار باشند، قیودی باید در تابع هدف وارد شود؛ تا سبب کمینه شدن تابع هدف جدید (جایگزین تابع هدف اولیه) شود.

برای این منظور (1975) Green از یک ماتریس وزندهی اختصاصی برای ثابت نگاه داشتن تعدادی از پارامترها زمانی که اطلاعات زمینشناسی یا چگالی در دسترس بود، استفاده کرد. لست و کوبیک (Last and Kubik (1983) از یک حل فشرده با یک قید حجمی کمینه استفاده کردند. (1997) Pilkington (1997) از توزیع چگالی هموار یا خشن به منظور کنترل گرادیانهای پارامتر در جهات فضایی در وارونسازی دادههای مغناطیسی بهره برد. (1998) کاهش حساسیت سلولها با عمق را از طریق وزندهی به سلولهای عمقی خنثی کردند. سایر روشهای وارونسازی سهبعدی به تعریف قدرت تفکیک عمقی منجر شد؛ که توسط Fedi and اولیه در شکل به تعریف قدرت تفکیک عمقی منجر شد؛ که توسط Tarantola and Valette (1982) مطرح کواریانس پارامتر توسط (1982) Montagner and Jobert (1988) در آن نرخ نزول نما طول همبستگی پارامترها را تعیین می کردند، استفاده نمودند.

روش زمین آماری کوکریجینگ در وارونسازی دادههای گرانی برای اولین بار توسط (Asli et al (2000) به کار گرفته شد. آنها آنومالیهای گرانی کوکریج شده را برای به دست آوردن چگالی سلولها استفاده كردند. آنها نشان دادند كه چگونه مدل كواريانس می تواند روی دادههای گرانی با استفاده از اطلاعات اولیه به منظور از روش Gloaguen et al (2005, 2007) از روش زمینآماری کوکریجینگ و شبیهسازی توأم برای تعیین سرعت امواج رادار استفاده كردند. همچنين (2001) Bosch and McGaughey و (2001) Bosch et al از قيود زمين آماري براي وارون سازي دادههای گرانی با استفاده از روشهای مونت کارلو استفاده کردند. وارونسازی اتفاقی خطی اولین بار توسط (Franklin (1970) شرح داده شد و سپس توسط Tarantola and Valette (1982) عمومی شد. (2003) Chasseriau and Chouteau نيز وارونسازى دادههای گرانی را با استفاده از مدل کواریانس پارامتر انجام دادند؛ که چون روش آنها قیود غیرخطی روی چگالی را در نظر می گرفت، بنابراین آن دو از روش تکرار که توسط Tarantola and Valette (1982) ارائه شده بود، استفاده کردند.

در این مقاله از روش (Asli et al (2000) که توسط Shamsipour et al (2010) بسط و توسعه داده شده است، استفاده می شود. با توجه به این که از روش زمین آماری کو کریجینگ در حل مسئله وارون استفاده شده و از روشهای تصادفی شناخته می شود؛ از ماتریسهای کواریانس گرانی و چگالی به عنوان قید استفاده شده

در ادامه بحث نخست تئوری روش مورد استفاده به اختصار بررسی خواهد شد و سپس نتایج وارونسازی دادههای حاصل از مدل مصنوعی نشان داده میشود. در انتها نیز دادههای گرانی برداشت شده در ناحیه معدن منگنز صفو مدلسازی میشود.

## ۲- مدلسازی وارون

## ۲–۱– مدل پیشرو

مدل سازی به طور کلی با سه مفهوم داده، پارامتر و مدل سر و کار دارد. منظور از داده، مقادیر گرانی مشاهدهای در سطح است؛ که به وسیله دستگاههای گرانی سنجی اندازه گیری می شود. منظور از پارامتر، مقادیر چگالی زیر سطحی است؛ که باید تخمین زده شوند. ارتباط بین مقادیر معلوم گرانی و مقادیر مجهول چگالی را مدل مشخص می کند؛ که با رابطه زیر نشان داده می شود:

$$d = G * m \tag{1}$$

که در آن، d بردار داده، m پارامتر و G ماتریس کرنل است؛ بنابراین ابتدا لازم است مدلی برای برقراری ارتباط بین دادهها و پارامترها تعریف شود. معمول ترین روش ارزیابی گرانی از چگالی بر

#### نشریه پژوهشهای ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۳، شماره ۱، ۱۳۹۶.

$$g_{n^{*}1} = G_{n^{*}m} \rho_{m^{*}1}$$
 (4)

$$g_{obs} = g + e \tag{(\Delta)}$$

در رابطه آخر خطای دادهبرداری (e) به مقادیر مشاهدهای افزوده شده است.

## ۲-۲- کوکریجینگ

حال که مدل پیشرو تعریف شد؛ لازم است تا روش برگردان دادهها که به وسیله آن می توان به جوابهایی یکتا و پایدار رسید، تشریح شود. روش مذکور که کوکریجینگ نام دارد، روشی است که از همبستگی فضایی بین متغیر اولیه (در اینجا چگالی که نمونههای بسیار کمی از آن در دسترس است و یا نمونهای از آن موجود نیست) و متغیر ثانویه (در اینجا دادههای گرانی سنجی که نمونههای زیادی از آن در دسترس است) برای تخمین متغیر اولیه در نقاط نمونهبرداری نشده استفاده می کند. در واقع کوکریجینگ یک ابزار درون یابی و برون یابی است. روش کوکریجینگ وزنهایی را به دادهها اختصاص می دهد؛ به طوری که واریانس تخمین (واریانس کوکریجینگ) را کمینه می کند.

برای یافتن روابط کوکریجینگ ابتدا فرض میشود دادههای تجربی به صورت زیر تعریف شده باشند (Myers, 1982):

$$(Z_{j}(X_{i}), j=1,2,...,m, i=1,2,...,n)$$
 (9)

که در آن m تعداد متغیرهای ناحیهای است که در اینجا چون فقط از دادههای گرانی استفاده می شود، تعداد آن برابر یک است و n تعداد نقاط نمونهبرداری شده است؛ که در اینجا برابر با تعداد نقاط گرانی است. مقدار تخمین به روش کوکریجینگ در نقطه  $x_0$  برای  $x_0$  متغیر ناحیهای از ترکیب خطی  $x_0$  داده به صورت زیر حاصل می شود:

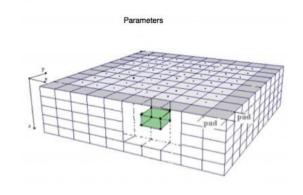
$$\mathbf{Z}^{*}(\mathbf{X}_{0}) = \sum_{i=1}^{n} \wedge_{i} \mathbf{Z}(\mathbf{X}_{i})$$
 (Y)

که در آن:

$$\begin{split} \mathbf{z} &= \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 \\ \dots \\ \mathbf{Z}_m \end{bmatrix} \\ \mathbf{z}^* &= \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1^* \\ \dots \\ \mathbf{Z}_m^* \end{bmatrix} \\ & \wedge_{i=} \begin{bmatrix} \lambda_{11}^i & \lambda_{12}^i & \cdots & \lambda_{1m}^i \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \lambda_{m1}^i & \lambda_{m2}^i & \cdots & \lambda_{mm}^i \end{bmatrix} \end{split}$$

همچنین در روابط بالا  $\Lambda_i$  وزن بهینه ای است که باید به دست بیاید. چون کوکریجینگ وزنهایی را به دادهها اختصاص می دهد که به واسطه آن واریانس تخمین کمینه می شود؛ بنابراین ابتدا باید از روی رابطه (۷) واریانس تخمین را یافت و سپس آن را

اساس قانون نیوتن این است که دامنه سهبعدی به اجسامی که هندسه ساده و چگالی ثابتی دارند، تقسیم شود. در این مقاله برای سهولت، دامنه مطالعه شده به تعدادی متناهی منشور قائم با چگالی ثابت تقسیم شده است (شکل ۱).



شکل ۱: تقسیم بندی سطح زیرین به تعدادی منشور مکعبی.

 $ho_{_1}$  فرمول زیر گرانی تولید شده توسط منشور  $_1$  با چگالی  $_2$  در نقطهای به مختصات  $_3$   $_4$   $_4$  در نقطهای به مختصات  $_4$  در نقطهای به مختصات  $_4$  واقع است ( $_4$   $_4$   $_5$  در نقطهای به مختصات ( $_4$   $_5$   $_6$  واقع است):

$$g(\mathbf{X}_{0}, \mathbf{b}_{1}, \boldsymbol{\rho}_{1}) =$$

$$-\gamma \boldsymbol{\rho}_{1} \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{2} \boldsymbol{\mu}_{ijk} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{i} \ln(\mathbf{y}_{i} + \mathbf{r}_{ijk}) + \\ \mathbf{y}_{i} \ln(\mathbf{X}_{i} + \mathbf{r}_{ijk}) - \\ \mathbf{z} \arctan(\mathbf{X}_{i} \mathbf{y}_{i}) \end{bmatrix}$$

$$(Y)$$

که در آن

$$\begin{aligned} &\mathbf{X}_{i} = \mathbf{X}_{0} - \boldsymbol{\xi}_{i} \\ &\mathbf{y}_{i} = \mathbf{y}_{0} - \boldsymbol{\eta}_{j} \\ &\mathbf{Z}_{k} = \mathbf{Z}_{0} - \boldsymbol{\zeta}_{k} \\ &\mathbf{r}_{ijk} = \sqrt{\left(\mathbf{X}_{i}^{2} + \mathbf{y}_{j}^{2} + \mathbf{Z}_{k}^{2}\right)} \end{aligned}$$

را  $b_{\iota}$  و  $\zeta$  هشت گوشه منشور  $b_{\iota}$  را  $\eta$  و  $\eta$  هشت گوشه منشور میکنند.

برای یافتن اثر گرانی ناشی از m منشور در همان نقطه که حجم کل شکل را در برمی گیرد، از رابطه زیر استفاده می شود (Shamsipour et al, 2010):

$$g(\mathbf{X}_0) = \sum_{i=1}^{m} g(\mathbf{X}_0, \boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{b}_i)$$
 (7)

و نهایتاً برای محاسبه اثر گرانی سطح زیرین در n نقطه مشاهده از رابطه زیر در شکل ماتریسی استفاده میشود (Shamsipour et al, 2010):

## خالقی یله گنبدی و ابراهیمزاده اردستانی، وارونسازی سهبعدی گرانی با استفاده از الگوریتم تصادفی کوکریجینگ، کاربرد ...، صفحات ۹۲-۸۷.

## ۲-۳- وارونسازی از طریق کوکریجینگ

ماتریسهای کوواریانس گرانی و چگالی-گرانی مورد نیاز برای تعیین وزنهای بهینه در رابطه (۷) به ترتیب از روابط زیر به دست میآیند (Shamsipour et al, 2010):

$$\mathbf{c}_{gg} = \mathbf{G}\mathbf{c}_{pp}\mathbf{G}^{\mathrm{T}} + \mathbf{c}_{0} \tag{10}$$

$$c_{00} = Gc_{00} \tag{19}$$

در رابطه (۱۵)،  $c_o$  ماتریس کواریانس خطای گرانی وابسته به خطای دادهها (e) است. همانطور که مشخص است، در این روابط نیز ماتریس کوواریانس چگالی نامعلوم است. در واقع تخمین چگالی وابسته به یافتن این ماتریس است؛ که نحوه یافتن آن در بخش بعدی توضیح داده می شود. آنچه تاکنون گفته شد را می توان در یک رابطه عددی به صورت زیر خلاصه کرد:

$$\rho^* = c_{\rho\rho} G^T \left( G c_{\rho\rho} G^T + c_0 \right)^{-1} g \tag{1Y}$$

## ۲-۴- ماتریس وزندهی عمقی

با توجه به این که دامنه ماتریس کرنل به سرعت با عمق کاهش مییابد، بنابراین پاسخهای مسئله وارون در سطح متمر کز می شوند. برای
اجتناب از این وضعیت، لازم است یک ماتریس وزن دهی عمقی  $\mathbf{W}$ برای افزایش قدرت تفکیک قائم و در واقع کاهش حساسیت بزرگ
سلول های کم عمق به رابطه بالا به صورت زیر اضافه شود، در نتیجه داریم:

$$\rho^* = W^{-1}c_{\rho\rho}W^{-1}G^T \left(GW^{-1}c_{\rho\rho}W^{-1}G^T + c_0\right)^{-1}g \qquad \text{(1A)}$$

ماتریس وزن دهی عمقی به صورت زیر تعریف میشود (Boulanger and Chouteau, 2001):

$$W_{i} = \frac{1}{\left(z_{i} + \varepsilon\right)^{\beta}} \tag{19}$$

که در آن  $\mathcal{E}$  مقدار بسیار کوچکی است که برای جلوگیری از مبهم شدن عبارت، زمانی که  $z_i$  صفر است در مخرج اضافه شده و  $\beta$  مقدار ثابتی است که با آزمون و خطا از روی مدل مصنوعی به دست میآید و در اینجا معادل varphi در نظر گرفته شده است. برای محاسبه ماتریس معکوس در روابط (۱۲) و (۱۸) از روش گرادیان مزدوج پیش شرط (PCG) استفاده میشود.

## ۲-۵- تخمین کواریانس مدل

در حالت کلی برای یافتن ماتریسهای کوواریانس و  $c_{g\rho}$  و  $c_{gg}$  باید از ابزار واریوگرام استفاده کرد؛ اما چون در آنها، ماتریس کرنل دخیل است و دامنه ماتریس کرنل به سرعت با عمق کاهش می یابد، بنابراین ماتریسهای کوواریانس ناایستا هستند و در تعیین آنها نمی توان به طور مستقیم از واریوگرامها استفاده کرد و پارامترهای مدل برای کوواریانس چگالی را باید از روش وارون سازی تخمین زد.

کمینه کرد؛ تا وزنهای بهینه به دست آیند. رابطه کلی واریانس تخمین به صورت زیر است:

$$\sigma_{E}^{2} = E\left(\left(z^{*}(x_{0}) - z(x_{0})\right)^{T}\left(z^{*}(x_{0}) - z(x_{0})\right)\right) \tag{A}$$

که در این روابط، T علامت ترانهاده ماتریس است. با جای گذاری مقادیر در رابطه بالا مقدار واریانس تخمین به صورت زیر به دست می آید (Myers, 1982):

$$\sigma_{E}^{2} = Tr \left[ \sum_{i=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \bigwedge_{i}^{T} C_{il} \bigwedge_{l} - 2 \sum_{i=1}^{n} \bigwedge_{i}^{T} C_{i0} + C_{00} \right]$$
(9)

که در آن،  $c_{i1}$  ماتریس کواریانس نمونه-نمونه،  $c_{i0}$  ماتریس کواریانس نمونه-نقطه و  $c_{00}$  ماتریس کواریانس نمونه-نقطه است.  $c_{00}$  ماتریس نشان دهنده اثر ماتریس است. حال اگر از این رابطه نسبت به ماتریس وزنی مشتق گرفته و نتیجه برابر صفر قرار داده شود، جواب کوکریجینگ به صورت زیر به دست می آید:

$$\mathbf{C}_{00} \wedge = \mathbf{C}_{i0} \tag{1.9}$$

حال اگر همین روابط برای گرانی به عنوان نقطه و چگالی به عنوان نمونه پیادهسازی شود با این فرض که چگالی و میدان گرانی همگنی فضایی متوسط دارند، بنابراین روابط به صورت زیر بازنویسی می شوند (Shamsipour et al, 2010):

$$E[\rho] = E[g] = 0 \tag{11}$$

$$\rho^* = \int_0^T g$$
 (17)

$$E\left(\left(\rho - \rho^{*}\right)\left(\rho - \rho^{*}\right)^{T}\right) = C_{\rho\rho} - C_{g\rho}^{T} \wedge - \bigwedge^{T} C_{g\rho} + \bigwedge^{T} C_{gg} \wedge (17)$$

$$C_{gg} \land = C_{gp} \tag{14}$$

که در آن  $c_{gg}$  ماتریس کواریانس گرانی،  $c_{gg}$  ماتریس کواریانس چگالی،  $c_{gg}$  کواریانس متقابل بین گرانی و چگالی،  $c_{gg}$  بردار ضرایب وزن دهی،  $c_{gg}$  و متغیرهای کاتورهای چندبعدی و بردار ضرایب وزن دهی، و  $c_{gg}$  متغیرهای کاتورهای چندبعدی و  $c_{gg}$  چگالی تخمین زده شده تعریف شده روی پایه بلوک است. در مواردی که چگالی متوسط انتظار میرود که به طور فضایی تغییر کند، یک میدان اولیه برای انتظار چگالی باید فراهم شود و پاسخ گرانی وابسته به آن باید از دادههای مشاهده شده کم شود. میدان برای متوسط محلی بدون عدم قطعیت معلوم فرض می شود؛ سپس به گرانی و تباین چگالی بازگشته و روش شناسی پیشنهادی بکار گرفته گرانی و تباین چگالی بازگشته و روش شناسی پیشنهادی بکار گرفته می شود.

در اینجا از روش V-Vplot برای یافتن ماتریس کوواریانس چگالی استفاده می شود. الگوریتم این روش دارای مراحل زیر است (Asli et al, 2000):

۱– ابتدا یک طول کمینه به صورت زیر به دست آورد. مدل اولیه برای کوواریانس چگالی و  $c_{\rho\rho}$  در نظر گرفته میشود. مدل کوواریانس چگالی اولیه میتواند از روی اطلاعات زمینشناسی در دسترس انتخاب شود. اگر این اطلاعات موجود نباشد، تخمین اول را میتوان با استفاده از کوواریانس حل (Menke, 1989):

$$c_{pp} = G^{T} \left(gg^{T}\right)^{-1} c_{gg} \left(G^{T} \left(gg^{T}\right)^{-1}\right)^{T}$$
 (Y•)

که در آن  $c_{\rm gg}$  میتواند از دادههای گرانی به دست آید. این رابطه یک مدل اولیه خیلی هموار را فراهم می کند.

۲- ماتریس  $c_{gg-exp}$  از روی دادههای گرانی و مطابق تعریف کوواریانس با شرط همگنی فضایی متوسط و ماتریس  $c_{gg-th}$  (۱۵) مطابق معادلات زیر به دست می آیند (۱۵) مطابق معادلات زیر به دست می آیند (2010):

$$c_{gg-exp} = g_{obs}g_{Obs}^{T} \tag{1}$$

$$c_{\text{gg-th}} = Gc_{\text{op}}G^{\text{T}} + c_0 \tag{77}$$

در این روابط زیرنویس  $\exp$  و th به ترتیب نشان دهنده تجربی و تئوری هستند.

۳- هر دو ماتریس به بردارهای  $V_{th}$  و  $V_{exp}$  تبدیل میشود. برای این منظور کافی است تا به عنوان مثال یک ماتریس  $\pi*\pi$  بدون در نظر گرفتن ملاحظات خاصی به یک بردار سطری  $\pi*1$  تبدیل شود.

در مرتبه کاهشی یا افزایشی از لحاظ مقدار عددی  $V_{th}$  -۴ منظم میشود و همان مرتبه برای  $V_{\rm exp}$  به کار گرفته میشود.

رابطه زیر به دست میآید (مستهبندی  $N_{lag}$  می میشوند و متوسطی برای هر گام محاسبه میشود ( $\overline{V}_{exp[i]}$  و  $\overline{V}_{th[i]}$ ) بین  $V_{exp}$  و طبق  $V_{exp}$  میشوند (MAE) بین مطلق متوسط (Shamsipour et al,2010):

$$MAE = \frac{1}{N_{\text{tot}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{larg}}} N_{i} | v_{\text{th}[i]} - v_{\text{exp}[i]} |$$
 (YT)

و  $lag_i$  که در آن  $N_i$  تعداد جفتها برای هر گام  $N_i$  و  $N_i$  است.

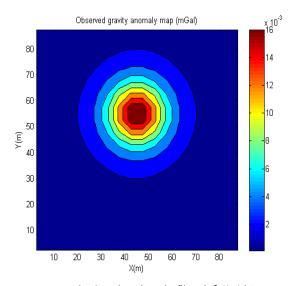
 $c_{\rho\rho}$  مطلق متوسط با تصحیح کوواریانس مدل کمینه میشود. برای کمینهسازی، از روش بهینهسازی سیمپلکس (الگوریتم نلدر- مید) استفاده میشود. این الگوریتم در متلب به وسیله تابعی با نام Fminsearch معرفی شده است.

#### نشریه پژوهشهای ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۳، شماره ۱، ۱۳۹۶.

در واقع با استفاده از این الگوریتم به جای آنکه به شیوه معمول محاسبه واریوگرامها، روی فواصل اقلیدسی بین نقاط نمونهبرداری شده متوسطگیری از طریق فواصل ساختاری بین نقاط نمونه انجام شده است.

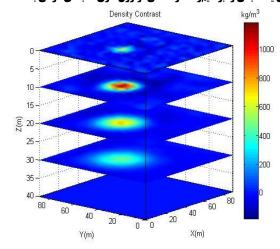
## ٣- مدل مصنوعي

نتایج وارونسازی در شکلهای T تا S به ترتیب برای وضعیتهای بدون نوفه در مقاطع افقی و قائم و با وجود نوفه S در در همان مقاطع نشان داده شده است. همانطور که در شکلها نیز دیده می شود، مکعب مذکور با دقت خوبی بازسازی شده است و ابعاد و تباین چگالی مدل حاصل نزدیک به مدل اصلی است.

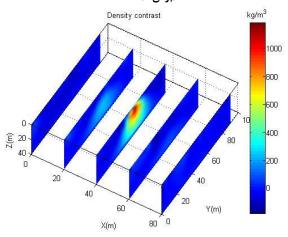


شکل ۲: گرانی باقیمانده ناشی از مدل مکعبی.

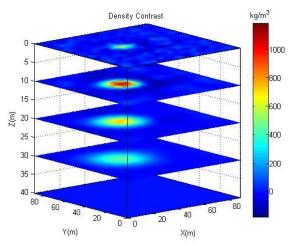
#### خالقي يله كنبدي و ابراهيمزاده اردستاني، وارونسازي سهبعدي كراني با استفاده از الكوريتم تصادفي كوكريجينك، كاربرد ...، صفحات ٩٧-٨٧.



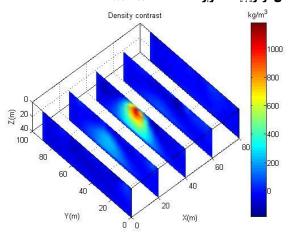
شکل ۳: نتایج وارونسازی برای مدل مکعبی در وضعیت بدون نوفه (برش z).



شکل ۴: نتایج وارونسازی برای مدل مکعبی در وضعیت بدون نوفه (برش x).



شکل ۵: نتایج وارون سازی برای مدل مکعبی در وضعیت با نوفه ۵ درصد (برش z).



شکل  $\varepsilon$ : نتایج وارون سازی برای مدل مکعبی در وضعیت با نوفه  $\varepsilon$  درصد (برش  $\varepsilon$ ).

## ۴– دادههای واقعی

در این بخش دادههای گرانی برداشت شده روی معدن منگنز صفو برای وارون سازی استفاده می شود. عملیات برداشت، پردازش و تفسیر این دادهها توسط بخش گرانی سنجی موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران انجام شده است.

## ۴- ۱- زمینشناسی منطقه

کانسار منگنز صفو (Safo) در شمال غرب ایران و در فاصله حدود ۲۵ کیلومتری شمال شهر چالدران واقع است. این منطقه به لحاظ ساختاری و زمینشناسی در زون افیولیتی شمال باختر کشور موسوم به افیولیت خوی جای دارد (امامعلی پور، ۱۳۸۴). در افیولیت خوی کانه زایی عموماً از نوع نهشتههای منگنز، منگنز- آهن، آهن و منگنز- آهن- مس هستند.

کانسنگ نهشته صفو از نظر کانیشناسی ترکیب سادهای دارد. بر پایه مطالعات انجام گرفته پیرولوسیت، بیکسبیت و براونیت کانههای منگنز موجود در بخشهای گوناگون نهشته مزبور هستند که در این میان پیرولوسیت کانه غالب و فراوان منگنز در ذخیره است (امامعلی پور، ۱۳۸۴). هماتیت کمابیش با کانههای منگنز در بیشتر موارد حضور دارد. کلسیت و کوارتز کانیهای باطله اصلی کانسنگ هستند. باریت و در مواردی آنیدریت تنها در مقادیر اندک در برخی نمونهها گزارش شده است. مقدار اکسید منگنز در بخشهای مختلف نهشته صفو بین ۱۳/۴ تا ۶۹/۱ درصد است. ماده معدنی به صورت تودهای وجود دارد.

## ۲-۴ پردازش و آمادهسازی دادهها

محل مورد نظر پیرامون یکی از بیرونزدگیهای معادن منگنز صفو و در مستطیلی که گوشه منتهیالیه جنوب غربی آن به مختصات ۴۳۸۲۷۶ و گوشه شمال شرقی آن به مختصات ۴۳۸۶۷۹ و ۴۳۴۲۹۷۱ در سیستم تصویر UTM هستند، قرار دارد. این منطقه در زون ۳۸۶ واقع است. البته در این محدوده در گوشه

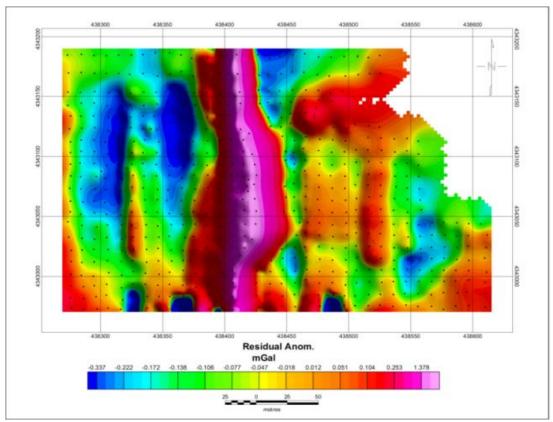
شمال شرقی شبکه به علت عوارض توپوگرافی داده گرانی کمتری برداشت شده است. در این پیمایش از دستگاه (CG3) با دقت گروه میکروگال استفاده شده است. ارتفاع نقاط ایستگاهی توسط گروه نقشه بردار و با استفاده از دوربین توتال استیشن مدل CG3 با دقت CG3 میلی متر در مختصات افقی و قائم اندازه گیری

شدهاند. عملیات گرانی سنجی روی شبکهای شامل ۴۰۴ نقطه

برداشت با فاصله ایستگاهی بین  $\alpha$  تا ۱۰ متر انجام شده است. شکل  $\alpha$  نقشه بی هنجاری باقیمانده را برای این ناحیه نشان می دهد که یک کشیدگی در راستای شمالی-جنوبی با شدت بالا مربوط به توزیع ماده معدنی در آن آشکار است. این نقشه بی هنجاری باقیمانده با اعمال روش برازش چند جمله ای روی مقادیر آنومالی بوگه با استفاده

از نرمافزار ژئوسافت (Oasis Montaj 8) تهیه شده است.

نشریه پژوهشهای ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۳، شماره ۱، ۱۳۹۶.



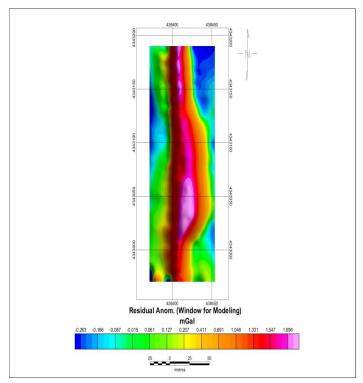
شكل ٧: نقشه بي هنجاري باقيمانده سايت معدني صفو.

## ۴-۳- وارون سازی دادههای واقعی برداشت

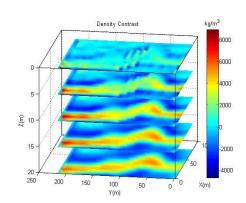
با توجه به شبکه گرانی در اختیار از یک شبکه مستطیلی به ابعاد  $Y\Lambda * Y18$  مترمربع (شکل  $\Lambda$ ) با فاصله نمونهبرداری  $\mathcal{F}$  متر استفاده شده است. برای دستیابی به عمق توده، عمقهای مختلفی مورد بررسی قرار گرفت؛ اما با توجه به کدهای نوشته شده برای این روش و با توجه به اینکه فاصله نمونهبرداری  $\mathcal{F}$  متر در نظر گرفته شده است عمقهای آزمایشی میباید مضربی از  $\mathcal{F}$  باشند. پس از بررسیهای لازم مشخص شد که عمق کمینه توده در  $\mathcal{F}$  متری و عمق بیشینه آن در  $\mathcal{F}$  متری است، بنابراین برای نشان دادن نتایج وارون عمق  $\mathcal{F}$  متری در رسمها در نظر گرفته شد. قابل ذکر است که برنامه مذکور متری بررسی عمقهای بیشتر را نیز دارد. از طرفی می توان فاصله امکان بررسی عمقهای بیشتر را نیز دارد. از طرفی می توان فاصله نمونهبرداری در عمق را به دلخواه تغییر داد، اما هرچه فاصله نمونهبرداری کمتر باشد، قدرت تفکیک هم بیشتر و حجم محاسبات نمونهبرداری کمتر باشد، قدرت تفکیک هم بیشتر و حجم محاسبات

با توجه به ابعاد شبکه و عمق انتخابی تعداد نقاط گرانی  $^{8}$  و تعداد پارامترهای مدل  $^{8}$  است. مقدار خطای دادههای گرانی  $^{9}$  درصد در نظر گرفته شده است. نتایج وارون سازی در شکلهای  $^{9}$  و نشان داده شده است. برای مشخص شدن گسترش عمقی توده یکبار در شکل  $^{9}$  برشهایی تا عمق  $^{7}$  متری و بار دیگر در شکل  $^{9}$  برشهایی تا عمق  $^{7}$  متری و بار دیگر در شکل  $^{9}$  برشهایی تا عمق  $^{8}$  متری زده شده است.

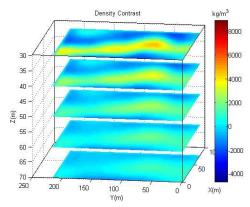
بر اساس بازسازی مدل، روند شمالی- جنوبی توده که در نقشههای بیهنجاری باقیمانده شکلهای Y و A دیده میشود، در وارونسازی دادهها در شکلهای P و P نیز دیده میشود. همانطور که در شکل P دیده میشود، از عمق P متری توده کم کم پدیدار میشود و مطابق شکل P نیز گسترش عمقی توده تا حدود P متری بوده است که این نتایج از لحاظ عمق و چگالی در تطابق خوبی با اطلاعات به دست آمده از حفاری توسط شرکت اسپادانا است. این



شکل ۸: نقشه بی هنجاری باقیمانده سایت صفو در شبکه برداشت.



شکل ۹: نتایج وارون سازی دادههای گرانی در سایت معدنی صفو.



شکل ۱۰: نتایج وارون سازی روی سایت معدنی صفو.

امامعلی پور، ع.، ۱۳۸۴، بررسی ژئوشیمی، کانی شناسی و منشأ کانسار منگنز صفو (جنوب باختر ماکو)، نهمین همایش انجمن زمین شناسی ایران، ۲۵۶–۲۶۹، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

- حسنى پاك، ع. ١.، ١٣٧٧، زمين آمار، انتشارات دانشگاه تهران.
- Asli, M., Marcotte, D. and Chouteau, M., 2000, Direct inversion of gravity data by cokriging, in W. Kleingeld and D. Krige, eds., Geostats 2000, Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Geostatistics Congress, pp. 64–73.
- Blakely, R.J., 1996, Potential theory in gravity and magnetic applications, Cambridge University Press.
- Chasseriau, P. and Chouteau, M., 2003, 3D gravity inversion using a model of parameter covariance, Journal of Applied Geophysics, 52, 59-74.
- Chiles, J.P. and Delfiner, P., 1999, Geostatistics, Modeling Spatial Uncertainty, Wiley.
- Gloaguen E., Marcotte, D. and Chouteau, M., 2005, Borehole radar velocity inversion using cokriging and cosimulation, Journal of Applied Geophysics, 57, 242-259.
- Menke, W., 1984, Geophysical Data Analysis, Discrete Inverse Theory.
- Myers, D.E., 1982, Matrix formulation of cokriging, Mathematical Geology, 14, 249-257.
- Shamsipour, P., Chouteau, M. and Marcotte, D., 2011, 3D stochastic inversion of magnetic data, Journal of Applied Geophysics, 73, 336-347.
- Shamsipour, P., Marcotte, D. and Chouteau, M., 2012, 3D stochastic joint inversion of gravity and magnetic data, Journal of Applied Geophysics, 79, 27-37.
- Shamsipour, P., Marcotte, D., Chouteau, M. and Keating, P., 2010, 3D stochastic inversion of gravity data using cokriging and cosimulation, Geophysics, 75 (1), 111-110.

## ۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، وارون سازی تصادفی سهبعدی دادههای گرانی به روش زمین آماری کو کریجینگ استفاده شد. سطح زیرین منطقه مورد مطالعه به تعدادی منشور قائم تقسیم شد و هدف از وارون سازی یافتن چگالی هر یک از این منشورها در نظر گرفته شد. به منظور دستیابی به جوابهایی که از یکتایی و پایداری قابل قبولی برخوردار باشند از ماتریسهای کواریانس چگالی و گرانی در تابع هدف استفاده شد که هر دوی این ماتریسها با استفاده از دادههای گرانی محاسبه شدند. الگوریتم روش روی یک مکعب به عنوان داده مصنوعی و در محدوده معدن صفو به عنوان داده واقعی مورد ارزیابی قرار گرفت. محدوده معدن روش روی این دو دسته از دادهها به شرح زیر هستند:

- با اعمال روش کوکریجینگ روی مدل مکعبی منفرد در وضعیت بدون اعمال نوفه تصادفی به نتایج خوبی در مورد چگالی تخمینی و عمق توده دست یافتیم؛ اما تخمین همواری از شکل توده به دست آمد.
- نتایج روش کوکریجینگ روی مدل مکعبی منفرد در وضعیت اعمال نوفه تصادفی نیز به خوبی تطابق چگالی تخمینی و عمق توده را نشان میدهد؛ اما این بار هم تخمین همواری از شکل توده به دست آمد.
- با اعمال روش کوکریجینگ روی دادههای واقعی سایت معدن منگنز صفو مشاهده شد که نتایج از لحاظ عمق و چگالی در تطابق خوبی با اطلاعات به دست آمده از حفاری است. همچنین شکل توده زیرسطحی به خوبی بازیابی شد.
- از آنجا که در روش کوکریجینگ می توان بیش از یک متغیر ثانوی تعریف کرد، پیشنهاد می شود از متغیرهای ثانویه بیشتری مانند چگالی معلوم برخی از سلولها یا گرادیان چگالی سلولهای مجاور به منظور بهبود جوابها استفاده کرد.

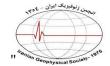
## 8- مراجع

ابراهیمزاده اردستانی، و.، ۱۳۸۹، گرانی سنجی کاربردی (اکتشاف کانی، زمینشناسی مهندسی)، انتشارات دانشگاه تهران.

#### JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS



## (JRAG) 2017, Vol 3, No 1 (DOI): 10.22044/JRAG.2017.884



# Three-dimensional gravity inversion using co-kriging stochastic algorithm; application of the method on the gravity data from Safoo mine site

Mansoureh Khaleghi Yalegonbadi<sup>1\*</sup> and Vahid Ebrahimzadeh Ardestani<sup>2</sup>

1- M.Sc. Student, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran
2- Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran/Center of Excellence in Survey Engineering and Disaster
Management, Tehran, Iran

Received: 16 July 2016; Accepted: 27 February 2017

Corresponding author: khaleghi.m90@gmail.com

Keywords	Extended Abstract
Gravimetry	Summary
3D Inversion	In this paper, 3D inversion of gravity data for determination of subsurface
Co-Kriging	density distribution is made using geostatistical co-kriging method. Co-kriging
Geostatistics	is a mathematical interpolation and extrapolation tool. It uses the spatial
Variogram	correlation between the secondary variables and a primary variable to improve
Safoo Mine	the estimation of the primary variable at un-sampled locations. The Co-kriging
	method gives weights to the data so as to minimize the estimation variance (the
	co-kriging variance). In this paper, the primary variable is density, (estimated by
, + " c p f " v j g	g " u g e q p fFor tleterimizacion la kerhed myatrik, the substurface krea is divided into large

number of rectangular blocks of known sizes and positions. The unknown density contrast of each prism is the parameter that should be estimated. In addition, the weighting matrix has also been used in order to improve the depth resolution. Preconditioned conjugate gradient method has been used for inversion. The computer program has been written in MATLAB and tested on synthetic gravity of a rectangular prism model. The results indicate that the geometry and density of the reconstructed model are close to those of the original model. The gravity data acquired in an area, which includes concealed manganese ore bodies (Safoo mine site), in northwest of Iran. The results show a density distribution in the subsurface from the depth of about 5 to 35-40 m. These results are in good agreement with the results of the borehole drilled in the site.

#### Introduction

We may encounter two problems in gravity data inversion: non-uniqueness and non-stability of solutions. The first one occurs for two reasons: The first reason is known as the theoretical ambiguity of the unknown nature of potential theory. The second reason is known as algebraic uncertainty, which is considered when the number of parameters is greater than the number of observations. The second problem may occur because of bad condition (ill-condition) of the kernel matrix and the presence of noise in the data. For finding a unique and stable solutionficonstraints should be considered in the objective function, and then, the new objective function, which is replaced the initial objective function, should be minimized.

## **Methodology and Approaches**

For determination of kernel matrix, the subsurface of the survey area is divided into a large number of rectangular prisms of known sizes and positions. The unknown density contrast of each prism is the parameter to be estimated. This kind of parameterization is flexible for the reconstruction of the subsurface model, but generates more unknown model parameters than observations (here N << M, where N is the number of data and M is the number of model parameters). Because the applied method is stochastic, the objective function involves the gravity covariance matrix and the density covariance matrix for uncertainty in the data and in parameters, respectively. In this study, the gravity, density, and gravity-density covariance matrices are estimated using the observed gravity data. Then, the densities are co-kiriged using the gravity data as the secondary variable. The co-variances Cgg and Cg are not stationary even on a horizontal plane due to the limited lateral extension of the underlying density model. The non-stationary nature of the gravity-gravity and gravity-density co-variances presents a problem for statistical inferencet Thus, traditional estimators such as

## JRAG, 2017, Vol 3, No 1.

variograms cannot be used directly, and the model parameters for density covariance are estimated via inversion. We have used the V-V plot approach that enables immediate generalization to the non-stationary case.

#### **Results and Conclusions**

By applying co-kriging stochastic algorithm on synthetic data in states of without and with random noise, good results for the density and depth of the model have been achieved. By applying the method on actual data from Safoo manganese mine site, the results obtained for the depth and density of the subsurface ore body are in good agreement with the results of drilling implemented in the mine site. Furthermore, as a result of applying the method on the data, general shape of the subsurface ore body was well determined.