



## وارون سازی سه بعدی گرانی با استفاده از الگوریتم تصادفی کوکریجینگ، کاربرد روش روی داده های سایت معدنی صفو

منصوره خالقی یله گنبدی<sup>۱\*</sup> و وحید ابراهیم زاده اردستانی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

۲- استاد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران / قطب علمی مهندسی نقشه برداری و مقابله با سوانح طبیعی، تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۲۶؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۰۹

\* نویسنده مسئول مکاتبات: [khaleghi.m90@gmail.com](mailto:khaleghi.m90@gmail.com)

### چکیده

در این مقاله وارون سازی سه بعدی داده های گرانی برای تعیین توده زیرسطحی به روش زمین آماری کوکریجینگ بررسی شده است. سطح زیرین در ناحیه برداشت داده های گرانی، به تعداد زیادی مکعب با ابعاد و موقعیت معلوم تقسیم شده است. تباین چگالی مجهول هر یک از این مکعب ها (به عنوان پارامتری که باید تخمین زده شود)، در نظر گرفته شده است. از آنجا که این نوع وارون سازی از نوع تصادفی به شمار می آید؛ تابع هدف شامل ماتریس کواریانس گرانی و ماتریس کواریانس چگالی برای در نظر گرفتن عدم قطعیت به ترتیب در داده ها و پارامترهاست. علاوه بر آن از ماتریس وزن دهی عمقی به منظور جلوگیری از انقباض توده به سمت سطح نیز استفاده شده است. برای وارون سازی رابطه وارون از روش گرادیان مزدوج پیش شرط (PCG) استفاده شده است. برنامه کامپیوتری به زبان متلب نوشته شده است و این برنامه روی یک مدل مکعبی به عنوان مدل مصنوعی آزمایش شده است. نتایج از نظر چگالی و موقعیت در تطابق خوبی با مدل مکعبی است. در انتها داده های گرانی برداشت شده روی معدن منگنز صفو واقع در شمال غرب ایران با استفاده از برنامه وارون سازی مذکور برگردان و مدل سازی شده اند. نتایج وارون سازی توزیع ماده معدنی توده ای با گسترش عمقی ۵ تا حدود ۳۵ متری را نشان می دهد؛ که با نتایج حاصل از حفاری انطباق دارد.

### واژگان کلیدی

گرانی سنجی  
وارون سازی سه بعدی  
کوکریجینگ  
زمین آمار  
واریوگرام  
معدن صفو

## ۱- مقدمه

هدف از وارون سازی داده های گرانی تخمین پارامترهایی نظیر چگالی و هندسه جسم زیرسطحی با استفاده از داده های گرانی مشاهده ای در سطح از طریق یک مدل پیشرو است. یک روش انعطاف پذیر برای تشریح مدل، تقسیم زیر سطح به تعدادی سلول منشوری است؛ که اندازه و موقعیت معلومی دارند. تباین چگالی ها درون هر سلول ثابت فرض می شوند. در این صورت پارامترهایی که باید تخمین زده شوند، چگالی سلول ها هستند.

وارون سازی داده های گرانی با دو مسئله اساسی یعنی عدم یکتایی (non-uniqueness) جواب ها و ناپایداری (non-stability) آن ها همراه است. مسئله اول به دو دلیل اتفاق می افتد. دلیل اول که تحت عنوان ابهام نظری شناخته می شود؛ از ماهیت تئوری پتانسیل (بلیکلی، ۱۹۹۵) ناشی می شود؛ که فرضی در مورد شکل منبع ها یا توزیع چگالی ها در نظر نمی گیرد. به طوری که تعداد زیادی از توزیع های چگالی هم ارز زیر سطح، میدان مشخصی را در سطح تولید خواهند کرد. دلیل دوم که تحت عنوان ابهام جبری در نظر گرفته می شود، زمانی به وجود می آید که تعداد پارامترها (که در اینجا چگالی سلول هاست) بیشتر از تعداد مشاهدات در سطح زمین (که همان گرانی مشاهده شده در ایستگاه های گرانی است) باشد. در نتیجه سیستم اطلاعات کافی برای تعیین یکتای همه پارامترهای مدل فراهم نمی کند. مسئله دوم نیز ناشی از دو دلیل است: دلیل اول بد شرط (ill-condition) بودن ماتریس کرنل و دلیل دوم ناشی از وجود نوفه در داده های گرانی است. به منظور حصول جواب هایی که هم یکتا باشند و هم از پایداری لازم برخوردار باشند، قیودی باید در تابع هدف وارد شود؛ تا سبب کمینه شدن تابع هدف جدید (جایگزین تابع هدف اولیه) شود.

برای این منظور (Green 1975) از یک ماتریس وزن دهی اختصاصی برای ثابت نگاه داشتن تعدادی از پارامترها زمانی که اطلاعات زمین شناسی یا چگالی در دسترس بود، استفاده کرد. لست و کوبیک (Last and Kubik 1983) از یک حل فشرده با یک قید حجمی کمینه استفاده کردند. (Pilkington 1997) از توزیع چگالی هموار یا خشن به منظور کنترل گرادیان های پارامتر در جهات فضایی در وارون سازی داده های مغناطیسی بهره برد. Li and Oldenburg (1998) کاهش حساسیت سلول ها با عمق را از طریق وزن دهی به سلول های عمقی خنثی کردند. سایر روش های وارون سازی سه بعدی به تعریف قدرت تفکیک عمقی منجر شد؛ که توسط Fedi and Rapolla (1999) ارائه شد. استفاده از اطلاعات اولیه در شکل کواریانس پارامتر توسط (Tarantola and Valette 1982) مطرح شد. (Montagner and Jobert 1988) از تابع کواریانس نمایی که در آن نرخ نزول نما طول همبستگی پارامترها را تعیین می کردند، استفاده نمودند.

روش زمین آماری کوکریجینگ در وارون سازی داده های گرانی برای اولین بار توسط (Asli et al 2000) به کار گرفته شد. آن ها آنومالی های گرانی کوکریج شده را برای به دست آوردن چگالی سلول ها استفاده کردند. آن ها نشان دادند که چگونه مدل کواریانس می تواند روی داده های گرانی با استفاده از اطلاعات اولیه به منظور انتخاب مدل تنظیم شود. (Gloaguen et al 2005, 2007) از روش زمین آماری کوکریجینگ و شبیه سازی توأم برای تعیین سرعت امواج رادار استفاده کردند. همچنین (Bosch and McGaughey 2001) و (Bosch et al 2001) از قیود زمین آماری برای وارون سازی داده های گرانی با استفاده از روش های مونت کارلو استفاده کردند. وارون سازی اتفاقی خطی اولین بار توسط (Franklin 1970) شرح داده شد و سپس توسط (Tarantola and Valette 1982) عمومی شد. (Chasseriau and Chouteau 2003) نیز وارون سازی داده های گرانی را با استفاده از مدل کواریانس پارامتر انجام دادند؛ که چون روش آن ها قیود غیرخطی روی چگالی را در نظر می گرفت، بنابراین آن دو از روش تکرار که توسط (Tarantola and Valette 1982) ارائه شده بود، استفاده کردند.

در این مقاله از روش (Asli et al 2000) که توسط (Shamsipour et al 2010) بسط و توسعه داده شده است، استفاده می شود. با توجه به این که از روش زمین آماری کوکریجینگ در حل مسئله وارون استفاده شده و از روش های تصادفی شناخته می شود؛ از ماتریس های کواریانس گرانی و چگالی به عنوان قید استفاده شده است.

در ادامه بحث نخست تئوری روش مورد استفاده به اختصار بررسی خواهد شد و سپس نتایج وارون سازی داده های حاصل از مدل مصنوعی نشان داده می شود. در انتها نیز داده های گرانی برداشت شده در ناحیه معدن منگنز صفو مدل سازی می شود.

## ۲- مدل سازی وارون

### ۲-۱- مدل پیشرو

مدل سازی به طور کلی با سه مفهوم داده، پارامتر و مدل سر و کار دارد. منظور از داده، مقادیر گرانی مشاهده ای در سطح است؛ که به وسیله دستگاه های گرانی سنجی اندازه گیری می شود. منظور از پارامتر، مقادیر چگالی زیرسطحی است؛ که باید تخمین زده شوند. ارتباط بین مقادیر معلوم گرانی و مقادیر مجهول چگالی را مدل مشخص می کند؛ که با رابطه زیر نشان داده می شود:

$$d = G * m \quad (1)$$

که در آن،  $d$  بردار داده،  $m$  پارامتر و  $G$  ماتریس کرنل است؛ بنابراین ابتدا لازم است مدلی برای برقراری ارتباط بین داده ها و پارامترها تعریف شود. معمول ترین روش ارزیابی گرانی از چگالی بر

$$g_{n^q} = G_{n^q m} \rho_{m^q} \quad (4)$$

$$g_{obs} = g + e \quad (5)$$

در رابطه آخر خطای داده‌برداری (e) به مقادیر مشاهده‌ای افزوده شده است.

## ۲-۲- کوکریجینگ

حال که مدل پیشرو تعریف شد؛ لازم است تا روش برگردان داده‌ها که به وسیله آن می‌توان به جواب‌هایی یکتا و پایدار رسید، تشریح شود. روش مذکور که کوکریجینگ نام دارد، روشی است که از همبستگی فضایی بین متغیر اولیه (در اینجا چگالی که نمونه‌های بسیار کمی از آن در دسترس است و یا نمونه‌ای از آن موجود نیست) و متغیر ثانویه (در اینجا داده‌های گرانی‌سنجی که نمونه‌های زیادی از آن در دسترس است) برای تخمین متغیر اولیه در نقاط نمونه‌برداری نشده استفاده می‌کند. در واقع کوکریجینگ یک ابزار درونیابی و برون‌یابی است. روش کوکریجینگ وزن‌هایی را به داده‌ها اختصاص می‌دهد؛ به طوری که واریانس تخمین (واریانس کوکریجینگ) را کمینه می‌کند.

برای یافتن روابط کوکریجینگ ابتدا فرض می‌شود داده‌های تجربی به صورت زیر تعریف شده باشند (Myers, 1982):

$$(z_j(x_i), j=1,2,\dots,m, i=1,2,\dots,n) \quad (6)$$

که در آن m تعداد متغیرهای ناحیه‌ای است که در اینجا چون فقط از داده‌های گرانی استفاده می‌شود، تعداد آن برابر یک است و n تعداد نقاط نمونه‌برداری شده است؛ که در اینجا برابر با تعداد نقاط گرانی است. مقدار تخمین به روش کوکریجینگ در نقطه  $x_0$  برای m متغیر ناحیه‌ای از ترکیب خطی  $n^*m$  داده به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \wedge_i z(x_i) \quad (7)$$

که در آن:

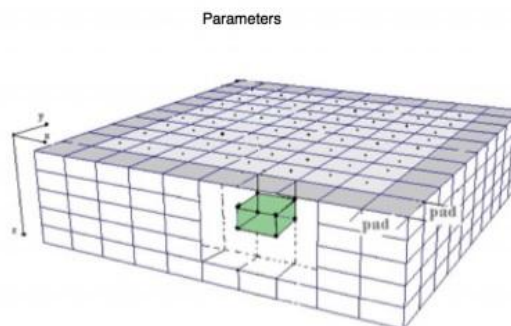
$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix}$$

$$z^* = \begin{bmatrix} z_1^* \\ \vdots \\ z_m^* \end{bmatrix}$$

$$\wedge_i = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^i & \lambda_{12}^i & \dots & \lambda_{1m}^i \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \lambda_{m1}^i & \lambda_{m2}^i & \dots & \lambda_{mm}^i \end{bmatrix}$$

همچنین در روابط بالا  $\wedge_i$  وزن بهینه‌ای است که باید به دست بیاید. چون کوکریجینگ وزن‌هایی را به داده‌ها اختصاص می‌دهد که به واسطه آن واریانس تخمین کمینه می‌شود؛ بنابراین ابتدا باید از روی رابطه (۷) واریانس تخمین را یافت و سپس آن را

اساس قانون نیوتن این است که دامنه سه‌بعدی به اجسامی که هندسه ساده و چگالی ثابتی دارند، تقسیم شود. در این مقاله برای سهولت، دامنه مطالعه شده به تعدادی متناهی منشور قائم با چگالی ثابت تقسیم شده است (شکل ۱).



شکل ۱: تقسیم‌بندی سطح زیرین به تعدادی منشور مکعبی.

فرمول زیر گرانی تولید شده توسط منشور  $b_i$  با چگالی  $\rho_i$  در نقطه‌ای به مختصات  $x_0 = (x_0, y_0, z_0)$  را نشان می‌دهد که در آن بردار  $x_0$  در نقطه‌ای به مختصات  $(x_0, y_0, z_0)$  واقع است (Hazz, 1953):

$$g(x_0, b_i, \rho_i) = -\gamma \rho_i \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[ \begin{aligned} & x_i \ln(y_i + r_{ijk}) + \\ & y_i \ln(x_i + r_{ijk}) - \\ & z \arctan \left( \frac{x_i y_i}{z r_{ijk}} \right) \end{aligned} \right] \quad (2)$$

که در آن

$$x_i = x_0 - \xi_i$$

$$y_i = y_0 - \eta_j$$

$$z_k = z_0 - \zeta_k$$

$$r_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$$

$\gamma$  ثابت جهانی گرانش و  $\xi$ ،  $\eta$  و  $\zeta$  هشت گوشه منشور  $b_i$  را مشخص می‌کنند.

برای یافتن اثر گرانی ناشی از m منشور در همان نقطه که حجم کل شکل را در برمی‌گیرد، از رابطه زیر استفاده می‌شود (Shamsipour et al, 2010):

$$g(x_0) = \sum_{i=1}^m g(x_0, \rho_i, b_i) \quad (3)$$

و نهایتاً برای محاسبه اثر گرانی سطح زیرین در n نقطه مشاهده از رابطه زیر در شکل ماتریسی استفاده می‌شود (Shamsipour et al, 2010):

## ۲-۳- وارون سازی از طریق کوکریجینگ

ماتریس های کوواریانس گرانی و چگالی-گرانی مورد نیاز برای تعیین وزن های بهینه در رابطه (۷) به ترتیب از روابط زیر به دست می آیند (Shamsipour et al, 2010):

$$c_{gg} = Gc_{pp}G^T + c_0 \quad (15)$$

$$c_{gp} = Gc_{pp} \quad (16)$$

در رابطه (۱۵)،  $c_0$  ماتریس کواریانس خطای گرانی وابسته به خطای داده ها (e) است. همان طور که مشخص است، در این روابط نیز ماتریس کوواریانس چگالی نامعلوم است. در واقع تخمین چگالی وابسته به یافتن این ماتریس است؛ که نحوه یافتن آن در بخش بعدی توضیح داده می شود. آنچه تاکنون گفته شد را می توان در یک رابطه عددی به صورت زیر خلاصه کرد:

$$\rho^* = c_{pp}G^T(Gc_{pp}G^T + c_0)^{-1}g \quad (17)$$

## ۲-۴- ماتریس وزن دهی عمقی

با توجه به این که دامنه ماتریس کرنل به سرعت با عمق کاهش می یابد، بنابراین پاسخ های مسئله وارون در سطح متمرکز می شوند. برای اجتناب از این وضعیت، لازم است یک ماتریس وزن دهی عمقی W برای افزایش قدرت تفکیک قائم و در واقع کاهش حساسیت بزرگ سلول های کم عمق به رابطه بالا به صورت زیر اضافه شود، در نتیجه داریم:

$$\rho^* = W^{-1}c_{pp}W^{-1}G^T(GW^{-1}c_{pp}W^{-1}G^T + c_0)^{-1}g \quad (18)$$

ماتریس وزن دهی عمقی به صورت زیر تعریف می شود (Boulanger and Chouteau, 2001):

$$W_i = \frac{1}{(z_i + \varepsilon)^\beta} \quad (19)$$

که در آن  $\varepsilon$  مقدار بسیار کوچکی است که برای جلوگیری از مبهم شدن عبارت، زمانی که  $z_i$  صفر است در مخرج اضافه شده و  $\beta$  مقدار ثابتی است که با آزمون و خطا از روی مدل مصنوعی به دست می آید و در اینجا معادل ۰/۹ در نظر گرفته شده است. برای محاسبه ماتریس معکوس در روابط (۱۷) و (۱۸) از روش گرادیان مزدوج پیش شرط (PCG) استفاده می شود.

## ۲-۵- تخمین کواریانس مدل

در حالت کلی برای یافتن ماتریس های کوواریانس  $c_{gp}$  و  $c_{gg}$  باید از ابزار واریوگرام استفاده کرد؛ اما چون در آن ها، ماتریس کرنل دخیل است و دامنه ماتریس کرنل به سرعت با عمق کاهش می یابد، بنابراین ماتریس های کوواریانس ناپیستا هستند و در تعیین آن ها نمی توان به طور مستقیم از واریوگرام ها استفاده کرد و پارامترهای مدل برای کوواریانس چگالی را باید از روش وارون سازی تخمین زد.

کمینه کرد؛ تا وزن های بهینه به دست آیند. رابطه کلی واریانس تخمین به صورت زیر است:

$$\sigma_E^2 = E\left(\left(Z^*(x_0) - Z(x_0)\right)^T \left(Z^*(x_0) - Z(x_0)\right)\right) \quad (8)$$

که در این روابط، T علامت ترانپوز ماتریس است. با جای گذاری مقادیر در رابطه بالا مقدار واریانس تخمین به صورت زیر به دست می آید (Myers, 1982):

$$\sigma_E^2 = \text{Tr}\left[\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^n \wedge_i^T c_{il} \wedge_l - 2 \sum_{i=1}^n \wedge_i^T c_{i0} + c_{00}\right] \quad (9)$$

که در آن،  $c_{i1}$  ماتریس کواریانس نمونه-نمونه،  $c_{i0}$  ماتریس کواریانس نمونه-نقطه و  $c_{00}$  ماتریس کواریانس نقطه-نقطه است.  $T_r$  نشان دهنده اثر ماتریس است. حال اگر از این رابطه نسبت به ماتریس وزنی مشتق گرفته و نتیجه برابر صفر قرار داده شود، جواب کوکریجینگ به صورت زیر به دست می آید:

$$C_{00}^\wedge = C_{i0} \quad (10)$$

حال اگر همین روابط برای گرانی به عنوان نقطه و چگالی به عنوان نمونه پیاده سازی شود با این فرض که چگالی و میدان گرانی همگنی فضایی متوسط دارند، بنابراین روابط به صورت زیر بازنویسی می شوند (Shamsipour et al, 2010):

$$E[\rho] = E[g] = 0 \quad (11)$$

$$\rho^* = \wedge^T g \quad (12)$$

$$E\left((\rho - \rho^*)(\rho - \rho^*)^T\right) = \quad (13)$$

$$c_{pp} - c_{gp}^T \wedge - \wedge^T c_{gp} + \wedge^T c_{gg} \wedge$$

$$C_{gg}^\wedge = C_{gp} \quad (14)$$

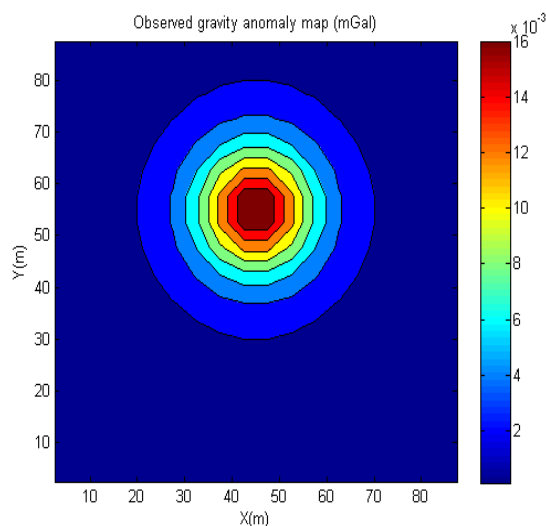
که در آن  $c_{gg}$  ماتریس کواریانس گرانی،  $c_{gp}$  ماتریس کواریانس چگالی،  $c_{gp}$  کواریانس متقابل بین گرانی و چگالی،  $\wedge$  بردار ضرایب وزن دهی،  $\rho$  و  $g$  متغیرهای کاتوره ای چندبعدی و  $\rho^*$  چگالی تخمین زده شده تعریف شده روی پایه بلوک است. در مواردی که چگالی متوسط انتظار می رود که به طور فضایی تغییر کند، یک میدان اولیه برای انتظار چگالی باید فراهم شود و پاسخ گرانی وابسته به آن باید از داده های مشاهده شده کم شود. میدان برای متوسط محلی بدون عدم قطعیت معلوم فرض می شود؛ سپس به گرانی و تباین چگالی بازگشته و روش شناسی پیشنهادی بکار گرفته می شود.

در واقع با استفاده از این الگوریتم به جای آنکه به شیوه معمول محاسبه واریوگرام‌ها، روی فواصل اقلیدسی بین نقاط نمونه‌برداری شده متوسط‌گیری انجام شود، این متوسط‌گیری از طریق فواصل ساختاری بین نقاط نمونه انجام شده است.

### ۳- مدل مصنوعی

برای آزمون روش کوکریجینگ از یک مدل مکعبی با ابعاد  $10 \times 10 \times 10$  متر در عمق ۱۰ متری، در فاصله افقی  $x$  بین ۴۰ تا ۵۰ متر،  $y$  بین ۵۰ تا ۶۰ متر و با تباین چگالی ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب استفاده شده است. ابعاد منطقه  $40 \times 90 \times 90$  متر و فاصله نمونه‌برداری در دو جهت ۵ متر است؛ بنابراین یک شبکه مربعی در اختیار داریم. تعداد منشورها (پارامترها) ۲۵۹۲ و تعداد نقاط مشاهده‌ای ۳۲۴ است. بازه مقادیر گرانی از ۰/۰۰۲ تا ۰/۰۱۶ میلی‌گال است (شکل ۲). نوفه گوسی ۵ درصد به داده‌ها افزوده شده است. مقدار  $\beta$  برابر ۰/۹ در نظر گرفته شده است.

نتایج وارون‌سازی در شکل‌های ۳ تا ۶ به ترتیب برای وضعیت‌های بدون نوفه در مقاطع افقی و قائم و با وجود نوفه ۵ درصد در همان مقاطع نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل‌ها نیز دیده می‌شود، مکعب مذکور با دقت خوبی بازسازی شده است و ابعاد و تباین چگالی مدل حاصل نزدیک به مدل اصلی است.



شکل ۲: گرانی باقیمانده ناشی از مدل مکعبی.

در اینجا از روش V-Vplot برای یافتن ماتریس کوواریانس چگالی استفاده می‌شود. الگوریتم این روش دارای مراحل زیر است (Asli et al, 2000):

۱- ابتدا یک طول کمینه به صورت زیر به دست آورد. مدل اولیه برای کوواریانس چگالی  $c_{pp}$  در نظر گرفته می‌شود. مدل کوواریانس چگالی اولیه می‌تواند از روی اطلاعات زمین‌شناسی در دسترس انتخاب شود. اگر این اطلاعات موجود نباشد، تخمین اول را می‌توان با استفاده از کوواریانس حل (Menke, 1989):

$$c_{pp} = G^T (gg^T)^{-1} c_{gg} \left( G^T (gg^T)^{-1} \right)^T \quad (20)$$

که در آن  $c_{gg}$  می‌تواند از داده‌های گرانی به دست آید. این رابطه یک مدل اولیه خیلی هموار را فراهم می‌کند.

۲- ماتریس  $c_{gg-exp}$  از روی داده‌های گرانی و مطابق تعریف کوواریانس با شرط همگنی فضایی متوسط و ماتریس  $c_{gg-th}$  از روی رابطه (۱۵) مطابق معادلات زیر به دست می‌آیند (Shamsipour et al, 2010):

$$c_{gg-exp} = g_{obs} g_{obs}^T \quad (21)$$

$$c_{gg-th} = G c_{pp} G^T + c_0 \quad (22)$$

در این روابط زیرنویس exp و th به ترتیب نشان‌دهنده تجربی و تئوری هستند.

۳- هر دو ماتریس به بردارهای  $v_{th}$  و  $v_{exp}$  تبدیل می‌شود. برای این منظور کافی است تا به عنوان مثال یک ماتریس  $3 \times 3$  بدون در نظر گرفتن ملاحظات خاصی به یک بردار سطری  $1 \times 9$  تبدیل شود.

۴-  $v_{th}$  در مرتبه کاهشی یا افزایشی از لحاظ مقدار عددی منظم می‌شود و همان مرتبه برای  $v_{exp}$  به کار گرفته می‌شود.

۵- بردارهای  $v_{th}$  و  $v_{exp}$  در گام‌های  $N_{lag}$  دسته‌بندی می‌شوند و متوسطی برای هر گام محاسبه می‌شود ( $\bar{v}_{th[i]}$  و  $\bar{v}_{exp[i]}$ ).

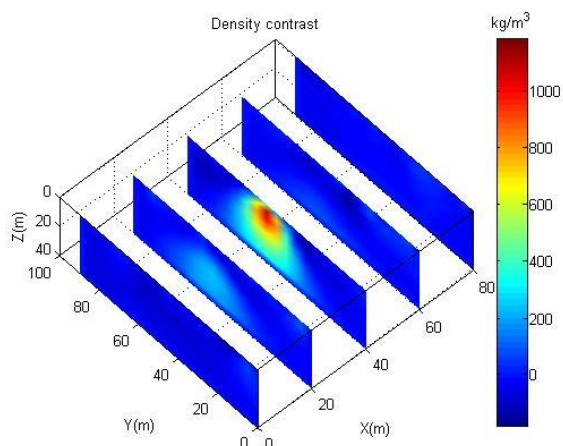
۶- خطای مطلق متوسط (MAE) بین  $v_{th}$  و  $v_{exp}$  طبق رابطه زیر به دست می‌آید (Shamsipour et al, 2010):

$$MAE = \frac{1}{N_{tot}} \sum_{i=1}^{N_{lag}} N_i \left| \bar{v}_{th[i]} - \bar{v}_{exp[i]} \right| \quad (23)$$

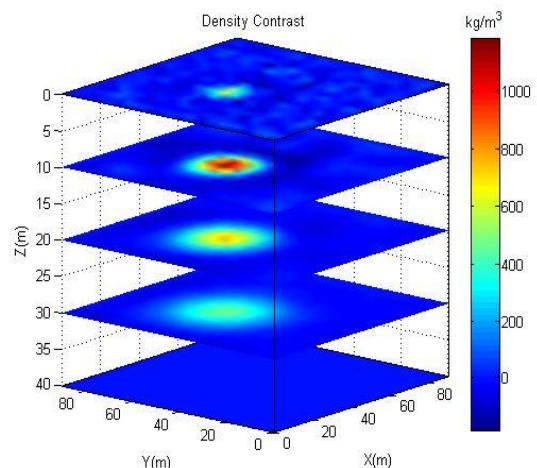
که در آن  $N_i$  تعداد جفت‌ها برای هر گام  $lag_i$  و

$$N_{tot} = \sum_{i=1}^{N_{lag}} N_i \text{ است.}$$

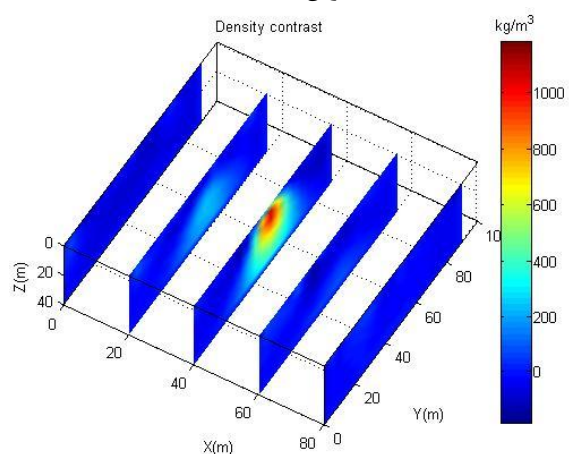
۷- خطای مطلق متوسط با تصحیح کوواریانس مدل  $c_{pp}$  کمینه می‌شود. برای کمینه‌سازی، از روش بهینه‌سازی سیمپلکس (الگوریتم نلدر-مید) استفاده می‌شود. این الگوریتم در متلب به وسیله تابعی با نام fminsearch معرفی شده است.



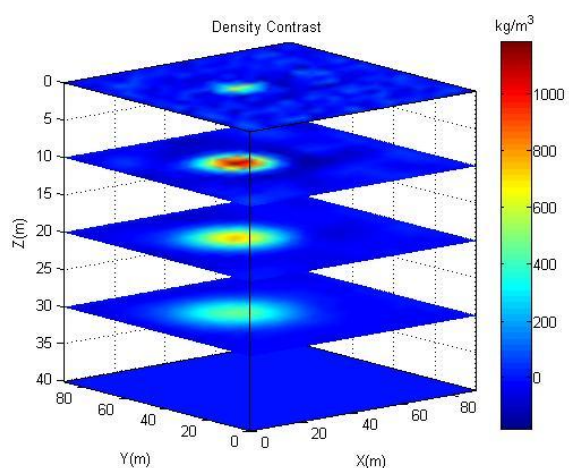
شکل ۵: نتایج وارون سازی برای مدل مکعبی در وضعیت با نوفه ۵ درصد (برش x).



شکل ۳: نتایج وارون سازی برای مدل مکعبی در وضعیت بدون نوفه (برش z).



شکل ۴: نتایج وارون سازی برای مدل مکعبی در وضعیت بدون نوفه (برش x).



شکل ۵: نتایج وارون سازی برای مدل مکعبی در وضعیت با نوفه ۵ درصد (برش z).

#### ۴- داده های واقعی

در این بخش داده های گرانی برداشت شده روی معدن منگنز صفو برای وارون سازی استفاده می شود. عملیات برداشت، پردازش و تفسیر این داده ها توسط بخش گرانی سنجی موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران انجام شده است.

##### ۴-۱- زمین شناسی منطقه

کانسار منگنز صفو (Safo) در شمال غرب ایران و در فاصله حدود ۲۵ کیلومتری شمال شهر چالدران واقع است. این منطقه به لحاظ ساختمانی و زمین شناسی در زون افیولیتی شمال باختر کشور موسوم به افیولیت خوی جای دارد (امامعلی پور، ۱۳۸۴). در افیولیت خوی کانه زایی عموماً از نوع نهشته های منگنز، منگنز- آهن، آهن و منگنز- آهن- مس هستند.

کانسنگ نهشته صفو از نظر کانی شناسی ترکیب ساده ای دارد. بر پایه مطالعات انجام گرفته پیرولولسیت، بیکسبیت و براونیت کانه های منگنز موجود در بخش های گوناگون نهشته مزبور هستند که در این میان پیرولولسیت کانه غالب و فراوان منگنز در ذخیره است (امامعلی پور، ۱۳۸۴). هماتیت کمابیش با کانه های منگنز در بیشتر موارد حضور دارد. کلسیت و کوارتز کانی های باطله اصلی کانسنگ هستند. باریت و در مواردی آنیدریت تنها در مقادیر اندک در برخی نمونه ها گزارش شده است. مقدار اکسید منگنز در بخش های مختلف نهشته صفو بین ۷/۴ تا ۶۹/۱ درصد است. ماده معدنی به صورت توده ای وجود دارد.

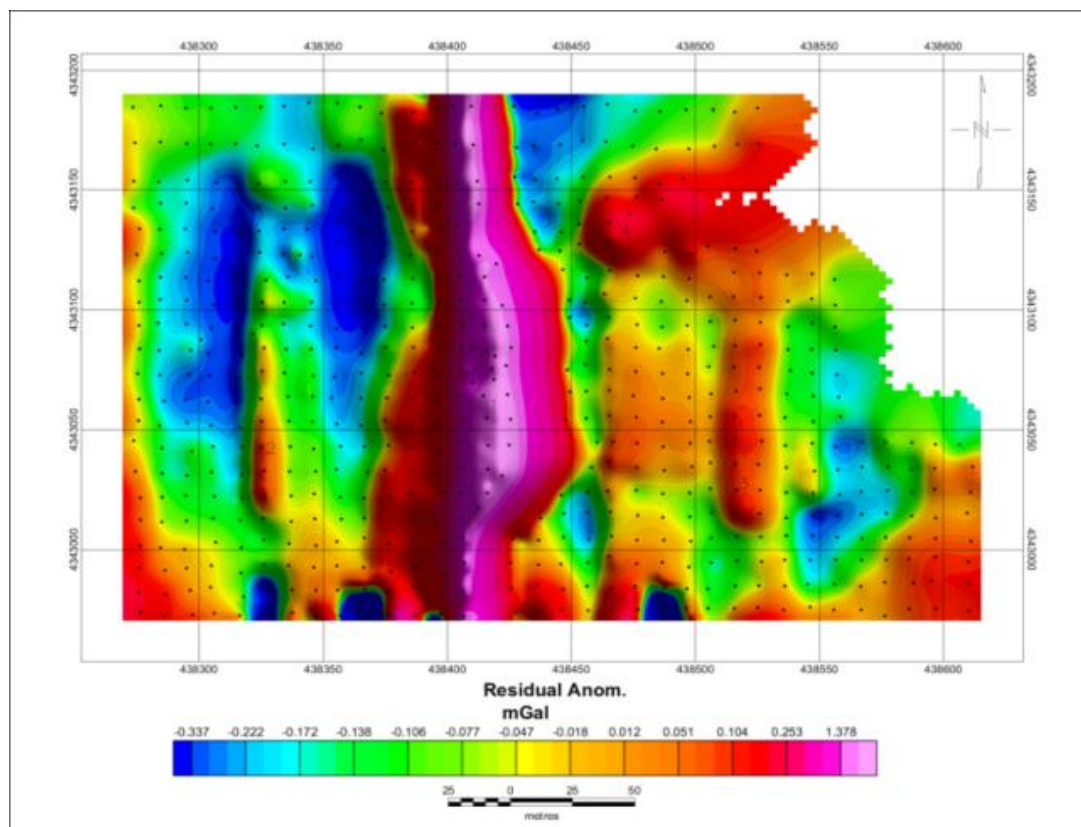
##### ۴-۲- پردازش و آماده سازی داده ها

محل مورد نظر پیرامون یکی از بیرون زدگی های معادن منگنز صفو و در مستطیلی که گوشه منتهی الیه جنوب غربی آن به مختصات ۴۳۸۲۷۶ و ۴۳۴۲۹۷۱ و گوشه شمال شرقی آن به مختصات ۴۳۸۶۰۹ و ۴۳۴۳۱۸۷ در سیستم تصویر UTM هستند، قرار دارد. این منطقه در زون ۳۸S واقع است. البته در این محدوده در گوشه

#### نشریه پژوهش‌های ژئوفیزیک کاربردی، دوره ۳، شماره ۱، ۱۳۹۶.

برداشت با فاصله ایستگاهی بین ۵ تا ۱۰ متر انجام شده است. شکل ۷ نقشه بی‌هنجاری باقیمانده را برای این ناحیه نشان می‌دهد که یک کشیدگی در راستای شمالی-جنوبی با شدت بالا مربوط به توزیع ماده معدنی در آن آشکار است. این نقشه بی‌هنجاری باقیمانده با اعمال روش برازش چندجمله‌ای روی مقادیر آنومالی بوگه با استفاده از نرم‌افزار ژئوسافت (Oasis Montaj 8) تهیه شده است.

شمال شرقی شبکه به علت عوارض توپوگرافی داده گرانی کمتری برداشت شده است. در این پیمایش از دستگاه CG3 با دقت ۵ میکروگال استفاده شده است. ارتفاع نقاط ایستگاهی توسط گروه نقشه‌بردار و با استفاده از دوربین توتال استیشن مدل Leica Tc 407 با دقت ۵-۱ میلی‌متر در مختصات افقی و قائم اندازه‌گیری شده‌اند. عملیات گرانی‌سنجی روی شبکه‌ای شامل ۶۰۴ نقطه



شکل ۷: نقشه بی‌هنجاری باقیمانده سایت معدنی صفو.

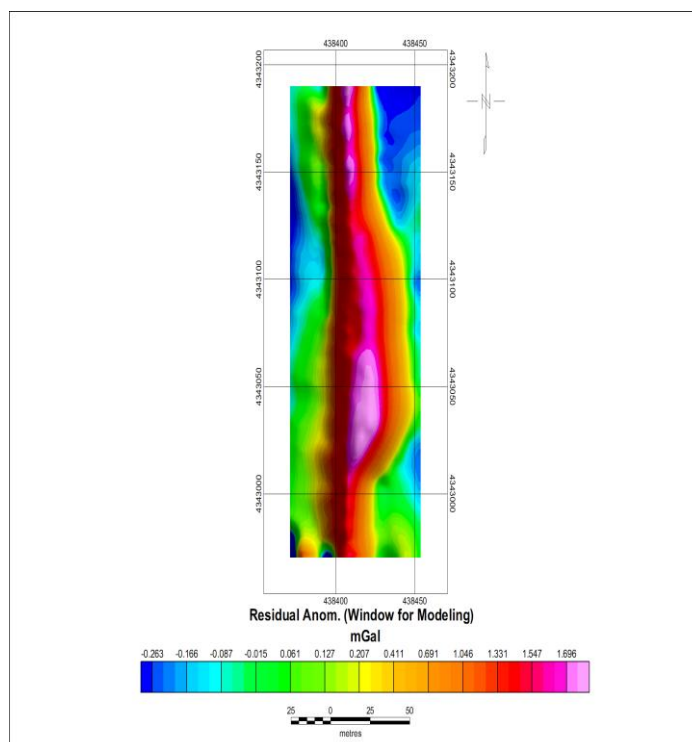
با توجه به ابعاد شبکه و عمق انتخابی تعداد نقاط گرانی ۴۶۸ و تعداد پارامترهای مدل ۷۴۸۸ است. مقدار خطای داده‌های گرانی ۵ درصد در نظر گرفته شده است. نتایج وارون سازی در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان داده شده است. برای مشخص شدن گسترش عمقی توده یکبار در شکل ۹ برش‌هایی تا عمق ۲۰ متری و بار دیگر در شکل ۹ برش‌هایی تا عمق ۷۰ متری زده شده است.

بر اساس بازسازی مدل، روند شمالی- جنوبی توده که در نقشه‌های بی‌هنجاری باقیمانده شکل‌های ۷ و ۸ دیده می‌شود، در وارون سازی داده‌ها در شکل‌های ۹ و ۱۰ نیز دیده می‌شود. همان‌طور که در شکل ۸ دیده می‌شود، از عمق ۵ متری توده کم کم پدیدار می‌شود و مطابق شکل ۹ نیز گسترش عمقی توده تا حدود ۴۰ متری بوده است که این نتایج از لحاظ عمق و چگالی در تطابق خوبی با اطلاعات به دست آمده از حفاری توسط شرکت اسپادانا است. این

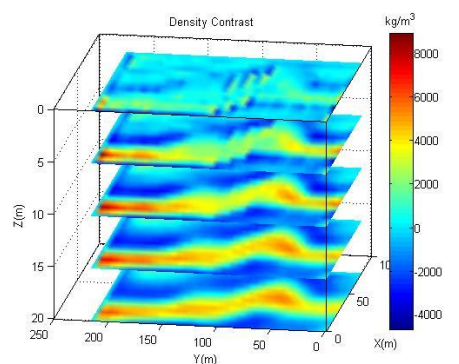
#### ۳-۴- وارون سازی داده‌های واقعی برداشت

با توجه به شبکه گرانی در اختیار از یک شبکه مستطیلی به ابعاد ۲۱۶\*۷۸ مترمربع (شکل ۸) با فاصله نمونه‌برداری ۶ متر استفاده شده است. برای دستیابی به عمق توده، عمق‌های مختلفی مورد بررسی قرار گرفت؛ اما با توجه به کدهای نوشته شده برای این روش و با توجه به اینکه فاصله نمونه‌برداری ۶ متر در نظر گرفته شده است عمق‌های آزمایشی می‌باید مضرری از ۶ باشند. پس از بررسی‌های لازم مشخص شد که عمق کمینه توده در ۵ متری و عمق بیشینه آن در ۳۵ متری است، بنابراین برای نشان دادن نتایج وارون عمق ۹۶ متری در رسم‌ها در نظر گرفته شد. قابل ذکر است که برنامه مذکور امکان بررسی عمق‌های بیشتر را نیز دارد. از طرفی می‌توان فاصله نمونه‌برداری در عمق را به دلخواه تغییر داد، اما هرچه فاصله نمونه‌برداری کمتر باشد، قدرت تفکیک هم بیشتر و حجم محاسبات افزایش می‌یابد.

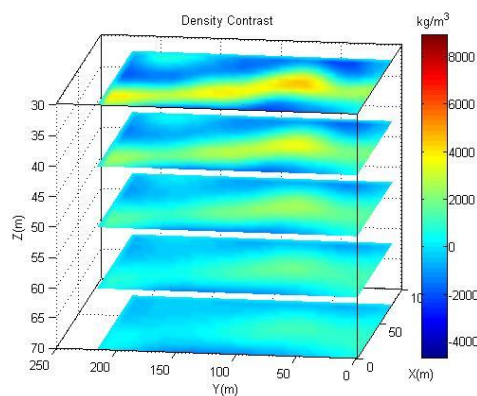
خالقی یله گنبیدی و ابراهیمزاده اردستانی، وارون سازی سه بعدی گرانی با استفاده از الگوریتم تصادفی کوکریجینگ، کاربرد ...، صفحات ۹۷-۸۷.  
شرکت با حفاری روی پیک آنومالی مثبت در شکل ۷ در عمق ۴ تا ۵ متری به ماده معدنی رسیدند.



شکل ۸: نقشه بی‌هنجاری باقیمانده سایت صفو در شبکه برداشت.



شکل ۹: نتایج وارون سازی داده‌های گرانی در سایت معدنی صفو.



شکل ۱۰: نتایج وارون سازی روی سایت معدنی صفو.

امامعلی‌پور، ع.، ۱۳۸۴، بررسی ژئوشیمی، کانی‌شناسی و منشأ کانسار منگنز صفو (جنوب باختر ماکو)، نهمین همایش انجمن زمین‌شناسی ایران، ۲۵۶-۲۶۹، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

حسینی پاک، ع. ا.، ۱۳۷۷، زمین‌آمار، انتشارات دانشگاه تهران.

Asli, M., Marcotte, D. and Chouteau, M., 2000, Direct inversion of gravity data by cokriging, in W. Kleingeld and D. Krige, eds., *Geostats 2000, Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Geostatistics Congress*, pp. 64-73.

Blakely, R.J., 1996, *Potential theory in gravity and magnetic applications*, Cambridge University Press.

Chasseriau, P. and Chouteau, M., 2003, 3D gravity inversion using a model of parameter covariance, *Journal of Applied Geophysics*, 52, 59-74.

Chiles, J.P. and Delfiner, P., 1999, *Geostatistics, Modeling Spatial Uncertainty*, Wiley.

Gloaguen E., Marcotte, D. and Chouteau, M., 2005, Borehole radar velocity inversion using cokriging and cosimulation, *Journal of Applied Geophysics*, 57, 242-259.

Menke, W., 1984, *Geophysical Data Analysis, Discrete Inverse Theory*.

Myers, D.E., 1982, Matrix formulation of cokriging, *Mathematical Geology*, 14, 249-257.

Shamsipour, P., Chouteau, M. and Marcotte, D., 2011, 3D stochastic inversion of magnetic data, *Journal of Applied Geophysics*, 73, 336-347.

Shamsipour, P., Marcotte, D. and Chouteau, M., 2012, 3D stochastic joint inversion of gravity and magnetic data, *Journal of Applied Geophysics*, 79, 27-37.

Shamsipour, P., Marcotte, D., Chouteau, M. and Keating, P., 2010, 3D stochastic inversion of gravity data using cokriging and cosimulation, *Geophysics*, 75 (1), I11-I10.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، وارون سازی تصادفی سه‌بعدی داده‌های گرانی به روش زمین‌آمار کوکریجینگ استفاده شد. سطح زیرین منطقه مورد مطالعه به تعدادی منشور قائم تقسیم شد و هدف از وارون سازی یافتن چگالی هر یک از این منشورها در نظر گرفته شد. به منظور دستیابی به جواب‌هایی که از یکتایی و پایداری قابل قبولی برخوردار باشند از ماتریس‌های کواریانس چگالی و گرانی در تابع هدف استفاده شد که هر دوی این ماتریس‌ها با استفاده از داده‌های گرانی محاسبه شدند. الگوریتم روش روی یک مکعب به عنوان داده مصنوعی و در محدوده معدن صفو به عنوان داده واقعی مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج اعمال روش روی این دو دسته از داده‌ها به شرح زیر هستند:

- با اعمال روش کوکریجینگ روی مدل مکعبی منفرد در وضعیت بدون اعمال نوفه تصادفی به نتایج خوبی در مورد چگالی تخمینی و عمق توده دست یافتیم؛ اما تخمین همواری از شکل توده به دست آمد.

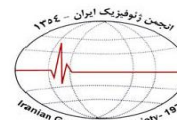
- نتایج روش کوکریجینگ روی مدل مکعبی منفرد در وضعیت اعمال نوفه تصادفی نیز به خوبی تطابق چگالی تخمینی و عمق توده را نشان می‌دهد؛ اما این بار هم تخمین همواری از شکل توده به دست آمد.

- با اعمال روش کوکریجینگ روی داده‌های واقعی سایت معدن منگنز صفو مشاهده شد که نتایج از لحاظ عمق و چگالی در تطابق خوبی با اطلاعات به دست آمده از حفاری است. همچنین شکل توده زیرسطحی به خوبی بازیابی شد.

- از آنجا که در روش کوکریجینگ می‌توان بیش از یک متغیر ثانوی تعریف کرد، پیشنهاد می‌شود از متغیرهای ثانویه بیشتری مانند چگالی معلوم برخی از سلول‌ها یا گرادیان چگالی سلول‌های مجاور به منظور بهبود جواب‌ها استفاده کرد.

## ۶- مراجع

ابراهیم‌زاده اردستانی، و.، ۱۳۸۹، گرانی سنجی کاربردی (اکتشاف کانی، زمین‌شناسی مهندسی)، انتشارات دانشگاه تهران.



## Three-dimensional gravity inversion using co-kriging stochastic algorithm; application of the method on the gravity data from Safoo mine site

Mansoureh Khaleghi Yalegonbadi<sup>1\*</sup> and Vahid Ebrahimzadeh Ardestani<sup>2</sup>

1- M.Sc. Student, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran/ Center of Excellence in Survey Engineering and Disaster Management, Tehran, Iran

Received: 16 July 2016; Accepted: 27 February 2017

Corresponding author: khaleghi.m90@gmail.com

### Keywords

Gravimetry  
3D Inversion  
Co-Kriging  
Geostatistics  
Variogram  
Safoo Mine

### Extended Abstract

#### Summary

In this paper, 3D inversion of gravity data for determination of subsurface density distribution is made using geostatistical co-kriging method. Co-kriging is a mathematical interpolation and extrapolation tool. It uses the spatial correlation between the secondary variables and a primary variable to improve the estimation of the primary variable at un-sampled locations. The Co-kriging method gives weights to the data so as to minimize the estimation variance (the co-kriging variance). In this paper, the primary variable is density, (estimated by

$\rho^*$ ) and the secondary variable is gravity  $g$ . For determination of kernel matrix, the subsurface area is divided into large number of rectangular blocks of known sizes and positions. The unknown density contrast of each prism is the parameter that should be estimated. In addition, the weighting matrix has also been used in order to improve the depth resolution. Preconditioned conjugate gradient method has been used for inversion. The computer program has been written in MATLAB and tested on synthetic gravity of a rectangular prism model. The results indicate that the geometry and density of the reconstructed model are close to those of the original model. The gravity data acquired in an area, which includes concealed manganese ore bodies (Safoo mine site), in northwest of Iran. The results show a density distribution in the subsurface from the depth of about 5 to 35-40 m. These results are in good agreement with the results of the borehole drilled in the site.

### Introduction

We may encounter two problems in gravity data inversion: non-uniqueness and non-stability of solutions. The first one occurs for two reasons: The first reason is known as the theoretical ambiguity of the unknown nature of potential theory. The second reason is known as algebraic uncertainty, which is considered when the number of parameters is greater than the number of observations. The second problem may occur because of bad condition (ill-condition) of the kernel matrix and the presence of noise in the data. For finding a unique and stable solution, constraints should be considered in the objective function, and then, the new objective function, which is replaced the initial objective function, should be minimized.

### Methodology and Approaches

For determination of kernel matrix, the subsurface of the survey area is divided into a large number of rectangular prisms of known sizes and positions. The unknown density contrast of each prism is the parameter to be estimated. This kind of parameterization is flexible for the reconstruction of the subsurface model, but generates more unknown model parameters than observations (here  $N \ll M$ , where  $N$  is the number of data and  $M$  is the number of model parameters). Because the applied method is stochastic, the objective function involves the gravity covariance matrix and the density covariance matrix for uncertainty in the data and in parameters, respectively. In this study, the gravity, density, and gravity-density covariance matrices are estimated using the observed gravity data. Then, the densities are co-kriged using the gravity data as the secondary variable. The co-variances  $C_{gg}$  and  $C_{gp}$  are not stationary even on a horizontal plane due to the limited lateral extension of the underlying density model. The non-stationary nature of the gravity-gravity and gravity-density co-variances presents a problem for statistical inference. Thus, traditional estimators such as

variograms cannot be used directly, and the model parameters for density covariance are estimated via inversion. We have used the V-V plot approach that enables immediate generalization to the non-stationary case.

### **Results and Conclusions**

By applying co-kriging stochastic algorithm on synthetic data in states of without and with random noise, good results for the density and depth of the model have been achieved. By applying the method on actual data from Safoo manganese mine site, the results obtained for the depth and density of the subsurface ore body are in good agreement with the results of drilling implemented in the mine site. Furthermore, as a result of applying the method on the data, general shape of the subsurface ore body was well determined.

---