

## وارون‌سازی تُنک داده‌های مغناطیسی در فضای داده، کاربرد روش بر روی داده‌های ناحیه تیغ‌نو آب در جنوب بیرون

فرشاد ژولیده‌سر<sup>۱</sup> و سعید وطن‌خواه<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری، پردیس دانشکده فنی، دانشگاه تهران

۲- استادیار، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۵/۱۲؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۷/۱۲

\* نویسنده مسئول مکاتبات: svatan@ut.ac.ir

### چکیده

### وازگان کلیدی

در این مقاله وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیسی در فضای داده و با استفاده از قید فشردگی مورد بررسی قرار گرفته است. سطح زیرین ناحیه مورد مطالعه توسط مکعب‌هایی با هندسه یکسان و ثابت مدل‌سازی شده است. خودپذیری مغناطیسی این مکعب‌ها به عنوان پارامتر مجھول در فرایند وارون‌سازی مورد جستجو است. این نوع تقسیم‌بندی سبب می‌شود که تعداد پارامترهای مدل در مقایسه با تعداد داده‌ها بسیار بیشتر باشد. در مقاله حاضر، جواب مسئله وارون از فضای مدل به فضای داده انتقال داده است؛ بنابراین سیستم معادلات خطی مورد نیاز برای حل مسئله دارای ابعاد بسیار کوچک‌تری است. علاوه بر آن برای حل عددی این سیستم از روش گرادیان مزدوج استفاده شده است. ترکیب این دو روش مکان ارائه الگوریتمی سریع برای مسائل با ابعاد بزرگ را فراهم آورده است. مدل مصنوعی مشکل از چهار جسم با ابعاد و هندسه متفاوت برای بررسی توانایی و سرعت اجرای الگوریتم مورد استفاده قرار گرفته است. تعداد داده‌ها و پارامترهای مدل به ترتیب برابر ۳۵۰۰ و ۵۲۵۰۰ و ۳۵۰۰ انتخاب شده است. فرایند وارون‌سازی برای این مدل در زمان کمتر از یک دقیقه انجام می‌پذیرد. مدل ساخته شده نزدیکی قابل قبولی با مدل اصلی دارد و کاربرد قید فشرده کننده به حصول ساختارهایی با مرزهای تیز منتهی شده که در اصطلاح گفته می‌شود فضای مدل تُنک شده است. در نهایت الگوریتم ارائه شده بر روی داده‌های مغناطیسی برداشت شده در ناحیه تیغ‌نو آب بیرون استفاده شده است. نتایج مدل‌سازی حضور ناهنجاری‌های مغناطیسی در نزدیکی سطح تا عمق ۸۰ متری را نشان داده است.

مغناطیس سنجی  
وارون‌سازی سه‌بعدی  
فضای داده  
گرادیان مزدوج  
تیغ‌نوآب  
بیرون

## ۱- مقدمه

(Li, 2014). هر یک از این روش ها با توجه به ساختار زمین شناسی مورد جستجو و هدف مفسر انتخاب می گردد و به صورت کلی نمی توان یکی را بر دیگری ارجح دانست. در این مقاله هدف بازسازی ساختارهایی با مرزهای تیز است بنابراین قید فشردگی که توسط Portniaguine and Last and Kubik (1983) معرفی و توسط Zhdanov (1999) توسعه داده شد، استفاده خواهد شد. قید فشردگی با کمینه کردن تعداد پارامترهای مدل غیر صفر، تُنک نمودن فضای مدل، باعث حصول ساختارهایی با مرزهای تیز و گستته می شود.

رایج ترین و پر کاربرد ترین روش در مدل سازی سه بعدی سطح زیرین برای مسائل وارون در حوزه میدان های پتانسیل استفاده از مجموعه ای از مکعب های با ابعاد ثابت و خاصیت فیزیکی نامعلوم (خود پذیری مغناطیسی در وارون سازی داده های مغناطیسی و چگالی در وارون سازی داده های گرانی سنجی) است (Li and Oldenburg, 2001; Boulanger and Chouteau, 2001). هدف آن است که با استفاده از داده برداشت شده بر روی سطح و یا بالای سطح، خاصیت فیزیکی مورد جستجو برای این مکعب ها برآورد شود. در این صورت است که توزیعی از ساختار زیر سطحی برای مفسر آشکار خواهد شد. از مزایای این نوع گستته سازی می توان انعطاف پذیری بالای آن در مدل سازی همزمان چندین توده زیر سطحی و نیز برقراری رابطه ای خطی بین داده ها و پارامترهای مدل را بر شمرد. مشکل عمدۀ روش آن است که تعداد پارامترهای مدل (M) همواره بسیار بیشتر از تعداد داده ها (N) است، به طوری که برای تعداد داده از مرتبه چند هزار همواره ده ها و بلکه صدها هزار پارامتر مدل وجود خواهد داشت؛ بنابراین در حل سیستم معادلات خطی حاصل، ماتریس ضرایب دارای ابعاد بسیار بزرگی است. در این حالت دو مشکل وجود دارد: نخست ذخیره کردن این ماتریس بزرگ و چگال (Dense) بر روی حافظه موقت (RAM) کامپیوتر و دیگری انجام محاسبات بر روی آن؛ بنابراین در توسعه الگوریتم های منظم سازی بایستی راه کاری برای حل این مسئله نیز در نظر گرفت. برای حل مشکل ذخیره کردن ماتریس، Li and Oldenburg (2003) راه کاری مؤثر ارائه کردند. آن ها با بردن هر سطر ماتریس کرنل به حوزه موجک (Wavelet) و سپس حذف المان های کم ارزش (کوچک تر از یک حد آستانه) در نهایت به ماتریس کرنلی تُنک دست یافتند که برای ذخیره سازی به فضایی بسیار کمتر نیاز دارد. محاسبات در حوزه موجک انجام پذیرفت و سپس با استفاده از تبدیل وارون موجک جواب به فضای اصلی برده می شود. آن ها نشان دادند که جواب حاصل از وارون سازی به این شیوه با جواب حاصل از ماتریس کرنل اصلی تفاوت اندکی دارد که در مقایسه با مزیت ذخیره سازی در فضای کوچک آن، قابل اغمض است. برای حل مشکل دوم استفاده از الگوریتم های مبتنی بر روش های تکرار همچون CGLS و LSQR

در سالیان اخیر برداشت های مغناطیسی به صورت گسترده برای مطالعه ساختارهای زمین شناسی، اکتشاف منابع معدنی و ... مورد استفاده قرار گرفته است. هدف نهایی از این مطالعات به دست آوردن اطلاعاتی از سطح زیرین ناحیه برداشت داده همچون خود پذیری مغناطیسی، شکل هندسی و عمق توده بی هنجار است. یکی از روش های پر کاربرد برای تفسیر داده های مغناطیسی وارون سازی داده های است. تاکنون الگوریتم های مختلفی برای وارون سازی داده های میدان مغناطیسی معرفی و به کار برده شده اند. هر کدام از این روش ها مزايا و معایب دارند؛ اما به طور کلی می توان گفت که در صورت استفاده از یک الگوریتم وارون سازی مطمئن، بازسازی قابل قبولی از سطح زیرین انجام می پذیرد. در توسعه یک روش وارون سازی باید ماهیت و مشکلات مسئله مورد نظر به خوبی شناخته شود، سپس روشی برای رفع این مشکلات ارائه گردد. مسئله وارون مغناطیسی سنجی دارای مشکلات متعددی است. عدم یکتاپی فیزیکی مسئله بر طبق قانون گوس و نیز عدم یکتاپی جبری ناشی از نوع گستته سازی سطح زیرین بزرگ ترین مشکل موجود است. از سوی دیگر ماتریس کرنل در این مسئله بدوضوع (Ill-condition) بوده و وجود نوفه در داده ها سبب نایابی دارای جواب حاصل از وارون سازی می گردد. علاوه بر این، برای مسائل با ابعاد متوسط به بالا ذخیره کردن ماتریس کرنل و انجام محاسبات بر روی آن با دشواری رو برو است. برای حل مشکل عدم یکتاپی و عدم پایداری مسئله وارون، منظم سازی جواب راه کاری مناسب است. در فرایند منظم سازی غالباً تابع هدفی تشکیل یافته از دو عبارت عدم انتطاق داده ها و تنظیم جایگزین مسئله بد وضع اولیه می شود. جواب نهایی مسئله از کمینه کردن این تابع کلی به دست می آید. چنین پاسخی به نوفه موجود در داده حساسیت اندکی داشته و با اعمال محدودیت بر روی مدل از تغییرات بزرگ آن جلوگیری می کند. علاوه بر آن می توان با وارد کردن قیود ریاضی، قیود بر مبنای اطلاعات زمین شناسی و نیز سایر اطلاعات موجود از منطقه سعی در کاهش هر چه بیشتر عدم یکتاپی مسئله و جهت دهی پاسخ منظم شده به سمت مدل هایی منطبق با واقعیت زمین شناسی منطقه داشت. الگوریتم های متعددی امروزه به کار می روند که به صورت کلی می توان در دو دسته قرار داد: روش هایی که با استفاده از مشتقه از بازسازی مدل هایی هموار گرایش دارند (Li and Oldenburg, 1996, 1998; Pilkington, 2009) و روش هایی که با استفاده از قیود فشرده کننده، مدل هایی با مرزهای تیز و گستته نتیجه می دهند (Last and Kubik, 1983, Portniaguine and Zhdanov, 1999; Pilkington, 2009) در این میان الگوریتم هایی نیز توسعه داده شده اند که از هر دو نوع قید همواری و فشردگی می توانند استفاده نمایند (Sun and Boulanger and Chouteau, 2001).

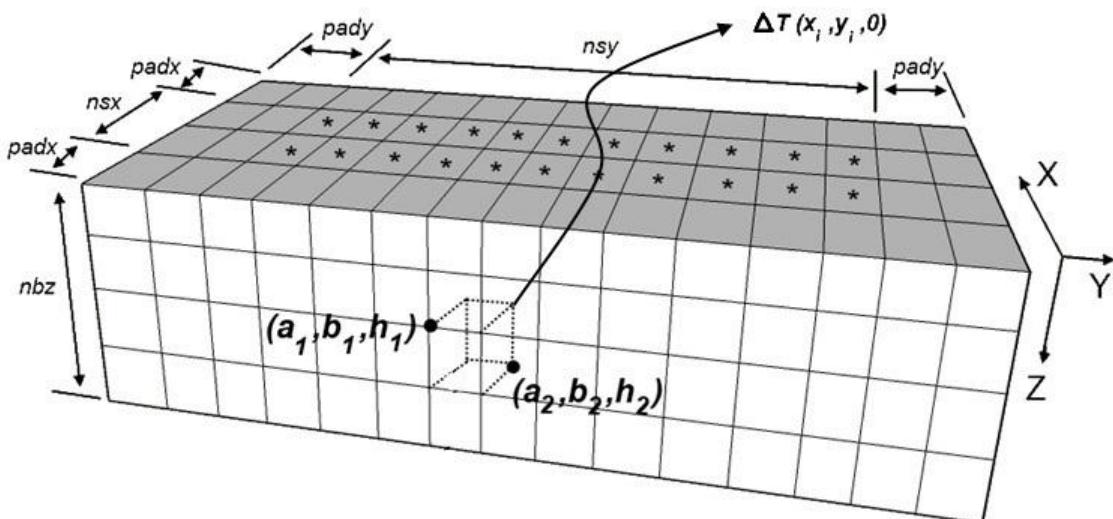
قرار گرفته و نتایج نشان داده شده‌اند. در انتهای مدل‌سازی داده‌های منطقه تیغ‌نو آب بیرون‌گند در استان خراسان جنوبی ارائه شده است.

## ۲- تئوری روش

raig ترین و پرکاربردترین روش برای وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیسی تقسیم‌بندی سطح زیرین در محدوده برداشت داده به مجموعه‌ای از مکعب‌هایی با هندسه ثابت و تباين خودپذیری نامشخص است (شکل ۱). این مدل انعطاف‌پذیری مناسبی برای نشان دادن توزیع مغناطیدگی سطح زیرین دارد و امکان مدل‌سازی همزمان چندین توده‌ی آنومالی را فراهم می‌آورد (Blakely, 1996). در مقاله حاضر فرض بر این است که مغناطیس باقیمانده وجود ندارد و فقط مغناطیس‌شدگی القایی در نظر گرفته می‌شود. این مغناطیس‌شدگی در داخل هر مکعب یکسان فرض شده و توسط حاصل ضرب خودپذیری مغناطیسی و میدان ژئومغناطیس القایی داده می‌شود (Li and Oldenburg, 1996).

می‌تواند مفید باشد (Hansen, 1998). این روش‌ها با جستجوی جواب در زیرفضایی بسیار کوچک‌تر از فضای اصلی، سرعت اجرای الگوریتم را به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌دهند. در این مقاله فرض بر آن است که ذخیره‌سازی ماتریس کرنل بر روی حافظه موقت امکان‌پذیر است و تمرکز بر روی ارائه راه حلی برای مشکل دوم است. همان‌طور که بیان شد در مسئله وارون خطی مغناطیس‌سنجی همواره تعداد داده‌ها بسیار کمتر از تعداد پارامترهای مدل است؛ بنابراین با حل سیستم معادلات در فضای داده به طور قابل ملاحظه‌ای به سرعت محاسبات افزوده خواهد شد. این شیوه توسط Siripunvaraporn and Egbert (2000) و Pilkington (2009) مورد استفاده قرار گرفته است. علاوه بر این در صورتی که از روش گرادیان مزدوج برای حل سیستم معادلات در فضای داده استفاده شود، سرعت الگوریتم بهبود قابل ملاحظه‌ای خواهد یافت.

در ادامه ابتدا تئوری روش وارون‌سازی مورد استفاده به تفصیل بیان شده است. سپس الگوریتم ارائه شده بر روی مدل مصنوعی شامل چند توده با شکل و گسترش عمقی مختلف مورد راستی‌آزمایی



شکل ۱: مدل‌سازی سطح زیرین ناحیه برداشت با استفاده از مجموعه‌ای از مکعب‌ها. محور x در راستای شمال جغرافیایی و محور z در راستای شرق در نظر گرفته می‌شود. در این شکل علامت «\*» نشان‌دهنده ایستگاه‌های برداشت، nsx و nsy تعداد ایستگاه‌های برداشت در دو جهت x و y و nbz تعداد مکعب‌ها در جهت z می‌باشند. padx و pady تعداد مکعب‌هایی هستند که به منظور جلوگیری از انحراف در مرزها ممکن است به شبکه اضافه گردند. میدان کل در یک ایستگاه مشاهده‌ای در سطح زمین  $\Delta T(x_i, y_i, 0)$  نشان می‌دهد.

است. عنصر  $G_{ij}$  اثر خودپذیری مغناطیسی واحد سلول j ام را در محل ایستگاه i ام ارائه می‌کنند. برای اندازه‌گیری میدان کل یک مکعب فرمولی مناسب توسط Rao and Babu (1991) ارائه شده است. فرمول‌بندی ارائه شده برای محاسبات سریع کامپیوتی مناسب بوده و بنابراین در این مقاله مورد استفاده قرار می‌گیرد. جزئیات این فرمول‌بندی در Rao and Babu (1991) توضیح داده شده است و در این مقاله از تکرار آن اجتناب می‌شود.

برای مدل شکل ۱، میدان کل مغناطیسی در یک ایستگاه مشاهده‌ای برابر با مجموع اثرات تک‌تک مکعب‌ها در آن ایستگاه است (Blakely, 1996):

$$\Delta T_i = \sum_{j=1}^M G_{ij} k_j \quad i = 1, \dots, N \quad N \ll M \quad (1)$$

در این رابطه M تعداد مکعب‌های موجود در مدل، N تعداد ایستگاه‌های مشاهده‌ای و  $k_j$  خودپذیری مغناطیسی مکعب j ام

ژولیده سر وطن خواه، وارون سازی تک داده های مغناطیسی در فضای داده، کاربرد روش بر روی داده های ناحیه تبغ نو آب در جنوب بیرون چند، صفحات ۴۷-۳۵.  
رابطه (۱) برای تمامی ایستگاهها در شکل ماتریسی به شکل زیر نوشته می شود:

$$(G^T C_D^{-1} G + C_M^{-1})^{-1} G^T C_D^{-1} = \quad (5)$$

$$C_M G^T (G C_M G^T + C_D)^{-1}$$

به راحتی می توان معادله (۴) را به شکل زیر نوشت:

$$m = m_{apr} + \quad (6)$$

$$C_M G^T (G C_M G^T + C_D)^{-1} (d^{obs} - G m_{apr})$$

محاسبه جواب با استفاده از رابطه (۶) نیازمند معکوس ماتریس  $G G^T \in R^{N \times N}$  است. با توجه به این که در وارون سازی مغناطیسی، همان طور که در بالا اشاره شد، تعداد داده ها بسیار کمتر از تعداد پارامترهای مدل است،  $N \ll M$ ، بنابراین سرعت اجرای الگوریتم در این حالت بسیار بیشتر خواهد بود. این شیوه وارون سازی در فضای داده نامیده می شود و توسط نویسنده اگان مختلفی مورد استفاده بوده است. از آن جمله Siripunvaraporn and Egbert (2000) در Pilkington (2009) در وارون سازی داده های مغناطیسی و عباس زاده و همکاران (۱۳۹۴) در وارون سازی داده های گرانی سنجی از شیوه وارون سازی در فضای داده استفاده کرده اند و نتایج رضایت بخشی برای سرعت اجرای الگوریتم ارائه داده اند.

دو ماتریس قطری  $W_e \in R^{M \times M}$  و  $W_{depth} \in R^{M \times M}$  که برای تشكیل ماتریس  $L$  مورد استفاده قرار گرفته اند، به ترتیب ماتریس وزن دهی عمقی و ماتریس فشردگی نامیده می شوند. در وارون سازی داده های میدان پتانسیل، مدل ساخته شده تمایل به آن دارد که در نزدیک سطح زمین متتمرکز شود؛ بنابراین احتمال آنکه ساختار بازسازی شده بسیار متفاوت از توده زیر سطحی حاصل شود، وجود دارد. این مشکل به علت خاصیت کرنل در این مسائل است.

حساسیت کرنل با عمق کاهش می یابد و به همین دلیل پاسخ وارون سازی تمایل به گسترش در نزدیکی سطح را دارد. معرفی ماتریس وزن دهی عمقی  $W_{depth} = \frac{1}{(z+q)^{\beta/2}}$  توسط Li and Oldenburg (1996) راه کاری برای غلبه بر این مشکل ارائه داد. این

ماتریس با اختصاص وزن بزرگ تر برای مکعب های عمیق تر سبب می گردد که تمامی مکعب ها با احتمال تقریباً یکسانی در فرایند وارون سازی شرکت نمایند. این ایده در طی سالیان بعدی توسط نویسنده اگان دیگری نیز مورد استفاده و تائید بوده است که از آن جمله (1997) Pilkington (2002) Zhdanov (2001) Boulanger and Chouteau (1997) را می توان نام برد. در این رابطه  $\beta$  عمق متوسط سلول،  $q$  پارامتری وابسته به ارتفاع برداشت و  $\beta$  ضریب وزن دهی نامیده می شود. انتخاب ضریب  $\beta$  بزرگ تر، وزن بیشتری به مکعب های عمیق تر می دهد و بالعکس. مقدار این ضریب در مقاله (1996) Li and Oldenburg در حالی که آن ها بر روی یک تک بی هنجاری مطالعه کرده اند برابر با ۳ انتخاب شده است. در

$$d^{obs} = Gm \quad (2)$$

که در این عبارت داده ها در بردار  $d^{obs} \in R^N$  و پارامترهای مدل (خودپذیری مغناطیسی مکعب ها) در بردار  $m \in R^M$  قرار دارند. ماتریس  $G \in R^{N \times M}$  تحت عنوان ماتریس کرنل شناخته می شود. در وارون سازی مغناطیسی هدف آن است که با استفاده از معلومات  $d^{obs}$  و  $G$  به جواب برای  $m$  دست یافت. جواب حاصل باید داده مشاهده ای را در سطح نوفه برازش نماید و همچنین از لحاظ زمین شناسی نیز قابل قبول باشد. سیستم معادلات خطی (۲) بدوضوع است و بنابراین حل آن نیازمند منظم سازی جواب است. در این مقاله تابع هدفی به صورت زیر مورد استفاده قرار می گیرد :

$$S(m) = (Gm - d^{obs})^T C_D^{-1} (Gm - d^{obs}) + \quad (3)$$

$$(m - m_{apr})^T C_M^{-1} (m - m_{apr})$$

عبارت اول،  $(Gm - d^{obs})^T C_D^{-1} (Gm - d^{obs})$ ، عبارت عدم انطباق داده (Data misfit) نام دارد و کیفیت برازش داده حاصل از مدل ساخته شده را با داده مشاهده ای تعیین می کند. قسمت دوم،  $(m - m_{apr})^T C_M^{-1} (m - m_{apr})$ ، همان عبارت تنظیم است.

ماتریس  $C_D \in R^{N \times N}$  ماتریس کواریانس داده ها است که با فرض غیر همبسته بودن نوفه، به صورت ماتریس قطری که مؤلفه های آن واریانس نوفه ( $\sigma_i^2$ ) هستند، است. در این تحقیق ماتریس  $C_M \in R^{M \times M}$  برابر  $(L^T L)^{-1}$  در نظر گرفته می شود؛ که  $L \in R^{M \times M}$  خود ماتریسی قطری است که از حاصل ضرب دو ماتریس  $W_e$  و  $W_{depth}$  حاصل می شود،  $L = W_{depth} W_e$ . این شیوه توسط عباس زاده و همکاران (۱۳۹۴) و Vatankhah et al., (2014) در وارون سازی داده های گرانی سنجی مورد استفاده بوده است. در ادامه در مورد دو ماتریس  $W_{depth}$  و  $W_e$  توضیح داده خواهد شد. بردار  $m_{apr}$  شامل تباین خودپذیری مغناطیسی اولیه است. در صورتی که خودپذیری مغناطیسی یک و یا چند مکعب با استفاده از مطالعات زمین شناسی و یا حفاری های از قبل موجود در محدوده مطالعه معلوم باشد، در این صورت این مقادیر در بردار  $m_{apr}$  قرار داده می شوند و وارون سازی به دنبال یافتن مقدار برای مابقی مکعب ها است. هرگاه چنین اطلاعاتی موجود نباشد این بردار برابر صفر در نظر گرفته می شود.

کمینه کردن رابطه (۳) به جواب زیر منتهی خواهد شد :

$$m = m_{apr} + \quad (4)$$

$$(G^T C_D^{-1} G + C_M^{-1})^{-1} G^T C_D^{-1} (d^{obs} - G m_{apr})$$

طبق این رابطه مشخص است که جواب مسئله وارون نیازمند محاسبه معکوس ماتریس  $G^T G \in R^{M \times M}$  است. در صورتی که تعداد

$$\left\| \frac{d_i^{\text{obs}} - (Gm^{(k)})_i}{\sigma_i} \right\|_2^2 \leq N + \sqrt{2N}$$

خواهد شد. در غیر این صورت معیار توقف، بیشینه تعداد تکرارهایی خواهد بود که توسط کاربر تعیین می‌شود. علاوه بر این باید حدود بالا و پایین برای خودپذیری مکعبها ( $\kappa_{\min}, \kappa_{\max}$ ) تعیین گردد، این کار باعث محدود شدن فضای جستجوی مدل، یعنی کاهش عدم یکتاپی و بهبود مدل حاصل خواهد شد. در فرایند وارونسازی هرگاه در یک تکرار مقداری خارج از این کران برای پارامتری حاصل شود، آن مقدار با نزدیکترین مرز جایگزین می‌گردد.

رابطه (۸) را می‌توان به شکل فشرده زیر نوشت:

$$\Delta m^{(k)} = m^{(k)} - m^{(k-1)} = C_M^{(k)} G^T b^{(k)} \quad (9)$$

که

$$b^{(k)} = (G C_M^{(k)} G^T + C_D)^{-1} (d^{\text{obs}} - Gm^{(k-1)}) \quad (10)$$

به منظور افزایش سرعت اجرای الگوریتم می‌توان از روش گرادیان مزدوج در محاسبات استفاده کرد (Pilkington, 2009). سیستم معادلات زیر را در نظر بگیرید:

$$A^{(k)} b^{(k)} = f^{(k)} \quad (11)$$

که در آن

$$A^{(k)} = (G C_M^{(k)} G^T + C_D), \quad f^{(k)} = (d^{\text{obs}} - Gm^{(k-1)})$$

اکنون می‌توان  $b^{(k)}$  را از رابطه (۱۱) با استفاده از روش گرادیان مزدوج محاسبه کرد. سپس جواب نهایی با استفاده از رابطه (۹) به دست می‌آید. گرادیان مزدوج جزء روش‌های تکرار برای حل مسائل بذوق بزرگ مقیاس است. اگر تعداد تکرارها برای روش گرادیان مزدوج با  $t$  نشان داده شود، برای  $t$  های کوچک مؤلفه‌های جواب مرتبط با مقادیر ویژه کوچک حذف می‌شوند. این مؤلفه‌های کوچک در واقع علت ناپایداری جواب مسئله وارون هستند. با افزایش  $t$  مؤلفه‌های مربوط به مقادیر ویژه کوچک به تدریج وارد جواب خواهد شد، بنابراین در انتخاب تعداد تکرارهای روش گرادیان مزدوج باید دقت نمود.

مراحل انجام وارونسازی ارائه شده در این تحقیق در الگوریتم ۱ خلاصه شده است.

### الگوریتم ۱: مراحل انجام وارونسازی در فضای داده و با استفاده از قید فشردگی.

**وروودی‌ها:**  $\kappa_{\max}, \kappa_{\min}, \varepsilon > 0, \beta, C_D, m_{\text{apr}}, G, d^{\text{obs}}$

مرحله ۱. محاسبه  $W_{\text{depth}}$  و قرار دادن

$$L^{(1)} = W_{\text{depth}}$$

مرحله ۲. قرار دادن  $k = 1$

مرحله ۳. محاسبه  $A^{(k)} = (G C_M^{(k)} G^T + C_D)$

مرحله ۴. محاسبه  $b^{(k)}$  با استفاده از رابطه (۱۱)

مرحله ۵. محاسبه  $m^{(k)}$  با استفاده از رابطه (۹)

ساخтарهای پیچیده‌تر که چندین چشمۀ زیرسطحی با عمق‌های مختلف، نزدیک سطح و در اعمق زیاد، مورد بررسی است بهتر آن است که مقدار کمتری انتخاب گردد. به هر حال صحبت از یک مقدار قطعی برای این پارامتر صحیح نیست و غالباً محدوده‌ای برای آن در مقالات قبل قبول است (Boulanger and Chouteau, 2001). در مقاله حاضر، با توجه به مدل‌های مورد انتظار برای بازسازی، مقدار  $\beta$  برابر ۲ انتخاب شده است. همچنین به علت آنکه برداشت‌های بر روی سطح فرض می‌شود؛ لذا برای پارامتر  $q$  مقدار صفر در نظر گرفته می‌شود.

ماتریس فشردگی،  $W_{\varepsilon} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ ، به صورت رابطه زیر برای نخستین بار توسط Last and Kubik (1983) و در وارونسازی

داده‌های گرانی‌سنجدی مورد استفاده قرار گرفت.

$$W_{\varepsilon} = \text{diag}((m - m_{\text{apr}})^2 + \varepsilon^2)^{-1/2} \in \mathbb{R}^{M \times M} \quad (7)$$

البته باید توجه داشت که در مقاله آن‌ها  $m_{\text{apr}} = 0$  در نظر گرفته شده بود و Portniaguine and Zhdanov (1999) با وارد کردن  $m_{\text{apr}}$  در این رابطه نام قید Minimum Support به آن دادند. استفاده از این ماتریس در عبارت تنظیم دقیقاً معادل آن است Vatankhah (et al., 2016) که با استفاده از این قید حاصل شود، دارای کمترین تعداد پارامترهای غیر صفر است، اصطلاحاً گفته می‌شود که فضای مدل تُنک شده است و بنابراین ساختار حاصل دارای مزهای تیز و گسسته با محیط دربرگیرنده آن خواهد بود. پارامتر کوچک و مثبت  $\varepsilon$  به این دلیل وارد شده است که از صفر شدن مخرج در رابطه (۷) هنگامی که  $m \rightarrow m_{\text{apr}}$  برود، جلوگیری نماید. باید توجه داشت که میزان فشردگی مدل با انتخاب این پارامتر ارتباط مستقیم دارد. مقادیر کوچک آن باعث افزایش فشردگی می‌شوند، در حالی که همزمان ناپایداری جواب افزایش می‌یابد. برای مقادیر بزرگ  $\varepsilon$  عملأً قید فشردگی کاریابی نخواهد داشت. در این مقاله  $\varepsilon = 0.01$  برای تمام وارونسازی‌ها انتخاب شده است.

باید توجه داشت که قید فشردگی وابسته به پارامترهای مدل است، بنابراین حل مسئله وارون نیازمند استفاده از تکرارهای متوالی است. در هر تکرار ماتریس فشردگی و در نتیجه ماتریس  $C_M$ ، با استفاده از مقادیر پارامترهای مدل در تکرار قبل بهنگام می‌شود؛ بنابراین در این حالت رابطه (۶) به شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$m^{(k)} = m^{(k-1)} + C_M^{(k)} G^T (G C_M^{(k)} G^T + C_D)^{-1} (d^{\text{obs}} - Gm^{(k-1)}) \quad (8)$$

در این رابطه  $k$  برای شمارش تکرارها استفاده شده است. برای خاتمه دادن به این تکرارها باید معیار توقفی تعیین شود. در این مقاله از معیاری که Boulanger and Chouteau (2001) ارائه نمودند استفاده شده است. طبق این معیار هرگاه شرط

ژولیده سر وطن خواه، وارون سازی تک داده های مغناطیسی در فضای داده، کاربرد روش بر روی داده های ناحیه تبغ نو آب در جنوب بیرجند، صفحات ۴۷-۳۵.

وارون سازی با استفاده از الگوریتم ۱ و با مشخصات بیان شده در جدول (۳) انجام پذیرفت. شرط توقف بعد از ۴ تکرار برآورده شد. زمان صرف شده برای این وارون سازی توسط رایانه ای با پردازنده ۷ هسته ای با فرکانس ۳/۶ گیگاهرتز و حافظه اجرایی ۱۶ گیگابایت حدود ۴۵ ثانیه است. کاملاً روشن است که انتقال از فضای مدل (با ۵۲۵۰۰ پارامتر مدل) به فضای داده (با ۳۵۰۰ داده) چگونه سرعت اجرای الگوریتم را بهبود داده است. شکل (۳-الف) نمای سه بعدی مدل حاصل از وارون سازی را نشان می دهد. توجه شود که در این شکل مقادیر خودپذیری بالای (SI) توسط سطوح هم مقدار (Isosurface) نمایش داده شده است. همچنین پاسخ مغناطیسی این مدل در شکل (۳-ب) آورده شده است.

نتایج وارون سازی به روشنی توانایی الگوریتم ارائه شده را نشان می دهد. توده های زیر سطحی تا حد بسیار خوبی بازسازی شده اند. حتی توده کوچک شماره ۴ نیز در مدل حاصل دیده می شود. برای نمایش بهتر نتایج وارون سازی نگاهی به شکل ۴ که برش های افقی و قائم از مدل بازسازی شده را نمایش می دهد مفید است. در مورد دایک شبیه دار بازسازی قابل قبولی صورت پذیرفته است. تنها تفاوت با مدل اصلی عمق آن است که بیشتر به دست آمده است. این موضوع را می توان با شبیه دایک و کاهاش تفکیک پذیری عمقی در وارون سازی داده های میدان پتانسیل مربوط دانست. برای بازسازی بهینه ساختارهای شبیه دار باید الگوریتم های خاصی مورد استفاده قرار گیرد. به عنوان نمونه می توان الگوریتم ارائه شده توسط Farquharson (2008) را نام برد. در این الگوریتم تفاضل محدود (finite differences) قطری در اندازه گیری ساختار مدل وارد می شود، بنابراین قادر به بازسازی ساختارهای شبیه دار است. به هر حال نتایج ما دلالت بر آن دارد که روش ارائه شده در الگوریتم ۱ قادر است به خوبی موقعیت و گسترش عمقی توده های زیر سطحی را برآورد کند. همچنین سرعت بالایی دارد و می تواند برای وارون سازی مسائل بزرگ به کار رود.

مرحله ۶. بررسی کران های خودپذیری به طوری که

$$\kappa_{\min} \leq m^{(k)} \leq \kappa_{\max}$$

مرحله ۷. قرار دادن  $k = k + 1$

مرحله ۸. محاسبه  $L^{(k)} = W_{\varepsilon}^{(k)} W_{depth}$

$$W_{\varepsilon}^{(k)} = \text{diag}((m^{(k-1)} - m^{(k-2)})^2 + \varepsilon^2)^{-1/2}$$

مرحله ۹. معیار توقف بررسی شود، در صورت برآورده شدن

فرآیند متوقف و در غیر این صورت برو به مرحله ۳

$$m^{(k)}$$

### ۳- مدل مصنوعی

برای بررسی صحت الگوریتم ۱، از مدل مصنوعی مشکل از چهار جسم با ابعاد و هندسه متفاوت استفاده می شود (شکل ۲-الف). مشخصات هر یک از توده ها در جدول (۱) بیان شده است. این مدل به صورت تقریبی می تواند ساختارهای زمین شناسی واقعی را مجسم نماید. داده حاصل از این مدل در ۳۵۰۰ ایستگاه مشاهده ای بر روی سطح زمین و در یک شبکه مستطیلی شامل ۷۰ ایستگاه در راستای شرق و ۵۰ ایستگاه در راستای شمال تولید گردید. فاصله ایستگاه ها در هر دو راستای شمال و شرق ۱۰۰ متر در نظر گرفته شده است. برای این مدل پارامترهای شدت میدان کل، زاویه میل و انحراف در جدول ۲ آورده شده اند. برای نزدیکتر کردن به حالت واقعی یک نویه تصادفی گوسی با انحراف معیاری به صورت  $(d^{obs})_i = (d^{exact})_i + (0.02(d^{exact})_i + 0.002 \| d^{exact} \|)$  به داده ها اضافه شده است به Vatankhah et al., (2014).

$$(d^{obs})_i = (d^{exact})_i + (0.02(d^{exact})_i + 0.002 \| d^{exact} \|) \quad (12)$$

در این رابطه  $d^{obs}$  داده های حاصل از مدل مصنوعی و  $d^{exact}$  داده حاوی نویه است. این داده در شکل (۲-ب) نمایش داده شده است.

جدول ۱: مشخصات توده های مصنوعی مورد استفاده در شکل (۲-الف).

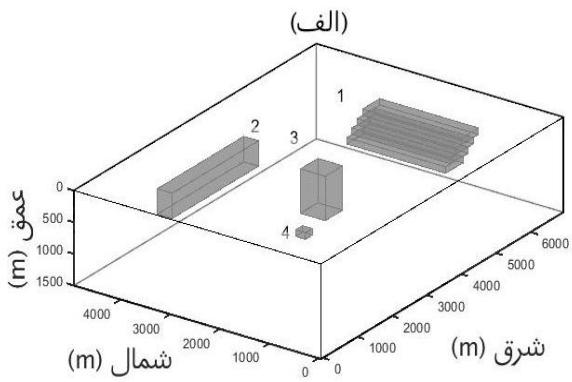
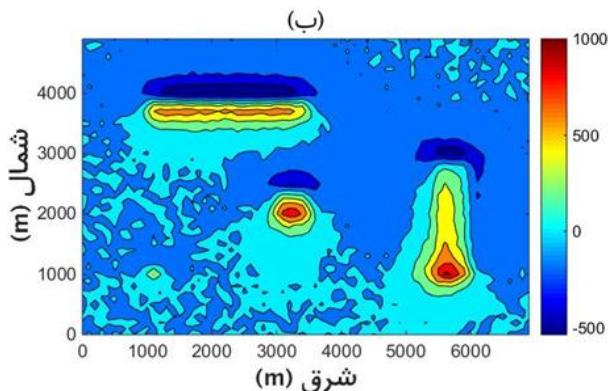
شماره توده	توده معادل	مشخصات توده			
		z (متر)	y (متر)	x (متر)	گسترش در راستای z
۱	دایک شبیه دار	۲۰۰-۱۰۰	۳۰۰۰-۱۰۰۰	۶۰۰۰-۵۵۰۰	
		۳۰۰-۲۰۰	۳۰۰۰-۱۰۰۰	۵۸۵۰-۵۳۵۰	
		۴۰۰-۳۰۰	۳۰۰۰-۱۰۰۰	۵۷۰۰-۵۲۰۰	
		۵۰۰-۴۰۰	۳۰۰۰-۱۰۰۰	۵۵۵۰-۵۰۵۰	
۲	دایک قائم	۵۰۰-۱۰۰	۴۰۰۰-۳۷۰۰	۳۵۰۰-۱۰۰۰	
۳	توده با گسترش	۸۰۰-۱۰۰	۲۵۰۰-۲۰۰۰	۳۵۰۰-۳۰۰۰	
۴	توده کوچک با گسترش عمقی کم	۲۰۰-۱۰۰	۱۲۰۰-۱۰۰۰	۱۲۰۰-۱۰۰۰	

جدول ۳: اطلاعات مورد استفاده در وارونسازی.

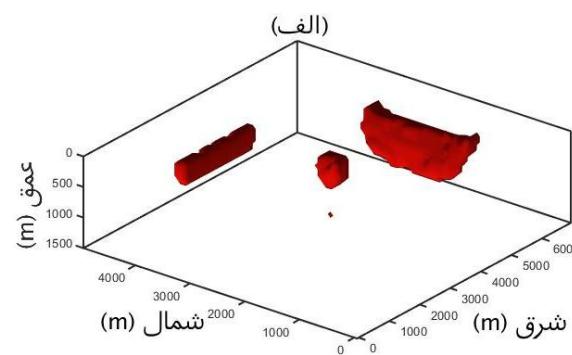
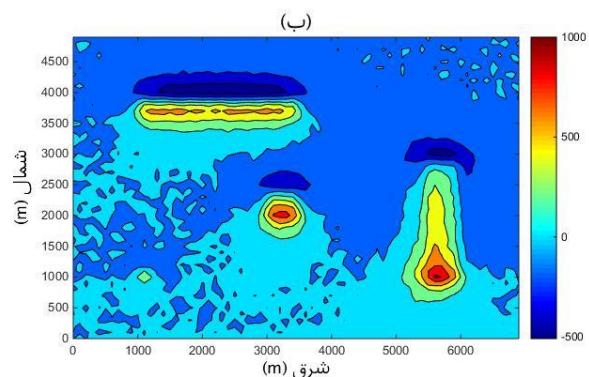
تعداد مکعبها	۱۰۰	ابعاد مکعبها	$70 \times 50 \times 15 = 52500$
کران خودپذیری	۳۵۸۳	شرط توقف	
ضریب $\epsilon$	۲	ضریب $\beta$	

جدول ۲: اطلاعات میدان مغناطیسی برای مدل مصنوعی.

میدان کل مغناطیسی	۴۷۰۰۰ نانو تسل
زاویه میل مغناطیسی	۴۹/۵ درجه
زاویه انحراف مغناطیسی	۳/۱ درجه



شکل ۲: (الف) نمایی از مدل مصنوعی استفاده شده که شامل چهار جسم متفاوت است. مشخصات هر کدام از توده‌ها در جدول (۱) آورده شده است. (ب) داده حاصل از مدل و آمیخته به نویه.



شکل ۳: (الف) مدل حاصل از وارونسازی داده‌های شکل ۲ ب با استفاده از الگوریتم ۱ (محدوده‌هایی که خودپذیری بالای ۰/۰۵ دارند) نمایش داده شده‌اند. (ب) داده حاصل از مدل بازسازی شده در شکل ۳ الف.

از دیگر ویژگی‌های ریختشناسی موجود در منطقه است. از لحاظ سنگ‌شناسی منطقه به سه دسته تقسیم می‌شود که شامل سنگ‌های رسوبی، نیم‌زرف و دگرگونی همبrij است. در حاشیه منطقه مورد مطالعه بیشتر سنگ‌های رسوبی نظیر شیل، ماسه‌سنگ و بعض‌آهک‌های نازک لایه دیده می‌شود. واحد Ers شامل ماسه‌سنگ‌های نازک لایه با دانه‌بندی ریز تا درشت است. در پاره‌ای مواد به واحد ماسه‌سنگ، لایه‌ای از شیل به رنگ خاکستری افزوده می‌گردد. همین واحد را در برخی از نقاط منطقه، نازک لایه‌هایی از آهک همراهی می‌نماید. سنگ‌های نیم‌زرف کوارتز دیوریت تا میکروکوارتز دیوریت می‌نماید. تأثیر آن بر سنگ‌های منطقه با پدیده اسکارن و هورنفلس است. آشکار می‌گردد که به ترتیب در بخش‌های کربناتی و تخریبی مشاهده شده‌اند. در نمونه‌های دستی دارای بافت دانه‌ای و گرانولار و گاه‌ها پورفیری است و همراه با کانی‌های پلاژیوکلاز، آمفیبول، کوارتز،

#### ۴- داده‌های واقعی

در این قسمت داده‌های مغناطیس زمینی برداشت شده در محدوده تبعیغ‌نواپ استان خراسان جنوبی مورد استفاده قرار می‌گیرد و نتایج مدل‌سازی سطح زیرین با استفاده از الگوریتم ۱ در شکل ۴ نشان داده شده است.

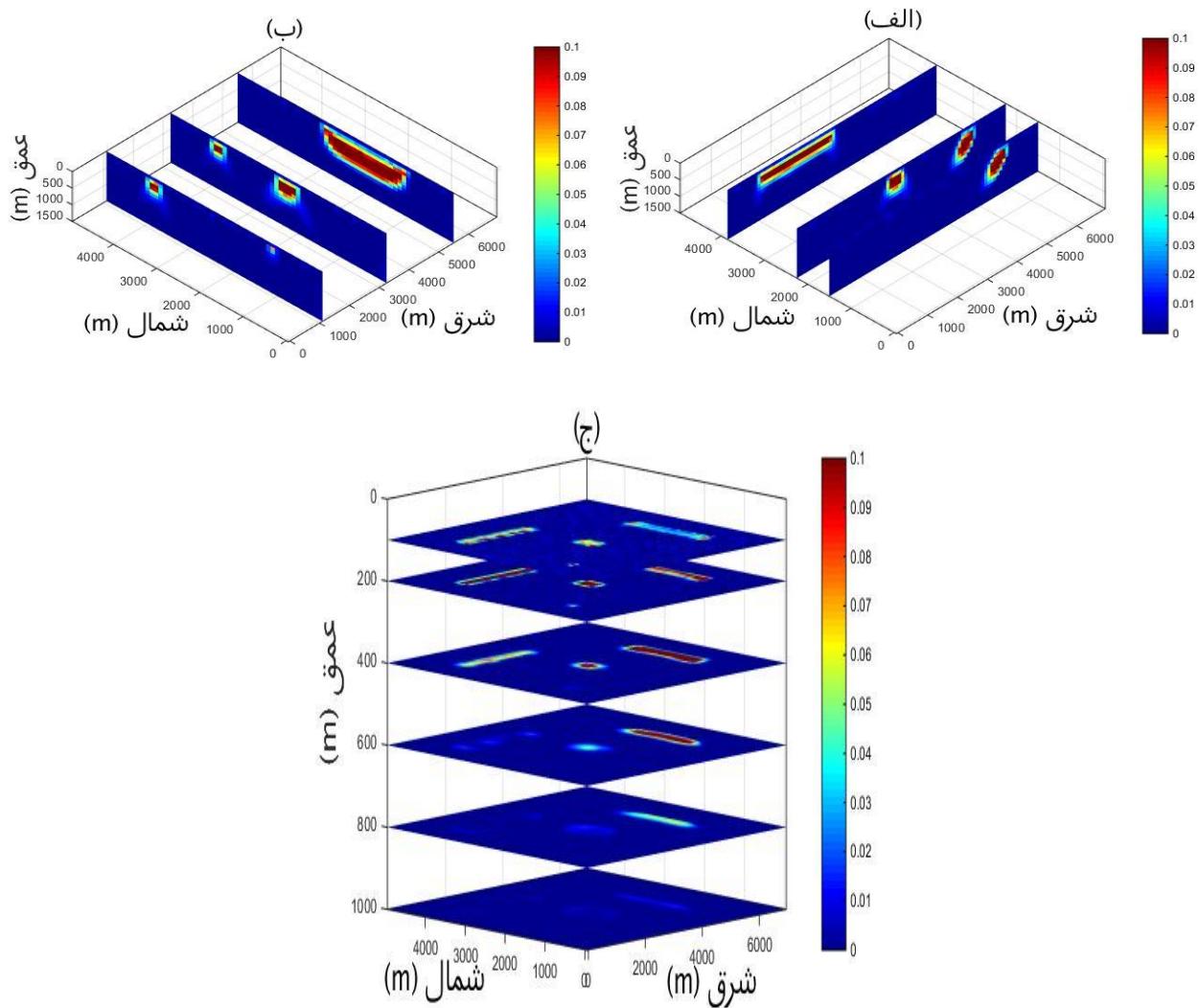
#### ۴- زمین‌شناسی محدوده موردمطالعه

منطقه مورد مطالعه با وسعت تقریبی ۰/۲ کیلومترمربع در ۹۰ کیلومتری جنوب شرق شهر سرپیشه و جنوب شرق روستای درح واقع شده است. این محدوده از شمال به ارتفاعات بالحقاب و از جنوب به تبعیغ‌نواپ محدود می‌شود. از لحاظ ریختشناسی منطقه از تپه ماهورهایی با سطوح فرسایشی صاف و هموار و کمتر زبر و خشن تشکیل شده است. در ارتفاعات منطقه توده‌های نفوذی به صورت قلل مرتفع دندانه‌دار دیده می‌شوند. دشت‌های صاف و هموار و بعض‌آرسی

#### ژولیده سر وطن خواه، وارون سازی تک داده های مغناطیسی در فضای داده، کاربرد روش بر روی داده های ناحیه تبغ نو آب در جنوب بیرون چند، صفحات ۴۷-۳۵.

معرف تأثیر گرمای توده بوده که در آن کلریت که از کانی های ثانویه شاخص به حساب می آید به خوبی قابل مشاهده است. شکل ۵ محدوده مورد مطالعه را بر روی نقشه زمین شناسی  $1/100000$  ماهیروند نمایش می دهد. با توجه به پتانسیل های این محدوده برداشت های ژئوفیزیکی مقاومت ویژه و بارپذیری و مغناطیس سنجی بر روی این محدوده صورت گرفته است. در این مقاله به وارون سازی داده های مغناطیس سنجی پرداخته شده است. با در نظر گرفتن زمین شناسی محدوده و آغشته گی هایی که در برداشت های سطحی وجود دارد، می توان کران خود پذیری مغناطیسی را بین صفر و  $1/5$  در نظر گرفت.

کانی اپیدوت و کلریت بوده و زمینه سنگ را معمولاً بلورهای ریز پلازیوکلاز و کانی های ثانویه تشکیل می دهند. این واحد سنگی در پاره ای نواحی ریزدانه گردیده و با ساختار میکرو کوارتز دیبورتی ظاهر می گردد. این ماغماتیسم به دوره پیرینین نسبت داده شده است. دگرگونی همبry در منطقه مورد مطالعه از تزریق توده نفوذی کوارتز دیبورتی در سنگ میزبان با ترکیبات کربناتی و ماسه ای ایجاد شده است که با تشکیل رخساره اسکارنی، در آهک ها و هورنفلس، در رسوبات تخریبی همراه است. در منطقه مینرالیزه، مجموعه ای از آهک های بلورین شده وجود دارد که در نتیجه تزریق توده نفوذی داغ حاصل شده و توسط تشکیل کانی های گارنت و اپیدوت مشخص می شوند. سنگ های هورنفلسی معمولاً با یک سیمای تیره رنگ که



شکل ۴: نتایج وارون سازی داده های شکل ۲ ب با استفاده از الگوریتم ۱. (الف) سطح مقطع عمود بر راستای شمال در فواصل ۱۵۰۰، ۲۲۵۰، ۳۸۵۰ و ۴۲۵۰ متری (ب) سطح مقطع عمود بر راستای شرق در فواصل ۲۰۰۰، ۳۲۵۰ و ۵۵۰۰ متری (ج) سطح مقطع در اعماق ۱۰۰، ۲۰۰، ۴۰۰، ۶۰۰، ۸۰۰ و ۱۰۰۰ متر.

جدول ۴: خصوصیات میدان مغناطیسی محدوده مورد مطالعه.

میدان کل مغناطیسی زمین	۴۶۶۶۱
زاویه میل مغناطیسی	۴۹.۴ درجه
زاویه انحراف مغناطیسی	۳ درجه

در شکل ۶ شدت آنومالی باقیمانده حاصل از سه بی‌هنگاری برحسب نانو تsla نمایش داده شده است. شبکه‌ای شامل  $20 \times 34 = 72 \times 34$  داده برای وارون‌سازی انتخاب می‌شود. فرض بر آن است که داده‌ها دارای خطای با توزیع نرمال و انحراف معیاری به صورت رابطه زیر می‌باشند:

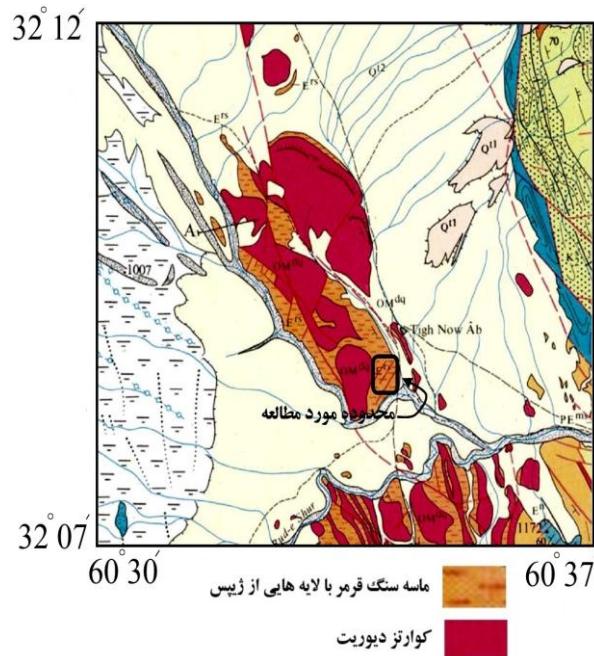
$$(0.02(d^{\text{obs}}) + 0.004 \|d^{\text{obs}}\|) \quad (13)$$

اطلاعات مورد استفاده برای انجام وارون‌سازی از جمله تعداد مکعب‌ها، بعد آن‌ها و ... در جدول (۵) بیان شده است. تعداد مکعب‌های مورد نیاز برای مدل‌سازی سطح زیرین  $7956^0$  عدد است. در مقایسه با تعداد داده‌ها به روشنی ارجحیت مدل‌سازی در فضای داده آشکار است.

جدول ۵: اطلاعات مورد استفاده در وارون‌سازی داده‌های واقعی.

تعداد مکعب‌ها	ابعاد مکعب‌ها	تعداد مکعب‌ها	ابعاد مکعب‌ها
۱۰	$78 \times 34 \times 30 = 7956^0$	۳	$\text{Pad } x$
۳	$\text{Pad } y$	۳	$\text{Pad } z$
$1/5 - 0$	کران خودپذیری مغناطیسی	$2079$	شرط توقف
$0..1$	ضریب $\epsilon$	۲	ضریب $\beta$

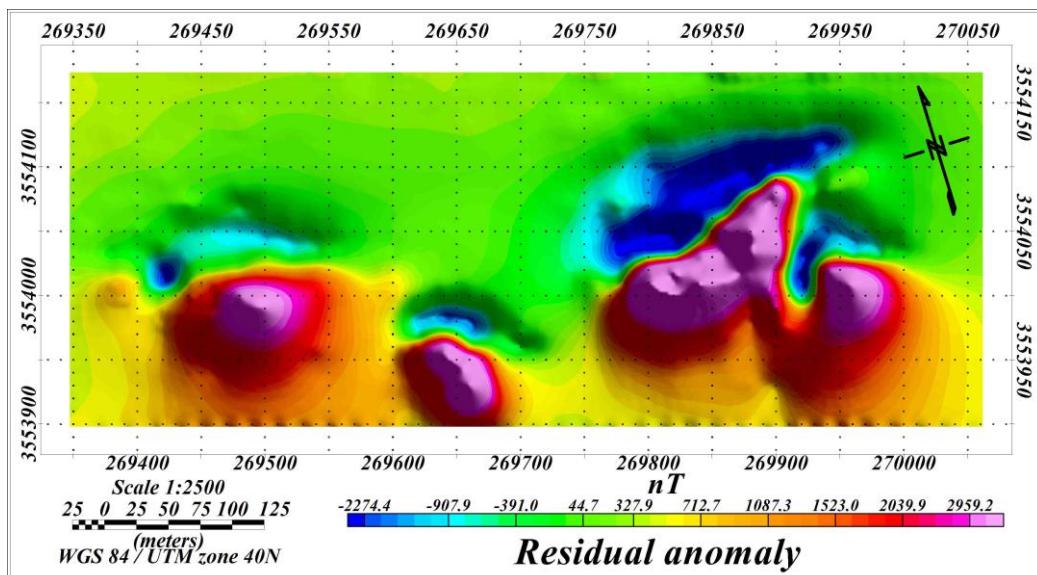
وارون‌سازی در تکرار هفتم متوقف می‌شود. شکل ۷ نمای سه‌بعدی مدل حاصل از وارون‌سازی توسط روش سطوح هم‌مقدار (Isosurface) با مقادیر خودپذیری بالای ۱ را نمایش می‌دهد.



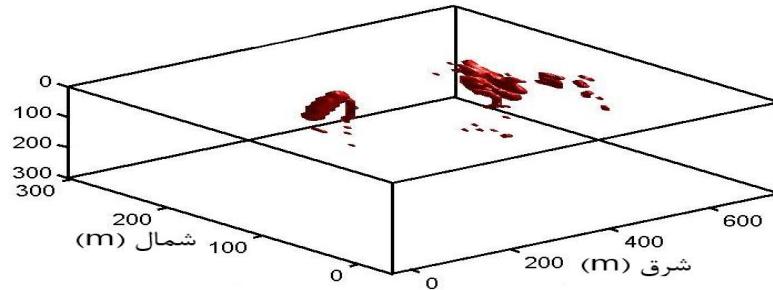
شکل ۵: محدوده مورد مطالعه بر روی نقشه زمین‌شناسی ۱/۱۰۰۰۰۰ ماهیرود.

#### ۲-۴- پردازش و آماده‌سازی داده‌ها

عملیات برداشت داده‌های مغناطیسی با دو دستگاه (یکی از دستگاه‌ها به صورت ثابت برای ثبت تغییرات روزانه بکار برده شده است) مغناطیسی سنج پروتون ساخت کشور کانادا با دقت  $1/10^0$  نانو تsla صورت گرفته است. داده‌ها در  $40^0$  پروفیل شمال‌شرقی-جنوب‌غربی با فاصله  $20$  متر و فواصل ایستگاهی  $10$  متری برداشت شده‌اند. پس از برداشت و انجام تصحیحات روزانه و حذف مقدار IGRF از داده‌ها، در نهایت مقدار باقیمانده با حذف آنومالی ناحیه‌ای به روش براوش چندجمله‌ای حاصل گردید (شکل ۶). خصوصیات میدان مغناطیسی زمین در محدوده مورد مطالعه در جدول (۴) نشان داده شده است.



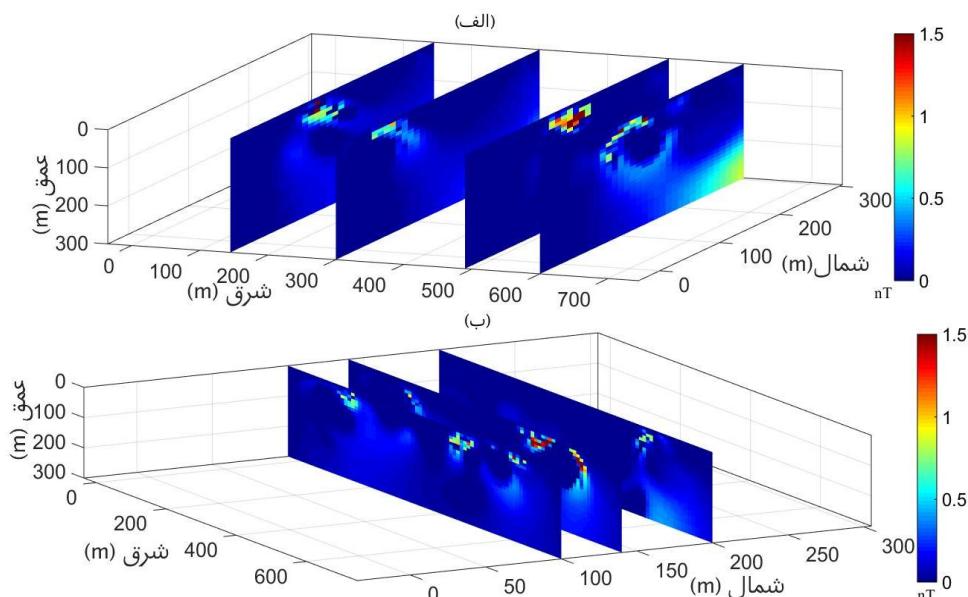
شکل ۶: نقشه آنومالی باقیمانده.



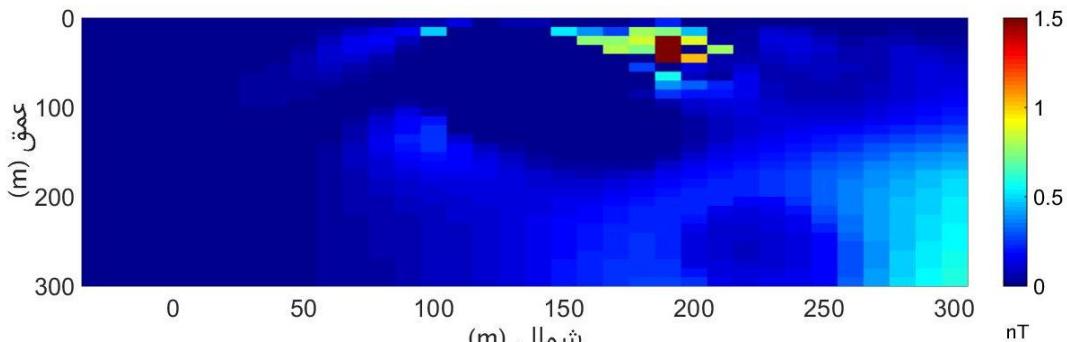
شکل ۷: نمای سه بعدی از مدل سازی محدوده مورد مطالعه در ناحیه تیغ نو آب. توده هایی که خود پذیری بالای ۱ دارند نمایش داده شده اند.

توسط جهان تیغ (۱۳۹۰) گسترش عمقی توده های محدوده مورد مطالعه با استفاده از فیلتر ادامه فراسو حدود ۸۰ متر، تخمین عمق مرکز آنومالی توسط اویلر دو بعدی ۴۵ متر، عمق تخمینی مرکز آنومالی توسط زاویه تیلت ۴۴ متر، تخمین عمق متوسط توسط اویلر سه بعدی ۵۰ متر بوده و روش آنالیز طیفی دو آنومالی کلی در اعمق ۴۵ و ۵۰ متری نشان داده است. از طرف دیگر مطالعات مقاومت ویژه و پلاریزاسیون القایی نیز برای این محدوده انجام شده است که علی رغم عمق تجسس کم، موقعیت قرار گیری آنومالی را به خوبی مشخص می کند. در مطالعه ای که ژولیده سر و همکاران (۱۳۹۲) در این محدوده انجام دادند، سه توده متراکم با گسترش عمقی از نزدیکی سطح تا ۸۰ الی ۱۰۰ متری و شکل دایک مانندی را نشان داد. بررسی های آماری که بر روی داده های مقاومت ویژه و پلاریزاسیون القایی انجام شد. توده غنی و متراکمی را به علت همبستگی منفی موجود بین دو دسته داده مشخص کرده است. این نتایج نیز مؤید نتایج به دست آمده در این مقاله است.

برای بررسی بهتر نتایج وارون سازی، از برش های افقی و قائم استفاده شده است (شکل های ۸ و ۹). شکل (۸-الف) برش های عمود بر راستای شرقی و شکل (۸-ب) برش های عمود بر راستای شمالی را نشان می دهد. سعی بر این شده است؛ که این برش ها بر روی آنومالی ها زده شوند. از بین سه آنومالی سطحی، مدل بازسازی شده برای آنومالی که در شرق محدوده قرار دارد ابعاد بزرگ تری داشته و گسترش عمقی بیشتری دارد. این گسترش از نزدیکی سطح شروع شده و تا عمق حدود ۸۰ متری ادامه دارد. در اعماق بیشتر آغشتنگی ای از ناهنجاری دیده می شود؛ که با در نظر گرفتن شدت آنومالی ایجادی و گسترش آنومالی سطحی، قابل توجه نیست. شکل ۹ نمایش دو بعدی از یک برش در راستای شمال را نشان می دهد. با توجه به اینکه ابعاد مکعب های مورد استفاده ۱۰ متری است، گسترش عمقی ۱۰ الی ۸۰ متری در این شکل مشهود است. گسترش افقی آنومالی حدود ۷۰ متر بوده و در فاصله حدود ۱۵۰ الی ۲۲۰ متری از اول شبکه قرار دارد. سایر مکعب هایی که خود پذیری کمتر از ۰/۵ دارند به عنوان ناهنجاری در نظر گرفته نشده است. در مطالعات قبلی دارند به عنوان ناهنجاری در نظر گرفته نشده است. در مطالعات قبلی



شکل ۸: برش هایی از مدل های به دست آمده از وارون سازی داده های شکل ۶ با استفاده از الگوریتم ۱. (الف) مقاطع عمود بر راستای شرقی و در فواصل ۱۴۵، ۳۰۰، ۴۹۰ و ۶۰۰ متر از مبدأ مختصات محلی. (ب) مقاطع عمود بر راستای شمال در فواصل ۱۰۰، ۱۴۰ و ۲۰۰ متر از مبدأ مختصات محلی.



شکل ۹: سطح مقطع عمود بر راستای شرقی و در فاصله ۵۵۰ متری مبدأ مختصات محلی.

## ۵- نتیجه‌گیری

روش اویلر در منطقه درح استان خراسان جنوبی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه بیرجند.

ژولیده‌سر، ف.، نوروزی، غ.، جهان‌تیغ، م.، ۱۳۹۲، بررسی اندیس معدنی درح با استفاده از مدل‌سازی وارون داده‌های ژئوفیزیکی (IP)، مجله انجمن ژئوفیزیک، ۷، (۲)، ۵۵-۷۷.

عباس‌زاده، ز.، وطن‌خواه، س. و ابراهیم‌زاده اردستانی، و.، ۱۳۹۴، وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های گرانی‌سنگی در فضای داده با استفاده از قید فشردگی، مجله فیزیک زمین و فضا، ۴۱، (۳)، ۴۵۳-۴۶۲.

Blakely, R.J., 1996, Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications, Cambridge University Press, Cambridge.

Boulanger, O. and Chouteau, M., 2001, Constraint in 3D gravity inversion, Geophysical Prospecting, 49, 265-280.

Farquharson, C.G., 2008, Constructing piecewise-constant models in multidimensional minimum-structure inversions, Geophysics, 73(1), K1-K9.

Hansen, P.C., 1998, Rank-Deficient and Discrete ill-Posed Problems, SIAM, Philadelphia.

Last, B.J. and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion, Geophysics, 48, 713-721.

Li, Y. and Oldenburg, D.W., 1996, 3-D inversion of magnetic data, Geophysics, 61 (2), 394-408.

Li, Y. and Oldenburg, D.W., 1998, 3D inversion of gravity data, Geophysics, 63, 109-119.

Li, Y. and Oldenburg, D.W., 2003, Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method, Geophysical Journal International, 152 (2), 251-265.

Pilkington, M., 1997, 3-D magnetic imaging using conjugate gradients. Geophysics, 62 (4), 1132-1142.

در این مقاله الگوریتمی برای وارون‌سازی تُنک و بزرگ مقایس داده‌های مغناطیسی توسعه داده شد. استفاده از قید فشردگی در عبارت تنظیم سبب شد که الگوریتم به سمت بازسازی مدل‌هایی با مرزهای تیز و گسسته سوق پیدا کند. با انتقال روابط از فضای مدل به فضای داده سرعت اجرای الگوریتم بهبود زیادی یافت. همچنین روش گرادیان مزدوج برای حل عددی مسئله مورد استفاده قرار گرفت. مدلی با ابعاد بزرگ شامل دایک شیبدار، دایک قائم، توده بزرگ عمیق و توده کوچک مورد استفاده قرار گرفت. نتایج وارون‌سازی این مدل با استفاده از الگوریتم ارائه شده نمایش داده شد. سرعت اجرای بالای الگوریتم و تُنکی فضای مدل حاصل، دلالت بر صحت و توانایی الگوریتم ارائه شده دارد. شب، خودپذیری، موقعیت، مرزهای افقی و قائم تا حد قابل قبولی بازسازی شدند. در پایان الگوریتم ارائه شده برای وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی منطقه تیغ‌نواب بیرجند در استان خراسان جنوبی مورد استفاده قرار گرفت. نتایج وارون‌سازی گسترش عمقی از سطح تا ۸۰ متری را برای آنومالی موجود در این ناحیه تخمین زد. این نتایج انطباق خوبی با دیگر بررسی‌های صورت گرفته در این منطقه داشت. در این محدوده یک توده بارز دیده می‌شود که ارزش بررسی‌های بیشتر اکتشافی را محدوده قرار دارد یک حفاری تا عمق حداقل ۱۰۰ متری صورت گیرد. کدهای مورد استفاده در این مقاله در نرم‌افزار متلب نوشته شده است و نزد نویسنده رابط موجود است.

## ۶- سپاس‌گزاری

نویسنده‌گان از آقای دکتر غلامرضا نوروزی به علت در اختیار قرار دادن داده‌های مغناطیس‌سنگی محدوده تیغ‌نواب کمال تشکر را دارند.

## ۷- منابع

جهان‌تیغ، م.، ۱۳۹۰، تخمین عمق آنومالی مغناطیسی با استفاده از

**ژولیده سر و وطن خواه، وارون سازی تک داده های مغناطیسی در فضای داده، کاربرد روش بر روی داده های ناحیه تنفس نو آب در جنوب بیرجند، صفحات ۴۷-۳۵.**

- Tarantola, A., 2005, Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation, SIAM, Philadelphia, U.S.A.
- Vatankhah, S., Ardestani, V.E. and Renaut, R.A., 2014, Automatic estimation of the regularization parameter in 2-D focusing gravity inversion: application of the method to the Safo manganese mine in northwest of Iran, Journal of Geophysics and Engineering.
- Vatankhah, S., Renaut, R.A. and Ardestani, V.E., 2016, 3-D Projected L1 inversion of gravity data, <http://arxiv.org/abs/1601.00114>, Submitted.
- Zhdanov, M.S., 2002, Geophysical inverse theory and regularization problems, Elsevier, Amsterdam.
- Pilkington, M., 2009, 3D magnetic data-space inversion with sparseness constraints, *Geophysics*, 74, L7-L15.
- Portniaguine, O. and Zhdanov, M.S., 1999, Focusing geophysical inversion images, *Geophysics*, 64, 874-887.
- Rao, D.B. and Babu, N.R., 1991, A rapid method for three dimensional modeling of magnetic anomalies, *Geophysics*, 56, 1729-1737.
- Siripunvaraporn, W. and Egbert, G., 2000, An efficient data-subspace inversion method for 2-D magnetotelluric data, *Geophysics*, 65, 791-803.
- Sun, J. and Li, Y., 2014, Adaptive  $L_p$  inversion for simultaneous recovery of both blocky and smooth features in geophysical model, *Geophysical Journal International*, 197, 882-899.



Shahrood University of Technology

JOURNAL OF RESEARCH ON APPLIED GEOPHYSICS

(JRAG)

2016, VOL 2, NO 1

(DOI): 10.22044/JRAG.2016.742



## Sparse inversion of magnetic data in data space, application of the method on the data from Tigh Nou Ab area in south of Birjand

Farshad Joulidehsar<sup>1</sup> and Saeed Vatankhah<sup>2\*</sup>

1- Ph.D. Candidate, School of Mining, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Assistant Professor, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

Received: 24 July 2016; Accepted: 3 October 2016

Corresponding author: svatan@ut.ac.ir

### Keywords

Magnetic Survey

3D Inversion

Data Space

Conjugate Gradient

Tigh Nuo Ab

### Extended Abstract

#### Summary

This paper introduces a sparse inversion methodology for large-scale magnetic survey data. The minimum support constraint is used in the stabilizer term and leads to models with sharp boundaries. The subsurface under the survey area is divided into a large number of cubes with fixed geometry and unknown susceptibility. In this case, the number of model parameters is much larger

than the number of data. Then, transforming from the model space to the data space yields a much smaller system of equations that can be solved quickly. The conjugate gradient algorithm is used to obtain the numerical solution of this system of equations. The proposed algorithm has been applied on a synthetic model consisting of multiple bodies, and also, on real data from Tigh Nuo Ab area in south of Birjand, Iran. Both synthetic and real cases have demonstrated the efficiency of the presented algorithm.

### Introduction

Nowadays, inversion algorithms are widely used for the interpretation of magnetic survey data. The associated formulation for the inversion of the data is ill-posed so that regularization is needed. This introduces reasonable stabilizing conditions on the solution and leads to a unique solution. Furthermore, desired characteristics for a reconstructed solution can be obtained by incorporating specific constraints in the stabilization term. Specifically, for potential field data inversion, it is standard to use a compactness constraint introduced by Last and Kubik (1983) or its extension known as the minimum support constraint, which has been developed by Portniaguine and Zhdanov (1999). In this paper, we adopt the use of the minimum support constraint that leads to a model with sharp boundaries and blocky features. For large-scale magnetic data, the inversion process is always challenging and powerful computational algorithm are required to make the solution process feasible. Here, the data-space inversion methodology is used to reduce the computational time.

### Methodology and Approaches

The subsurface domain is divided into a large number of fixed cubes with unknown susceptibility values. Here, the number of the cubes is  $M$  and the number of the data is  $N$ , in which  $N \ll M$ . A general objective function that includes the data misfit and stabilizer terms is minimized and yields the regularized inverse solution. Depth weighting matrix and minimum support constraint are incorporated in the stabilizer term, so that the recovered model is not emphasized near the surface and will have sharp boundaries and blocky features. To deal with the non-linearity introduced by the minimum support constraint, a model-space iteratively reweighted least squares algorithm is used. We transform the solution of the inverse problem from the model space to the data space, which leads to a system of equations with dimension  $N \times N$  rather than the original  $M \times M$ . This makes it possible to obtain a solution of the large-scale magnetic inverse problem. Furthermore, the numerical solution of the resulting linear systems is obtained using the conjugate gradient algorithm.

### Results and Conclusions

A model, comprising of four different bodies, is used to test the efficiency of the presented algorithm. The data are generated at 3500 stations and are contaminated with random noise. The subsurface domain is discretized into 52500 cubes. The data-space inversion process is completed in less than one minute. The recovered model has sharp boundaries and is close to the original model. Finally, the algorithm is used on magnetic data over Tigh Nuo Ab area located in south of Birjand, Iran. The results show that the subsurface anomaly is extended to a depth of 80 m.