



برآورد خودکار پارامتر منظم سازی به روش تخمینگر ناریب ریسک احتمالی در وارون سازی سه بعدی مقید داده های مغناطیسی

محمد رضایی^{۱*}، علی مرادزاده^۲، علی نجاتی کلاته^۲ و حمید آقاجانی^۳

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲- استاد، دانشکده مهندسی معدن، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران

۳- استادیار، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۷/۲۵؛ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۱۱/۰۸

* نویسنده مسئول مکاتبات: mohamad1rezaie@gmail.com

چکیده

وارون سازی داده های مغناطیسی از اهمیت زیادی در تفسیر داده های اکتشافی برخوردار است. در این روش تخمین توزیع مغناطیس پذیری مدل زیرسطحی از طریق داده های اندازه گیری شده سطحی صورت می گیرد. یکی از نکات کلیدی در حل مسائل وارون داده های ژئوفیزیکی تعیین مقدار بهینه پارامتر منظم سازی است. برای این منظور روش های مختلفی در وارون سازی سه بعدی داده های مغناطیسی وجود دارد. در مطالعه حاضر از روش تخمینگر ناریب ریسک احتمالی (UPRE) برای تعیین مقدار بهینه پارامتر منظم سازی جهت وارون سازی سه بعدی مقید داده های مغناطیسی با روش نمایش گرادیان تعدیل شده نیوتن (GPRN) استفاده شد. جهت نیل به این هدف الگوریتمی تهیه گردید؛ که مقدار پارامتر منظم سازی برای وارون سازی تخمین زده می شود. برای بررسی چگونگی عملکرد و تعیین اعتبار الگوریتم تهیه شده، ابتدا از داده های مغناطیسی حاصل از یک مدل مصنوعی و داده های واقعی مغناطیسی مربوط به کانسار آهن الله آباد استان یزد استفاده شد. نتایج مدل سازی وارون سه بعدی داده های مغناطیسی در این منطقه نشان می دهد که عمق کانی سازی در این منطقه کمتر از ۱۰۰ متر است. نتایج به دست آمده در مقایسه با داده های حاصل از حفاری نشان می دهد که به کارگیری این الگوریتم، می تواند تخمین مناسبی از توزیع مغناطیس پذیری و ساختارهای زیرسطحی ماده معدنی ارائه کند.

واژگان کلیدی

وارون سازی سه بعدی
داده مغناطیسی
پارامتر منظم سازی
روش UPRE
روش GPRN
پارامتر مدل
کانسار الله آباد

۱- مقدمه

روش مغناطیس سنجی، روش مناسبی برای بررسی ساختارهای درون زمین است. در این روش پس از برداشت و پردازش داده ها و بر اساس هدف مورد نظر، داده های برداشت شده با انجام مدل سازی های مناسب به صورت کمی تفسیر می شوند. وارون سازی داده ها یک روش مدل سازی است که به ویژه در داده های میدان پتانسیل (مغناطیس و گرانی سنجی) یکی از مهم ترین گام ها در تفسیر داده های حاصل از این روش ها است. هدف از وارون سازی داده ها، یافتن مغناطیس پذیری سنگ ها و پارامترهای مدل زیرسطحی ناشناخته زمین است، به گونه ای که داده های مشاهده ای در سطح زمین را باز تولید کند (Abedi et al, 2013). در وارون سازی داده های مغناطیسی فرض بر این است که فضای زیر سطح زمین در محدوده برداشت داده ها را می توان به بلوک های کوچکی با ابعاد ثابت تقسیم کرد. سپس با حل مسئله وارون سازی، مقدار مغناطیس پذیری مجهول هر یک از این بلوک ها برآورد می شود. بدین ترتیب توزیع مغناطیس پذیری توده زیرسطحی تخمین زده می شود. مشکل اصلی در وارون سازی داده های حاصل از عملیات مغناطیس سنجی، عدم یکتایی جواب است (Li and Oldenburg, 1996)؛ بنابراین وارون سازی داده های مغناطیسی مسئله ای فرو تخمینی یا فرو برآورد و بد حالت است. یکی از راه هایی که برای انتخاب مدل مناسب پیشنهاد شده است وارون سازی هموار و مدل کوچک است (Li and Oldenburg, 1996, 1998). یکی از روش های رایج برای رسیدن به این مدل، کمینه کردن تابع هدفی است که این تابع عدم برازش داده ها را با شرطی دیگر مثل شرط های منظم سازی تیخونوف ترکیب می کند (Aster et al. 2013). کاربرد پارامتر منظم سازی در مدل سازی وارون سبب تعادل بین عدم برازش داده ها و عبارت منظم ساز در تابع هدف می شود.

یکی از مسائل مهم در روش های منظم سازی، از جمله روش تیخونوف، انتخاب مقدار مناسب پارامتر منظم سازی است (Haber and Oldenburg, 2000; Farquharson and Oldenburg, 2011; Kaltenbacher et al. 2004). روش های متعددی برای تخمین پارامتر منظم سازی در حل مسائل وارون خطی داده های ژئوفیزیکی وجود دارد (Hansen, 2010). الدنبرگ و لی (۲۰۰۵) از روش های منحنی L، اصل اختلاف و اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته ((Generalized Cross Validation (GCV)) برای تعیین پارامتر منظم سازی در وارون سازی هموار داده های میدان پتانسیل استفاده کرده اند. آن ها دریافتند که با استفاده از روش (GCV) می توان به مقدار پارامتر منظم سازی مناسب نزدیک شد و تا حدودی سطح نوفه موجود در داده ها را تخمین زد و در نهایت با استفاده از روش اصل اختلاف به پارامتر منظم سازی مناسب رسید (Oldenburg and Li, 2005). با این وجود روش اصل اختلاف، زمانی به کار گرفته می شود که مقدار نوفه به خوبی در داده ها مشخص و مقادیر انحراف معیارها

برای مقادیر نوفه معلوم است (Farquharson and Oldenburg, 2004). با وجودی که روش منحنی L روش خوبی برای انتخاب پارامتر منظم سازی است ولی ضمانتی برای اینکه همیشه پارامتر منظم سازی مناسبی به کمک آن به دست آید، وجود ندارد. روش دیگری برای انتخاب خودکار پارامتر منظم سازی مسئله منظم سازی تیخونوف ارائه شده است که تخمینگر ناریب ریسک احتمالی ((Unbiased Predictive Risk Estimator (UPRE)) نامیده می شود (Vogel, 2002). این روش برای انتخاب پارامتر منظم سازی بهینه در وارون سازی متمرکز سه بعدی داده های گرانی سنجی استفاده شده است. نتایج به دست آمده از این روش نشان می دهد که روش تخمینگر ناریب ریسک احتمالی روش مناسبی برای انتخاب پارامتر منظم سازی بهینه در وارون سازی متمرکز داده های گرانی سنجی است (Vatankhah et al. 2015). آن ها برای وارون سازی متمرکز داده های گرانی سنجی از الگوریتم تجزیه مقادیر تکین تعمیم یافته (Generalized singular value decomposition (GSVD)) استفاده نمودند که این الگوریتم یک روش مستقیم در وارون سازی داده ها است. در صورتی که تعداد پارامترهای مدل زیاد باشد نمی توان از این الگوریتم استفاده کرد. در این موارد باید از الگوریتم های وارون سازی دیگر که دارای مرحله تکرار محاسبات باشند استفاده نمود. بررسی های انجام شده نشان می دهد که تاکنون از این روش برای انتخاب پارامتر منظم سازی در وارون سازی هموار و متمرکز داده های مغناطیس سنجی استفاده نشده است.

روش های مختلفی برای به دست آوردن پارامترهای مدل در وارون سازی هموار و مقید داده های مغناطیسی وجود دارد. یکی از بهترین این روش ها، روش نمایش گرادیان تعدیل شده نیوتن (Gradient Projection Reduced Newton (GPRN)) است (Lelièvre et al. 2009).

هدف از این مقاله بررسی توانایی روش تخمینگر ناریب ریسک احتمالی در انتخاب پارامتر منظم سازی بهینه برای وارون سازی هموار و مقید داده های مغناطیس سنجی با تعداد پارامترهای مدل زیاد و با استفاده از روش نمایش گرادیان تعدیل شده نیوتن (GPRN) است. به این منظور ابتدا با تهیه یک مدل مصنوعی و محاسبه اثر مغناطیسی آن به روش پیشرو و وارون سازی داده های به دست آمده، به بررسی توانمندی روش تخمینگر ناریب ریسک احتمالی در انتخاب بهینه پارامتر منظم سازی پرداخته شده و سپس از این روش در وارون سازی داده های مغناطیسی کانسار آهن الله آباد استان یزد استفاده شده است.

۲- بحث مدل سازی

۲-۱- مدل سازی پیشرو

در وارون سازی خطی داده های میدان پتانسیل معمولاً حجم زیر

به صورت $w(z) = \sqrt{(z+z_0)^{-\gamma}}$ تعریف می‌شود (Li and Oldenburg, 1998) که z عمق هریک از پارامترهای مدل بوده و γ در وارون‌سازی داده‌های مغناطیس برابر با سه است و z_0 پارامتر قابل تنظیمی است که باعث می‌شود تابع وزنی تباین مغناطیس پذیری با افزایش عمق کاهش یابد. تابع وزنی عمق یک ماتریس قطری را تشکیل می‌دهد که در رابطه (۳) در ماتریس ناهموار ساز ضرب می‌شود.

۲-۳- تعیین پارامتر منظم سازی به روش تخمین گر نااریب ریسک احتمالی (UPRE)

در این روش ایده اساسی این است که جواب خوب برای یک مسئله وارون‌سازی، جوابی است که تخمین گر آماری، میانگین مربع نرم خطای احتمالی زیر را که به رابطه ریسک احتمالی (Predictive Risk) معروف است، کمینه نماید (Vogel, 2002):

$$\frac{1}{m} \|p_\beta\|_2^2 = \frac{1}{m} \|G\kappa_\beta - G\kappa_{true}\|_2^2 \quad (4)$$

که در آن p_β خطای احتمالی و κ_β بردار پارامترهای مدل است که با استفاده از پارامتر منظم سازی β و حل رابطه (۳) حاصل می‌شود و κ_{true} بردار پارامترهای مدل واقعی است.

بنابراین برای یافتن پارامتر منظم سازی بهینه با استفاده از اصل فوق تابع تخمین گر نااریب ریسک احتمالی طوری بیان می‌شود که نیازی به بردار پارامترهای مدل واقعی (κ_{true}) نباشد که این تابع به صورت زیر تعریف می‌شود (Vogel, 2002):

$$U(\beta) = \frac{1}{m} \|G\kappa_\beta - d_{obs}\|_2^2 + \frac{2\sigma^2}{m} \text{trace}(H_\beta) - \sigma^2 \quad (5)$$

که در آن σ انحراف معیار تخمینی نوفه موجود در داده‌ها است و m تعداد داده‌ها است. همچنین پارامتر H_β به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_\beta = G(G^T G + \beta^2 L^T L)^{-1} G^T \quad (6)$$

در مقاله حاضر برای محاسبه بردار پارامترهای مدل (κ_β) و H_β در رابطه (۶) از روش مرحله‌ای دو قطری سازی لنگزوس (Lanczos Bidiagonalization) (Paige and Saunders, 1982) استفاده می‌شود. در صورت زیاد بودن تعداد پارامترهای مدل، محاسبه جمع قطر اصلی ماتریس H_β (رد ماتریس H_β) در رابطه (۵) به صورت مستقیم دشوار است، بنابراین از روش تخمین گر تصادفی رد هاجینسون استفاده می‌شود (Hutchinson, 1990). در این روش، تخمین نااریب رد ماتریس H_β از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\text{trace}(H_\beta) = u^T H_\beta u \quad (7)$$

که در آن u یک بردار تصادفی است که از اعداد ۱ و -۱ تشکیل شده است و احتمال وقوع هر یک از این اعداد برابر با ۰/۵

سطح زمین به بلوک‌های کوچکی با ابعاد ثابت تقسیم می‌شود. سپس تباین خاصیت فیزیکی (چگالی یا مغناطیس پذیری) هر یک از این بلوک‌های کوچک پارامترهای مدلی است که باید در طی فرایند وارون‌سازی برآورد شوند (رضایی و همکاران، ۱۳۹۳). در اینجا برای محاسبه رابطه بین پارامترهای مدل و داده‌ها از روش ارائه شده توسط باتاچاریا (۱۹۶۴) استفاده شده است؛ بنابراین برای هر داده می‌توان نوشت (Bhattacharyya, 1964):

$$G\kappa = d \quad (1)$$

که در آن $d \in R^m$ بردار داده‌های اندازه‌گیری شده (مشاهده‌ای)، $\kappa \in R^n$ بردار پارامترهای مدل (مغناطیس پذیری) و G ماتریس کرنل در وارون‌سازی است. در وارون‌سازی خطی سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل معمولاً تعداد پارامترهای مدل از تعداد داده‌ها بیشتر است. به دلیل وجود نوفه $e \in R^m$ در داده‌های اندازه‌گیری شده ($d_{obs} \in R^m$) می‌توان نوشت (Oldenburg and Li, 2005):

$$d_{obs} = d + e \quad (2)$$

هدف از وارون‌سازی خطی داده‌های مغناطیسی به دست آوردن بردار پارامترهای مدل (κ) با استفاده از داده‌های مشاهده‌ای است به گونه‌ای که توزیع مغناطیس پذیری سنگ‌ها و کانی‌ها را در زیر زمین تفسیر کند و این مدل از نظر زمین‌شناسی قابل قبول باشد.

۲-۲- وارون‌سازی داده‌ها

در مدل‌سازی وارون پارامترهای مدل به وسیله کمینه کردن تابع هدف تیخونوف که بدحالت بودن آن کمتر است به دست می‌آید (Tikhonov and Arsenin, 1977). در صورت اعمال قید مثبت بودن، تابع هدف تیخونوف به صورت زیر تعریف می‌گردد (Li and Oldenburg, 2003):

$$\min : \Phi = \Phi_d + \beta \Phi_\kappa \quad (3)$$

$$\text{subject to: } \kappa \geq 0$$

که در آن $\Phi_d = \|d_{obs} - G\kappa\|_2^2$ تابع عدم برازش بوده و $\Phi_\kappa = \|L\kappa\|_2^2$ تابع منظم‌ساز تیخونوف است و L ماتریس ناهموار ساز است. در اینجا ماتریس ناهموار ساز عملگر مشتق مرتبه اول است که همان شرط تیخونوف مرتبه اول نامیده می‌شود (Aster et al, 2013). در نهایت $\beta > 0$ پارامتر منظم سازی است که بین تابع عدم برازش و تابع منظم‌ساز تیخونوف توازن را برقرار می‌کند. برای وارون‌سازی داده‌ها ابتدا پارامتر منظم سازی بهینه (β) توسط روش مورد نظر انتخاب شده و در رابطه (۳) قرار می‌گیرد، سپس پارامترهای مدل از حل معادله (۳) با استفاده از روش GPRN محاسبه می‌شوند.

در وارون‌سازی داده‌های میدان پتانسیل به دلیل حساس نبودن داده‌ها نسبت به پارامترهای مدل موجود در اعماق بیشتر باید تابع وزنی عمق را در فرایند وارون‌سازی وارد نمود. در اینجا تابع وزنی

رضایی و همکاران، بر آورد خودکار پارامتر منظم سازی به روش تخمینگر ناریب ریسک احتمالی در وارون سازی سه بعدی مقید داده های مغناطیسی، صفحات ۱۵۴-۱۴۵.

مدل مصنوعی استفاده شده در اینجا یک بلوک شیب دار است؛ که سطح بالایی آن در عمق ۵۰ متری زمین قرار دارد و تا عمق ۴۰۰ متری از سطح زمین امتداد یافته است. اختلاف مغناطیس پذیری این بلوک با سنگ های اطراف (SI) ۰/۰۶ در نظر گرفته شده است (شکل ۱- الف و ب).

مقدار زاویه میل (شیب) و انحراف میدان مغناطیسی به ترتیب برابر با ۵۳ درجه و ۲ درجه است. ابعاد شبکه فرضی برداشت داده بر روی سطح زمین ۵۰ متر در ۵۰ متر لحاظ شد. زیر سطح زمین به سلول هایی مکعبی با ابعاد ۵۰ متر تقسیم شده است؛ که با توجه به ابعاد مدل تعداد این سلول های مکعبی $4000 = 20 \times 20 \times 10$ است. ابتدا داده های حاصل از این مدل مصنوعی با استفاده از مدل سازی پیشرو تولید شد. سپس سه درصد نوفه تصادفی با توزیع نرمال به داده ها اضافه گردید (شکل ۱- ج).

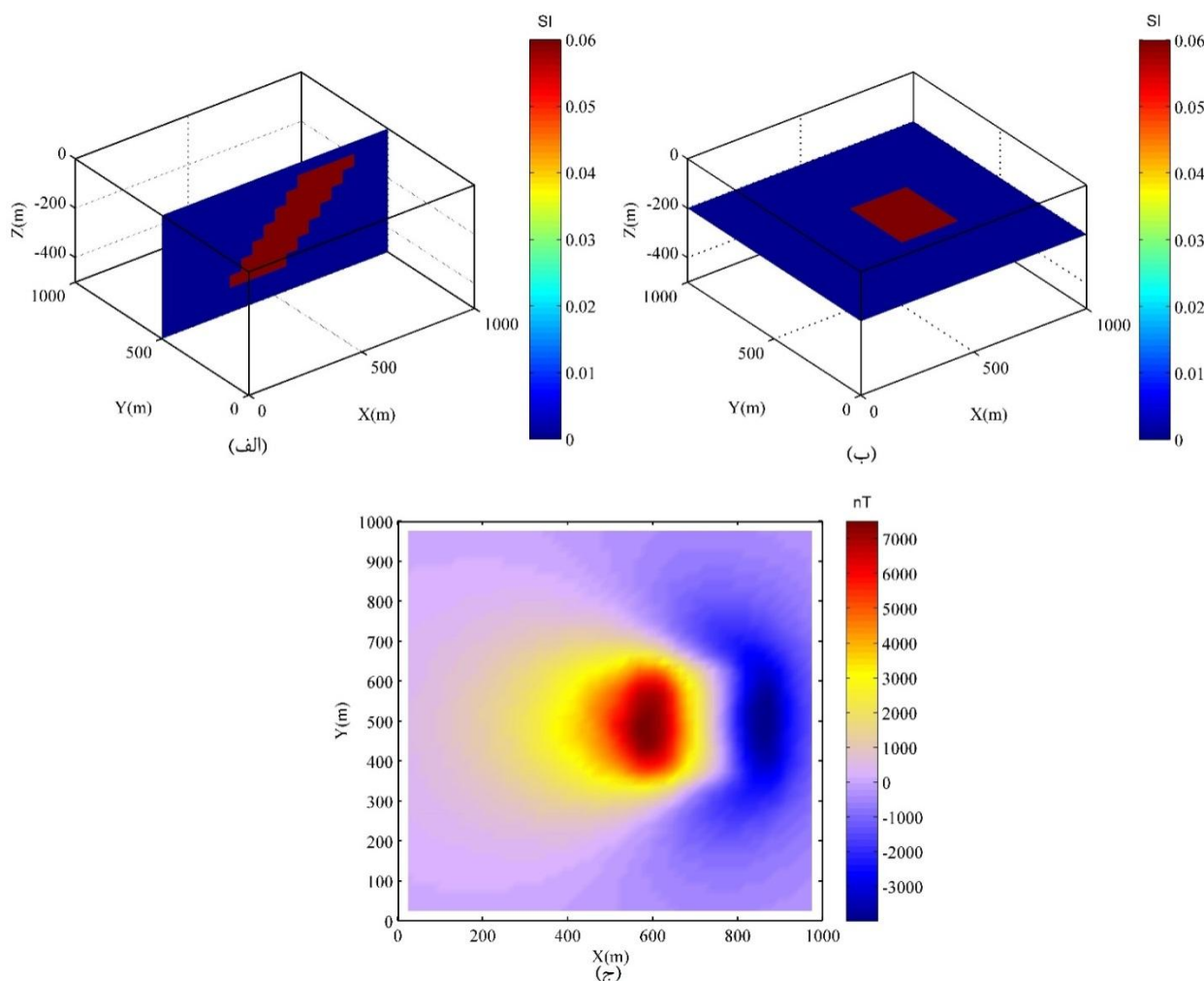
است؛ بنابراین در صورتی که تعداد پارامترهای مدل زیاد باشد، تابع تخمین گر ناریب ریسک احتمالی (UPRE) به صورت زیر تخمین زده می شود:

$$U(\beta) = \frac{1}{m} \|G\kappa_{\beta} - d_{obs}\|_2^2 + \frac{2\sigma^2}{m} u^T H_{\beta} u - \sigma^2 \quad (۸)$$

بنابراین در عمل برای انتخاب پارامتر منظم سازی به روش UPRE ابتدا چند عدد مختلف به عنوان پارامتر منظم سازی انتخاب می شود. سپس تابع $U(\beta)$ برای تک تک این اعداد با استفاده از رابطه (۸) محاسبه می شود. در نهایت آن عددی به عنوان پارامتر منظم سازی بهینه انتخاب می شود که تابع $U(\beta)$ را کمینه کند (رضایی و همکاران، ۱۳۹۴).

۳- مدل مصنوعی

به منظور ارزیابی روش ارائه شده در بخش قبل، وارون سازی داده های حاصل از یک مدل مصنوعی با استفاده از این روش انجام می شود.



شکل ۱: برش قائم از مدل مصنوعی در فاصله ۵۰۰ متری از مبدأ به موازات محور X (الف). برش افقی از مدل مصنوعی در عمق ۲۰۰ متری از سطح زمین (ب) و نقشه داده های مغناطیس حاصل از مدل مصنوعی همراه با نوفه (ج).

تعیین شده و وارون‌سازی انجام شود که این کار باعث افزایش زمان حل مسئله وارون خواهد شد (Oldenburg and Li, 2005). پس به نظر می‌رسد که در اینجا روش UPRE در انتخاب پارامتر منظم سازی بهینه برای وارون‌سازی هموار داده‌های مغناطیس از روش GCV بهتر عمل نموده است.

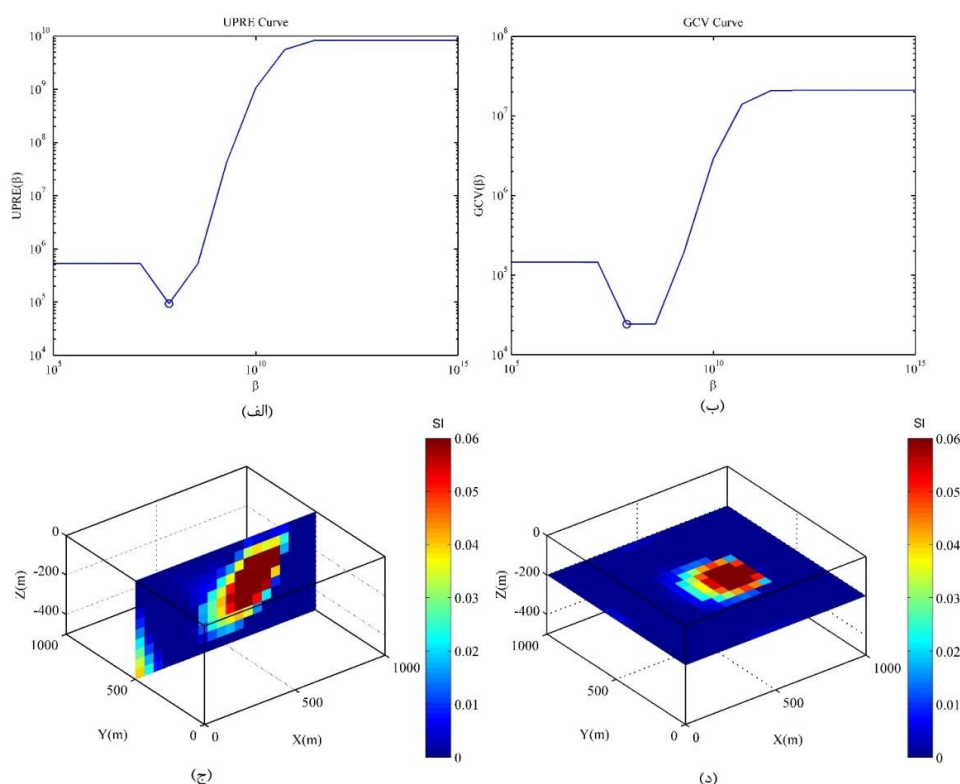
همچنین عمل وارون‌سازی داده‌ها با استفاده از الگوریتم GPRN انجام گرفت که در آن پارامتر منظم سازی با استفاده از روش UPRE به صورت خودکار انتخاب شده است و مقدار آن برابر با 7.196×10^7 است (شکل ۲-ج و د). در روش (GPRN) شرط توقف الگوریتم کمتر شدن میزان عدم برازش از تعداد داده‌ها است (Lelièvre et al, 2009). برای این مدل مصنوعی، مقدار عدم برازش حاصل از مدل‌سازی حدود ۵۱ به دست آمد که از تعداد داده‌ها (۴۰۰) کمتر بوده پس جواب قابل قبول است.

نتایج وارون‌سازی داده‌ها (شکل ۲-ج و د) نشان می‌دهد که ابعاد بلوک به نسبت خوبی تعیین شده است و مدل به دست آمده در مقاطع شباهت مناسبی با مقاطع مدل مصنوعی دارد. زمان لازم برای وارون‌سازی داده‌ها در رایانه‌ای با پردازشگر CORE i7 و حافظه داخلی (RAM) ۱۶ گیگابایت ۶۲ ثانیه است.

در نهایت وارون‌سازی داده‌ها با استفاده از الگوریتم دو قطری سازی لنگروس انجام گرفت که در آن پارامتر منظم سازی با استفاده از روش‌های (UPRE) و (GCV) به صورت خودکار و جداگانه انتخاب شد. نتایج حاصل از این دو روش با یکدیگر مقایسه شد (شکل ۲-الف و ب). مراحل فوق با برنامه‌نویسی در محیط نرم‌افزار MATLAB نسخه 2014a انجام گرفته است.

نتایج بررسی‌ها نشان می‌دهد که نمودار تابع UPRE نسبت به مقادیر مختلف پارامتر منظم سازی تنها در یک نقطه مقدار کمینه داشته که مقدار عددی پارامتر منظم سازی در آن نقطه پارامتر منظم سازی بهینه است (شکل ۲-الف). درحالی‌که در نمودار تابع GCV نسبت به مقادیر مختلف پارامتر منظم سازی مقدار تابع در دو نقطه متفاوت کمینه می‌شود، به عبارت دیگر تابع نقطه کمینه یکتا ندارد (شکل ۲-ب)؛ بنابراین در این حالت می‌توان گفت روش GCV در انتخاب پارامتر منظم سازی ناموفق بوده است (Oldenburg and Li, 2005).

الدنبرگ و لی (۲۰۰۵) پیشنهاد نمودند که در صورت ناموفق بودن نتیجه روش GCV در انتخاب پارامتر منظم سازی بهینه، پارامتر منظم سازی بهینه دوباره با استفاده از روش اصل اختلاف

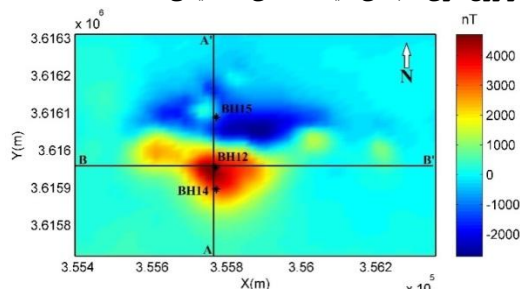


شکل ۲: نمودار تغییرات تابع (UPRE) (الف) و نمودار تابع (GCV) به ازای پارامتر منظم سازی (β) مختلف در وارون‌سازی مدل مصنوعی (ب). محل پارامتر منظم سازی بهینه با دایره آبی‌رنگ مشخص شده است. برش قائم از مدل حاصل از نتایج وارون‌سازی در فاصله ۵۰۰ متری از مبدأ به موازات محور X (ج) و برش افقی از مدل حاصل از نتایج وارون‌سازی در عمق ۲۰۰ متری از سطح زمین (د).

۴- وارون سازی داده های مغناطیسی کانسار آهن

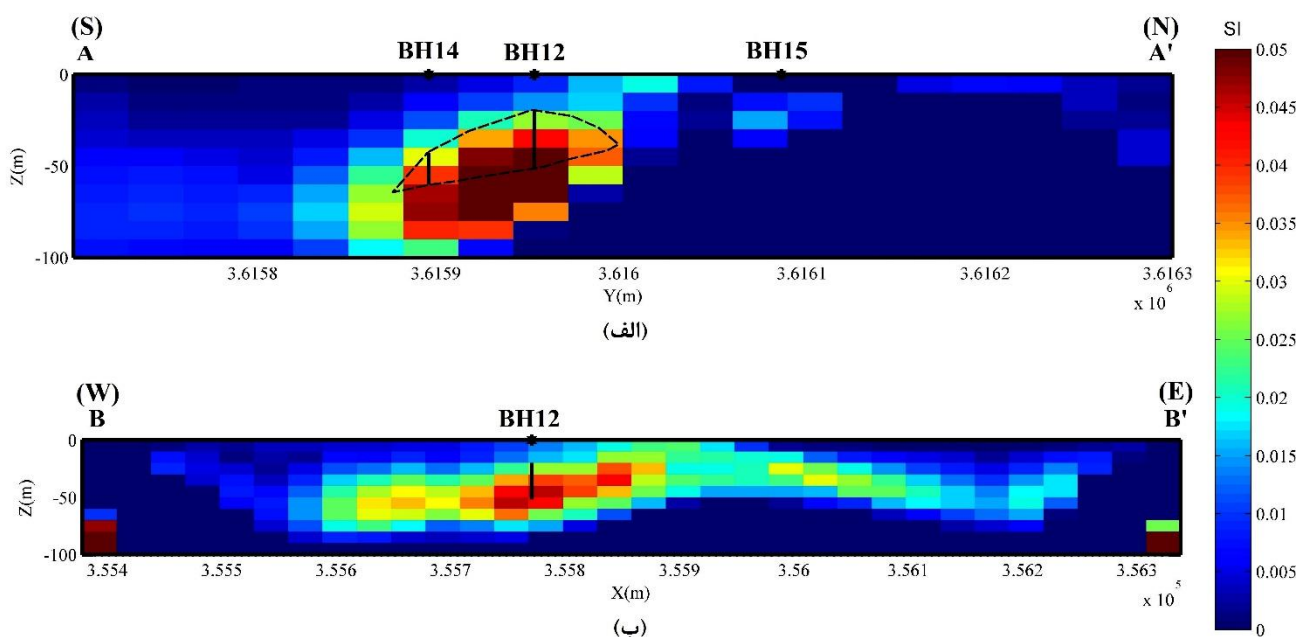
الله آباد

کانسار سنگ آهن الله آباد یزد در ورقه ۱:۱۰۰۰۰۰ ساغند و در ۲۰ کیلومتری روستای الله آباد و در حاشیه کوه گلمنده قرار دارد. این کانسار در شرق گسل پشت بادام و در سنگ های دگرگونه کمپلکس بنه شور و به سن پرکامبرین جای گرفته است. مطالعات زمین شناسی نشان داده است؛ که تیپ کانسار از نوع اسکارن منیزیم دار بوده و در اثر نفوذ توده های آذرین در مجاورت سنگ های آهکی تشکیل شده است. کانی اصلی تشکیل دهنده کانسار مگنتیت است. داده های مغناطیسی منطقه بر روی ۲۶ پروفیل اصلی که فاصله آن ها از یکدیگر ۳۰ متر است؛ برداشت شده است. فاصله برداشت داده ها بر روی هر پروفیل ۱۰ متر است. پس از حذف اثر ناشی از میدان مغناطیسی زمین، نقشه شدت میدان کل مغناطیسی منطقه تهیه گردید (شکل ۳).

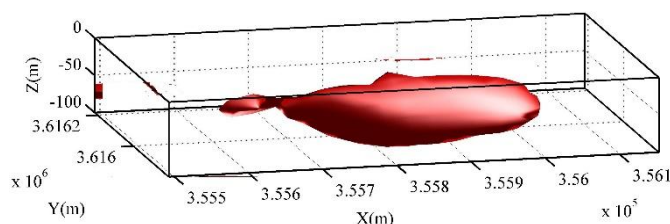


شکل ۳: نقشه میدان مغناطیسی کل منطقه مورد مطالعه.

برای وارون سازی داده ها ابتدا زیر سطح زمین به بلوک هایی به ابعاد $10 \times 30 \times 30$ متر تقسیم شد. با توجه به ابعاد محدوده برداشت داده ها تعداد کل بلوک ها برابر با $6400 = 10 \times 20 \times 32$ است. ابتدا با استفاده از روش (UPRE) و الگوریتم دو قطری سازی لکزوس پارامتر منظم سازی بهینه برابر با $10^6 \times 4/64$ تخمین زده شد. پس از انتخاب پارامتر منظم سازی بهینه، وارون سازی داده های مغناطیسی با استفاده از الگوریتم GPRN انجام گرفت و مدل توزیع مغناطیسی پذیری سنگ های زیر سطح زمین به دست آمد (شکل ۴).



شکل ۴: نتایج حاصل از وارون سازی سه بعدی داده های مغناطیسی کانسار آهن الله آباد یزد در امتداد پروفیل های A-A' (الف) و B-B' (ب). محدوده ای که گمانه ها ماده معدنی را قطع نموده اند با خط مشکی و محدوده کانسار با خط چین نشان داده شده است.



شکل ۵: مدل سه بعدی کانسار آهن الله آباد یزد حاصل از وارون سازی مقید داده های مغناطیسی.

مصنوعی و داده‌های واقعی با الگوریتم ارائه شده نشان می‌دهد که با این روش می‌توان وضعیت توده‌های آنومال را با سرعت و دقت خوبی تعیین نمود. مقایسه نتایج حفاری‌های انجام شده و تطابق خوب آن‌ها با نتایج حاصل از وارون سازی سه‌بعدی داده‌های مغناطیسی در محدوده کانسار آهن الله‌آباد نشان از توانمندی و عملکرد خوب الگوریتم توسعه داده شده برای جهت مدل‌سازی وارون سه‌بعدی داده‌های مغناطیسی است.

۶- منابع

رضایی، م.، مرادزاده، ع.، نجاتی، ع. و آقاجانی، ح.، ۱۳۹۳، انتخاب خودکار پارامتر منظم سازی به روش اعتبار سنجی متقاطع تعمیم یافته در وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های گرانی، سی و سومین گردهمایی ملی علوم زمین، سازمان زمین‌شناسی ایران، ۳ و ۴ اسفند ۱۳۹۳.

رضایی، م.، مرادزاده، ع. و نجاتی، ع.، ۱۳۹۴، انتخاب خودکار پارامتر منظم سازی به روش برآورد کننده ریسک احتمالی نارایب در وارون‌سازی سه‌بعدی مقید داده‌های مغناطیسی، هفتمین همایش انجمن زمین‌شناسی اقتصادی ایران، دانشگاه دامغان، ۱۸ و ۱۹ شهریور ۱۳۹۴.

Abedi, M., Gholami, A., Norouzi, G.-H. and Fathianpour, N., 2013, Fast inversion of magnetic data using Lanczos bidiagonalization method, Journal of Applied Geophysics, 90, 126-137.

Aster, R.C., Borchers, B. and Thurber, C.H., 2013, Parameter Estimation and Inverse Problems, 2nd edition, Elsevier, E-book.

Bhattacharyya, B.K., 1964, Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization, Geophysics, 29, 517-531.

Farquharson, C.G. and Oldenburg, D.W., 2004, A comparison of automatic techniques for estimating the regularization parameter in non-linear inverse problems, Geophysical Journal International, 156 (3), 411-425.

Haber, E. and Oldenburg, D. 2000, A GCV based method for nonlinear ill-posed problems, Computational Geosciences, 4 (1), 41-63.

Hansen, P.C., 2010, Discrete inverse problems, insight and algorithms (Vol. 7), SIAM, E-book.

Hutchinson, M.F., 1990, A stochastic estimator of the trace of the influence matrix for Laplacian smoothing splines, Communications in Statistics, Simulation and Computation, 19, 443-450.

Kaltenbacher, B., Kirchner, A. and Vexler, B., 2011, Adaptive discretization for the choice of the tikhonov regularization parameter in nonlinear inverse problems, Inverse problems, 27 (12), 125008-125036.

خطای وارون‌سازی سه‌بعدی حدود ۳ درصد محاسبه شد. مطابق شکل ۴ و نتیجه حاصل از مدل‌سازی، شیب کانسار به سمت جنوب بوده و کشیدگی آن شرقی- غربی است. با توجه به مدل به‌دست‌آمده ضخامت ماده معدنی در مرکز کانسار بیشتر است و با حرکت به کناره‌ها از ضخامت آن کاسته می‌شود. همچنین عمق بالایی ماده معدنی بین ۵ تا ۴۰ متر متغیر است و عمق زیرین کانسار کمتر از ۸۰ متر است. با در نظر گرفتن حد آستانه‌ای مغناطیس پذیری برابر با $0.32/0$ (SI) شکل سه‌بعدی این توده معدنی رسم شد (شکل ۵).

همچنین داده‌ها و اطلاعات حاصل از حفر سه حلقه گمانه اکتشافی به منظور شناسایی ماده معدنی در عمق در محدوده مورد نظر نشان می‌دهد که گمانه BH 15 به ماده معدنی برخورد نکرده است؛ ولی گمانه‌های BH12 و BH14 به ترتیب در عمق‌های ۲۰ و ۴۰ متری به ماده معدنی برخورد نموده است. نتایج نشان می‌دهد که نتایج وارون‌سازی داده‌های مغناطیسی و داده‌های حفاری یکدیگر را به‌خوبی تأیید می‌کنند (جدول ۱).

جدول ۱: عمق ماده معدنی حاصل از مدل‌سازی و نتایج حفاری.

گمانه	عمق ماده معدنی حاصل از مدل‌سازی (m)		عمق ماده معدنی در گمانه (m)	
	از	تا	از	تا
BH 12	۲۰	۷۰	۲۰	۵۰
BH 14	۴۰	۸۰	۴۲	۶۰
BH 15	-	-	-	-

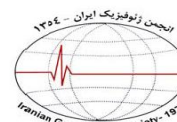
با توجه به نتایج حفاری عمق بالای ماده معدنی در مدل‌سازی به خوبی تعیین شده است ولی عمق زیرین ماده معدنی بیشتر تخمین زده شده است؛ زیرا عمق زیرین حاصل از مدل‌سازی وارون داده‌های مغناطیسی لزوماً مرز زیرین توده‌ها از نظر زمین‌شناسی نیست؛ بلکه عمقی است که داده‌ها برای اعماق بیشتر از آن نسبت به ماده مغناطیسی حساس نیستند (Ribeiro et al, 2013). به هر حال انتظار می‌رود که عمق کانی‌سازی در این محدوده کمتر از ۸۰ متر باشد.

۵- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر روش تخمین‌گر نارایب ریسک احتمالی برای وارون‌سازی سه‌بعدی مقید داده‌های مغناطیس با روش گرادیان تعدیل‌شده نیوتن توسعه داده شد. نتیجه بررسی‌ها نشان می‌دهد که روش تخمین‌گر نارایب ریسک احتمالی روش مناسبی برای تعیین خودکار مقدار بهینه پارامتر منظم سازی در وارون‌سازی سه‌بعدی مقید داده‌های مغناطیس به روش گرادیان تعدیل‌شده نیوتن است. نتایج وارون سازی مقید داده‌های مغناطیسی حاصل از مدل‌های

رضایی و همکاران، برآورد خودکار پارامتر منظم سازی به روش تخمینگر ناریب ریسک احتمالی در وارون سازی سه بعدی مقید داده های مغناطیسی، صفحات ۱۵۴-۱۴۵.

- Ribeiro, V.B., Louro, V.H.A. and Mantovani, M.S.M., 2013, 3D Inversion of magnetic data of grouped anomalies- Study applied to São José intrusions in Mato Grosso, Brazil, *Journal of Applied Geophysics*, 93, 67-76.
- Vatankhah, S., Ardestani, V.E. and Renaut, R.A., 2015, Application of the χ^2 principle and unbiased predictive risk estimator for determining the regularization parameter in 3-D focusing gravity inversion, *Geophysical Journal International*, 200 (1), 265-277.
- Vogel, C.R., 2002, Computational methods for inverse problems (Vol. 23), SIAM, E-book.
- Lelièvre, P.G., Oldenburg, D.W. and Williams, N.C., 2009, integrating geological and geophysical data through advanced constrained inversions, *Exploration Geophysics*, 40, 334-341.
- Li, Y. and Oldenburg, D.W., 1996, 3-D inversion of magnetic data, *Geophysics*, 61 (2), 394-400.
- Li, Y. and Oldenburg, D.W., 1998, 3-D inversion of gravity data, *Geophysics*, 63 (1), 109-119.
- Li, Y. and Oldenburg, D.W., 2003, Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method, *Geophysical Journal International*, 152 (2), 251-265.
- Oldenburg, D.W. and Li, Y., 2005, Inversion for applied geophysics, A tutorial, *Investigations in geophysics*, 13, 89-150.



Automatic Estimation of Regularization Parameter by Unbiased Predictive Risk Estimator (UPRE) Method in 3-D Constrained Inversion of Magnetic Data

Mohammad Rezaie^{1*}, Ali Moradzadeh², Ali Nejati Kalateh³ and Hamid Aghajani³

1- Ph.D. Candidate, School of Mining, Petroleum and Geophysics, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

2- Professor, School of Mining, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

3- Assistant Professor, School of Mining, Petroleum and Geophysics, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

Received: 17 October 2015; Accepted: 28 January 2016

Corresponding author: mohamad1rezaie@gmail.com

Keywords

3D inversion
Magnetic data
Regularization parameter
UPRE method
GPRN method
Model parameter
Allah Abad iron deposit

Extended Abstract

Summary

Inversion of magnetic data is one of the important steps in the interpretation of practical magnetic data. The inversion result can be obtained by minimization of Tikhonov objective function. The determination of an optimal regularization parameter is highly important in magnetic data inversion. In this paper, an attempt has been made to use unbiased predictive risk estimator (UPRE) method in selecting the best regularization parameter for 3D constrained inversion of magnetic data using gradient projection reduced Newton (GPRN) algorithm. To

achieve this goal, an algorithm has been developed to estimate this parameter. The validity of the proposed algorithm has been evaluated by magnetic data acquired from a synthetic model. The results have been compared with the results of generalized cross validation (GCV) method. The GCV method failed to estimate the regularization parameter, but the UPRE method could find the best regularization parameter. Then, the algorithm was used for inversion of real magnetic data obtained from Allah Abad iron deposit. The results of three-dimensional (3-D) inversion of magnetic data from this iron deposit show that the GPRN algorithm can provide an adequate estimate of magnetic susceptibility and geometry of subsurface structures of mineral deposits. A comparison of the inversion results with drilling data clearly indicate that the proposed algorithm can be used for 3-D inversion of magnetic data to estimate precisely the magnetic susceptibility and geometry of magnetized ore bodies.

Introduction

Inversion of magnetic data is one of the most important steps in the interpretation of practical magnetic data. The goal of 3-D inversion is to estimate magnetic susceptibility distribution of an unknown subsurface model from a set of known magnetic observations measured on the surface. Inversion of magnetic data is an underdetermined and ill-posed problem. In addition, the non-uniqueness of the solution is the main issue of the inversion. One way to achieve a suitable model result in the inversion is to carry out the inversion with smoothness and smallness constraint. The solution can then be obtained by minimization of an objective function that consists of a misfit function and one of Tikhonov regularization functions. Regularization parameter makes a trade-off between misfit and regularization function. The determination of an optimal regularization parameter is highly important in magnetic data inversion. There are different methods for automatic estimation of regularization parameter in 3-D inversion. The GCV method is one of the most popular methods for choosing optimal regularization parameter in inversion of magnetic data. This method sometimes fails to find optimal regularization parameter. Therefore, it is suggested to use other methods. In this paper, we have applied the UPRE method to choose the best regularization parameter for 3-D constrained inversion of magnetic data using the GPRN algorithm.

Methodology and Approaches

The UPRE method has been adapted for the solution of inverse problems. The UPRE method is based on a statistical estimator of the mean squared norm of predictive value. In this method, the optimal regularization parameter minimizes the UPRE function.

We have developed an algorithm for 3-D inversion of magnetic data that uses the UPRE method for choosing optimal regularization parameter, and then, the inverse problem is solved by the GPRN algorithm under flatness and positivity

constraints. To evaluate the reliability of the introduced method, the magnetic data of a synthetic model contaminated by 3 percent random noise have been inverted using the developed method. The GCV method is also applied for comparison of its results with the UPRE results. The obtained results indicate that the GCV method fails to choose regularization parameter but the UPRE method finds a unique optimal regularization parameter. Finally, The introduced algorithm has been used for 3-D inversion of magnetic data from Allah Abad iron deposit. The results are consistent with borehole information.

Results and Conclusions

In this paper, the UPRE method has been developed for choosing optimal regularization parameter in 3-D constrained inversion of magnetic data using the GPRN algorithm. Data from synthetic model have been inverted using the introduced algorithm and acceptable results have been obtained. Geometrical parameters of synthetic model have been obtained from the constrained inversion process with acceptable accuracy. After validation of the algorithm performance on synthetic model, it has been applied for 3-D inversion of magnetic data from Allah Abad iron deposit. The results of drilling boreholes in the area confirm the results of the 3-D inversion.
